



TITLE:

電力用変圧器鉄心構造とその損失
の解析に関する研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

中田, 高義

CITATION:

中田, 高義. 電力用変圧器鉄心構造とその損失の解析に関する研究. 京都大学, 1971, 工学博士

ISSUE DATE:

1971-01-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r1733>

RIGHT:

電力用変圧器鉄心構造とその
損失の解析に関する研究

中田高義

電力用変圧器鉄心構造とその 損失の解析に関する研究

昭和45年9月

中 田 高 義

DOC
1970
13
電気系

目次

緒論	1
オI編 三相変圧器鉄心解析の基礎方程式ほうびに線形解	
概説	4
オ1章 鉄心構造のほうび寸法	5
オ2章 磁気回路の一般解法	14
2.1 等価回路	15
2.2 基礎方程式	20
オ3章 線形解	24
3.1 磁路磁束密度の計算	24
3.2 鉄損の計算	41
オ4章 励磁電流の計算	49
4.1 磁化電流の計算法	50
4.2 磁化電流の線形解	54
緒言	62
オII編 ひずみ波磁束の解析とそれによる鉄損	
概説	63
オ1章 最大磁束密度と電圧平均値の関係	66
オ2章 ひずみ波の解析	70
2.1 同じ最大値を示すひずみ波	70
2.2 同じ有効値を示すひずみ波	76
2.3 同じ波形状を示すひずみ波	77
2.3.1 最小の波形状	77
2.3.2 最大の波形状	79
2.4 ひずみ率と波形状	79
2.5 マイナーループ	82
オ3章 ひずみ波の鉄損	96

3.1	最大磁束密度一定の場合	97
3.2	印加電圧実効値一定の場合	99
3.3	基本波磁束密度一定の場合	100
オ 4 章	鉄損に影響する諸因子の実験的検討	103
4.1	測定装置	103
4.1.1	いずみ波の電源	103
4.1.2	測定回路	106
4.2	実験計画とその結果	107
4.2.1	最大磁束密度と実効値電圧の両者一定の実験	107
4.2.2	最大磁束密度一定の実験 (マイナーループを含まない場合)	115
4.2.3	印加電圧実効値一定の実験	120
4.2.4	マイナーループ発生限界での実験	123
4.2.5	マイナーループ含有率一定の実験	130
4.2.6	最大磁束密度一定の実験 (マイナーループを含む場合)	137
4.3	いずみ波の鉄損	144
オ 5 章	いずみ波を利用した鉄損分離法	147
5.1	従来の鉄損分離法の概要と問題点	147
5.1.1	直流法	147
5.1.2	二周波法	148
5.1.3	二波形率法	151
5.2	いずみ波法	153
5.3	マイナーループ限界法	157
オ 6 章	励磁電流	159
6.1	励磁電流と交流ヒステリシス曲線の関係	159
6.2	磁化曲線とヒステリシス曲線	163
6.3	励磁電流の等価回路	165
結 言		170

才Ⅲ編 非線形特性を考慮した三相内鉄型鉄心変圧器の磁気特性

概 説	172
才1章 磁化曲線	174
1.1 磁化曲線の近似式	174
1.2 磁化曲線と磁化電流の関係	177
1.3 磁化曲線の性質	180
才2章 電子計算機による磁路磁束波形の数値解析法	182
2.1 C形鉄心の解法	182
2.2 R形鉄心の解法	187
才3章 ひずみ波のベクトル表示	194
3.1 ひずみ波ベクトルの性質	194
3.2 磁路磁束波形の定性的検討	201
才4章 計算結果と考察	205
4.1 各磁路の磁束密度波形	206
4.2 鉄損の計算	226
4.3 計算結果の総括	231
才5章 モデル鉄心による実験的検討	233
5.1 モデル変圧器	233
5.2 実験項目係らびに測定方法	234
5.3 実験結果	235
5.4 実験結果に対する検討	246
結 言	254
結 語	256
謝 辞	260
参考文献	261
付 録	263

緒 論

電力需要の増加に伴って、電力系統は最近ますます大容量化している。それに対応して、変圧器の分野でも種々検討すべき技術的な問題を生じているが、大形化のため特に設計上検討しなければならない事項は輸送と冷却の問題である。これらを考慮して設計した変圧器の構造は一般に複雑となり、鉄心構造に着目すれば、冷却油道⁽¹⁾、組み立て技術上の制約等から磁気回路は複雑になる。このような鉄心の磁気特性、なかでも鉄損の解析はきわめて困難である。

従来これに関しては、簡単な磁路構成の場合について解析解が与えられている程度で、^{(2)~(6)}実測値とはかけ離れてしまっている結果が得られていた。これによって、主として経験に基づく設計が行われているのが実状である。これに対し、筆者は本研究により大抵の複雑な構造の鉄心の場合でも、その磁路長の差違、飽和現象、必ずみ波のための損失増加、あるいは材質による影響等を考慮して解析できる方法を見出した。

本論文は、現在実用されている各種の複雑な磁気回路で構成された三相内鉄型変圧器鉄心について、その磁気特性の解析方法ならびにその結果について述べたもので、解析にあたっては寸法の正規化を行なったため、いかなる寸法の鉄心の特性も容易に推定することが出来る。また、このような構造の鉄心においては必ずみ波磁束によって生ずる鉄損が問題になるので、必ずみ波の数学的解析を行なうとともに、マイナーループを含む場合の鉄損についても検討した。

本論文は3編より構成されており、各編の論旨は次の通りである。

第I編においては、まず検討の対象に選んだ鉄心形状について述べるとともに、鉄心寸法の正規化を行なった。次に、磁気回路を解析するための電氣的等価回路を求め、各形式の鉄心に関する一般的な基礎方程式を求めた。そして、磁化特性が線形の場合について、鉄心の形状と各磁路磁束の振幅・位相角との関係を明らかにした。また、これに関連して鉄損がどのように変化するかを各材質について検討し、単一磁気回路で構成された鉄

心におけるそれらと比較した。

才Ⅱ編においては、いずみ波の数学的解析を行うにマイナーループを含む場合の鉄損の検討を行なった。前述のように、各脚に对称三相交流電圧を印加しても、各磁路の磁束波形がいずみ波になるため、いずみ波鉄損について検討するべく必要があるためである。はじめに、いずみ波の数学的解析を行い、高調波の振幅および位相が最大値、実効値、いずみ率、波形率等に及ぼす影響を検討した。続いて、波形いずみと鉄損との関係と定量的に考察し、これを実証する実験結果をもとに、いずみ波鉄損の算定法を提案した。また、鉄損をヒステリシス損とうず電流損に分離する方法として、従来の二周波法に代わる新しい分離法も提案した。この方法は、いずみ波鉄損の測定値を用いて正弦波の鉄損の分離を行うもので、従来の波形いずみは鉄損測定時の大きな誤差要因とされていいたが、いずみ波の解析によりこれを積極的に活用できるようにした結果と考えられる方法である。

いずみ波の解析結果は、鉄損の問題に限らず波形いずみ問題にある電気工学の全分野に活用できる。電気機器に印加される電圧は、各種の事情で正弦波に保たれないことが多く、^{(7)~(9)}したがっていずみ波の鉄損算定法は各方面から渴望されている。にもかかわらず、これに関する報告は乏しく、特に最近の研究についての資料は皆無に近い。その理由の一つは、いずみ波の性質が明確でなかったため実験結果を系統的に整理できず、研究報告はデータの羅列とばかり、したがって特定の条件のもとでのみしか使用できない一般性の少ない資料とばかりの傾向にあると思われる。いずみ波鉄損に関する本研究成果は電圧側のみならずこれらの各方面にとっても有用なものと確信する。

才Ⅲ編においては、まず磁路磁束配分を決定するところの磁化曲線について検討を行なった。次に、電子計算機を利用して非線形磁束解析法を示し、材質、鉄心形状と磁路磁束波形、鉄損との関係について検討した。磁束波形については調波分析を行い、各磁路の高調波の振幅、位相を求めるが、これらの関係の理解を容易にする表示法としていずみ波ベクトル

平面を提案した。また、非線形解と線形解との差違について検討するとともに、各鉄心形式の特性比較も行なった。最後に実際のモデル鉄心について実験的検討を行ない、計算結果と比較した。

これらの研究の結果、材質、鉄心形状が鉄損に及ぼす影響が明らかになったので、従来ばくぜんとした経験に頼るまいに大形変圧器の鉄損をかなり明確に推定できるようになった。また、各磁路中の磁束の位相、振幅がわかったので、これをもとに鉄損の少ない合理的な変圧器鉄心構造の開発も期待できるであろう。

オI編 三相変圧器鉄心解析の基礎方程式作りびに線形解

概 説

オI章においては、検討対象に選んだ三相内鉄型鉄心の構造について説明し、その構造による分類名の定義を行なうとともに、使用込分、積層法等について述べる。輸送制限の関与もあつて製作される鉄心の寸法は各様であるから、代表的な鉄心について得られた解析結果が任意の寸法の鉄心に適用できるようにするにめには、これらを数個のパラメータで規制する必要があるのぞ寸法の正規化を行ない、寸法比、断面積比というパラメータを導入した。そしてこれらのパラメータの適用範囲についても言及した。

オII章においては、まず解析にあつての仮定について述べ、次に変圧器鉄心の電気的等価回路を与え、これについて Kirchhoff の法則を適用した基礎方程式を導いた。

オIII章においては、磁化曲線を直線と仮定して各磁路の磁束密度を計算した。その結果を寸法比、断面積比をパラメータとして図示し、同時に大略の傾向をベクトル図でも示した。また、これらの値から各種損失について各種の鉄心の鉄損を計算し、単一磁路で構成される鉄心に於けるそれと比較した。従来の研究は大抵磁路長の差違を無視して線形解を取り扱つていたので、それらと比較するため本章では磁路長の差違を考え、正規化された線形解を求めたが、実際には飽和の影響を考慮しなければならぬ。鉄心の飽和を考えた場合についてはオIII編で取り扱う。

オIV章においては、まず各線形方式に対する磁化電流の一般的計算法を述べ、次に各種形式について線形解を与えた。その結果を使って、3電力計法で鉄損を測定する場合に、磁束密度によつてはある種の電圧計の指示値が負になる理由を説明した。また、各種の磁化電流の比率、相互磁路で構成される鉄心と単一磁路から構成される鉄心との磁化電流の比率等についても検討した。

才1章 鉄心構造および寸法

才1.1図(次頁)に検討対象に選んば、現在実用されている種々の鉄心構造を示す。

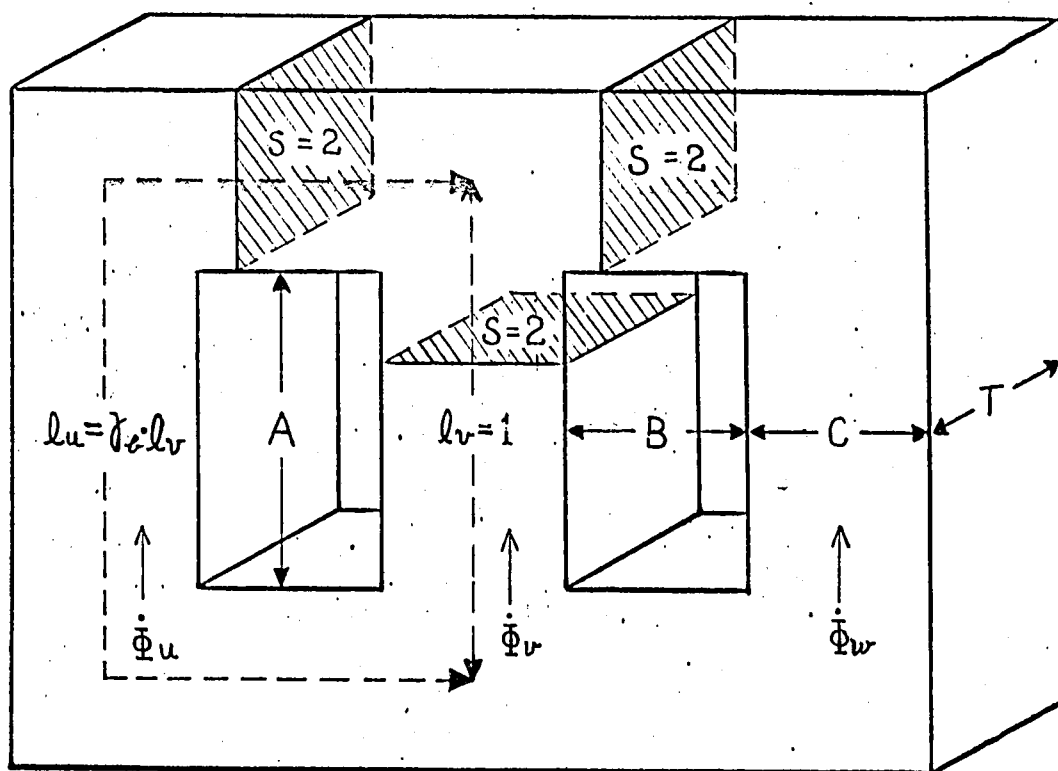
(a)図は単一磁路からなる三相内鉄型のごく一般的鉄心構造で、これを以後B形と呼び、各種構造の鉄心と比較する際の基準にする。

(b)図は中央にダクトを設けることにより3個の独立磁路を構成する形式で、配電用巻鉄心変圧器や中形変圧器に用いられる。この構造をR^{*}形と呼ぶ。この構造はいわゆる、*Rahmen* 構造と一般に呼ばれており、前記 *Vidmar*, *Arnold*, *Küchler*, 山口氏等の検討した形式の鉄心である。

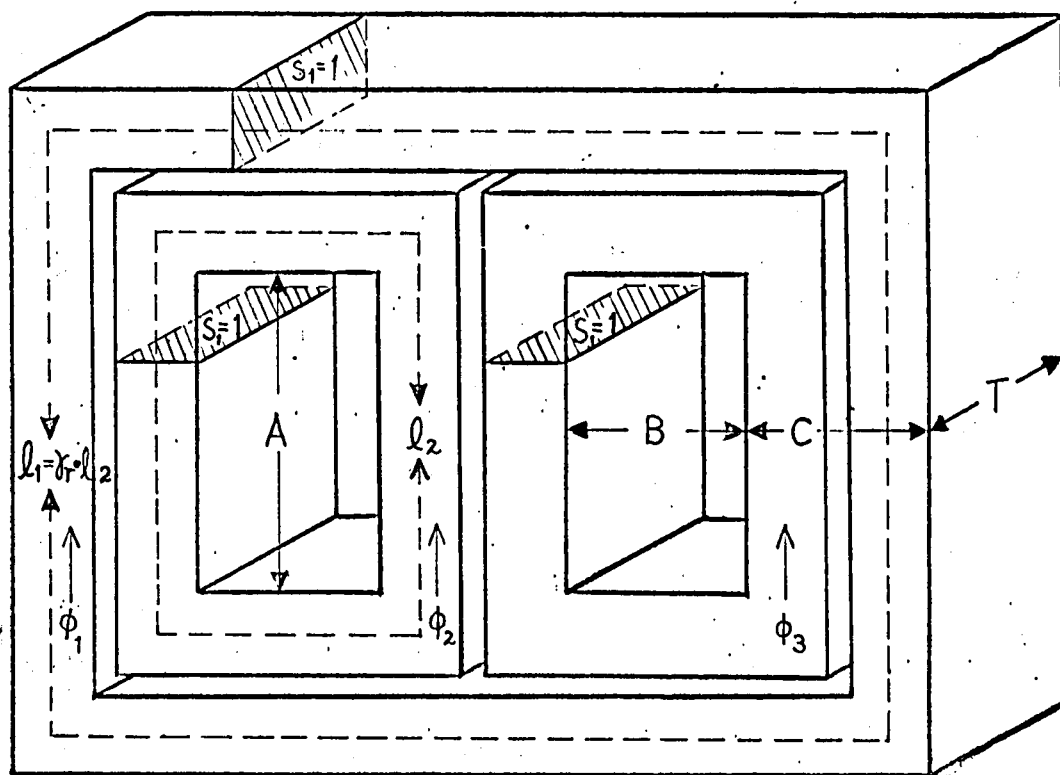
(c)図は中央脚上下部品の冷却効果を多少犠牲にして、磁気特性の改善をはか、いわゆるC10形と呼ぶ。(d)図はさらに磁氣的結合を強にするため、W脚上下部品も連結した構造でC20形と呼ぶ。(e)図は大形変圧器鉄心において、さらに冷却効果を高めるためダクトを2個設けることにより、4個の独立磁路から構成される構造で、R6形と呼ぶ。

いずれの構造のものも、脚断面とヨーク断面の形状はく形で大に等しく、その全断面積 $S=2$ と正規化して考える。実際の鉄心の断面形状は、巻鉄心以外では各種率の関係で一般にく形断面の集合よりなる円に内接した多角形に作られる。このような場合でも、各く形断面相互間で磁束の授受が行ければ、前述の正規化を行っても一般性を失わずことはない。各セクションが単独に存在するとして計算した結果を単純和すればよいからである。また、脚断面は、各種率をよくするという観点から円に内接する多角形とし、ヨーク断面は輸送制限のため高さを押えられる関係上く形断面に作られることもある。さらに、励磁電流や、ヨーク部での磁力線束を減らさせるため、ヨーク断面積を脚断面積より若干大きく作ることもある。このような場合については別に改めて検討することにする。

脚注*すべての磁路が磁氣的に結合されている構造のダクト付鉄心をC形、独立磁路で構成されている構造の鉄心をR形と呼び、数字は才1.6図の各個回路における磁路数を表わす。

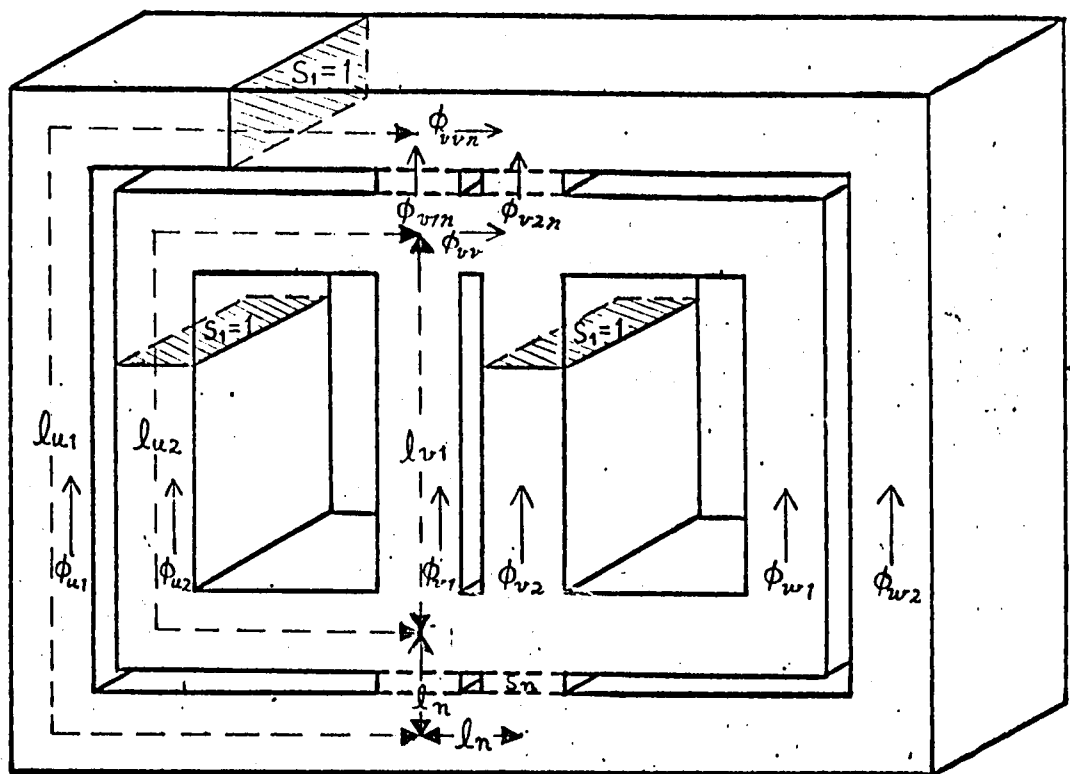


(a) B形铁心 $\gamma_b = l_u / l_v$



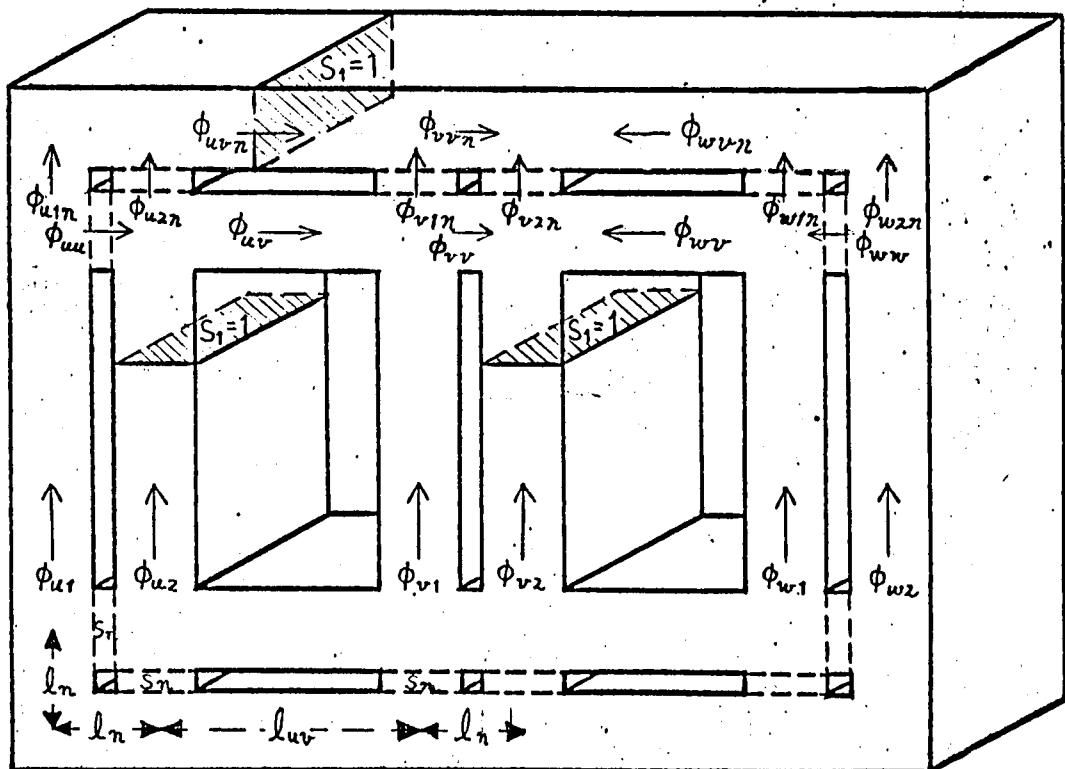
(b) R3形铁心 $\gamma_r = l_1 / l_2$

图 1.1 铁心构造说明图



$$\lambda_s = s_n / s_1$$

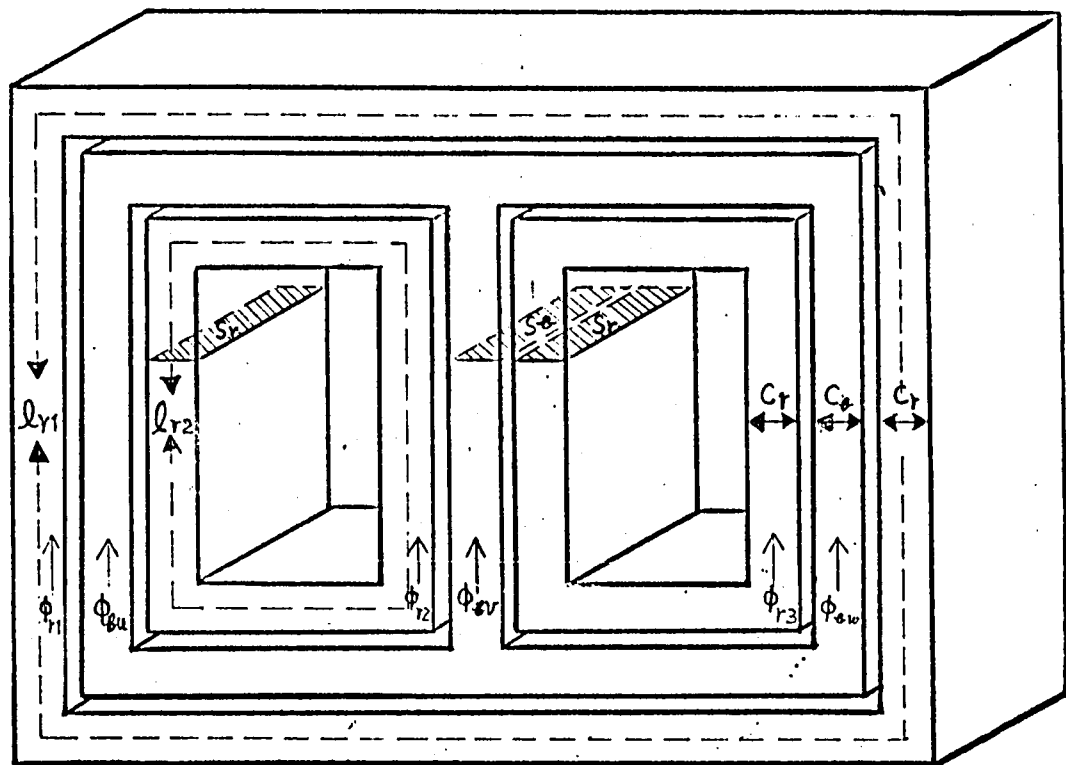
(c) C10 形铁心



$$\lambda_s = s_n / s_1$$

(d) C20 形铁心

图 1.1 铁心构造说明图



$$S_a + 2S_r = 2, \quad \gamma_c = C_a/C_r, \quad \gamma_s = S_a/S_r$$

(e) R 6 形鉄心

オ 1.1 図 鉄心構造説明図

前記のよう仮定を行なうと、鉄心形状を決定する因子は寸法 A , B および、脚幅 C の 3 変数であるが、後述の計算に便利にするため、(a) 図のように中央脚磁路長 $l_r = 1$ と正規化し、また、 \square 脚平均磁路長 l_u と前記 l_r の比を $\gamma_u (= l_u/l_r)$ とおく。さらに、(b) 図の外側の平均磁路長 l_1 と内側の平均磁路長 l_2 の比を $\gamma_l (= l_1/l_2)$ とおき、 A , B , C 寸法の代りに γ_u , γ_l , ($l_r = 1$) で鉄心形状を決定することにする。このように正規化すると R 3 形鉄心の特性をほとんど γ_l のみで決定できる利点がある。なお、鉄心の厚さ T は、磁気特性と単位重量よりで表示するが、磁気特性に影響をおよぼさないから、ここには特に考慮する必要がない。

γ_l , γ_u と A , B , C 寸法の関係と (1.1) ~ (1.3) 式およびオ 1.2 図 (a) ~ (c) に示す。これらの計算においてダクトの幅は無視しているが、実際の大型変圧器鉄心のダクト幅は 6 ~ 10 mm 程度であるからこの

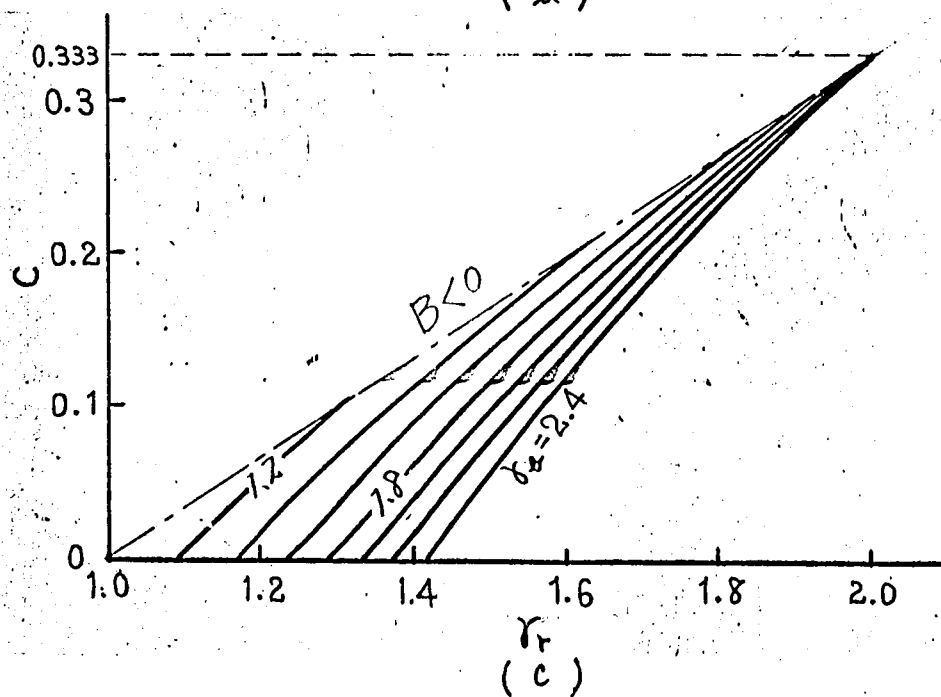
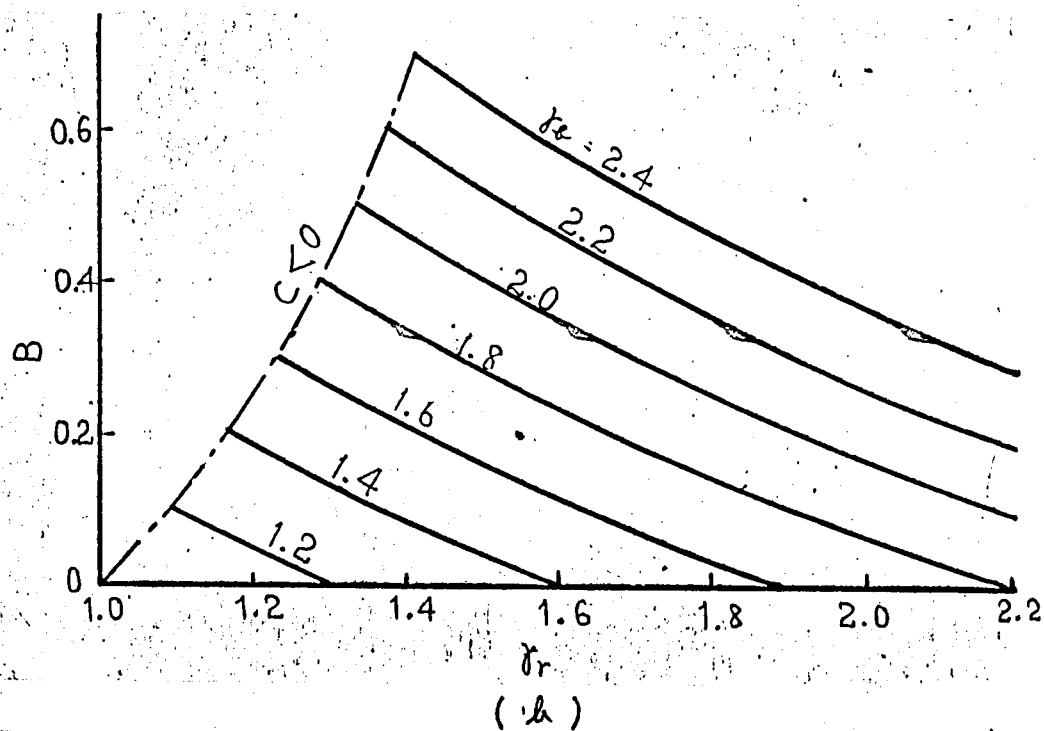
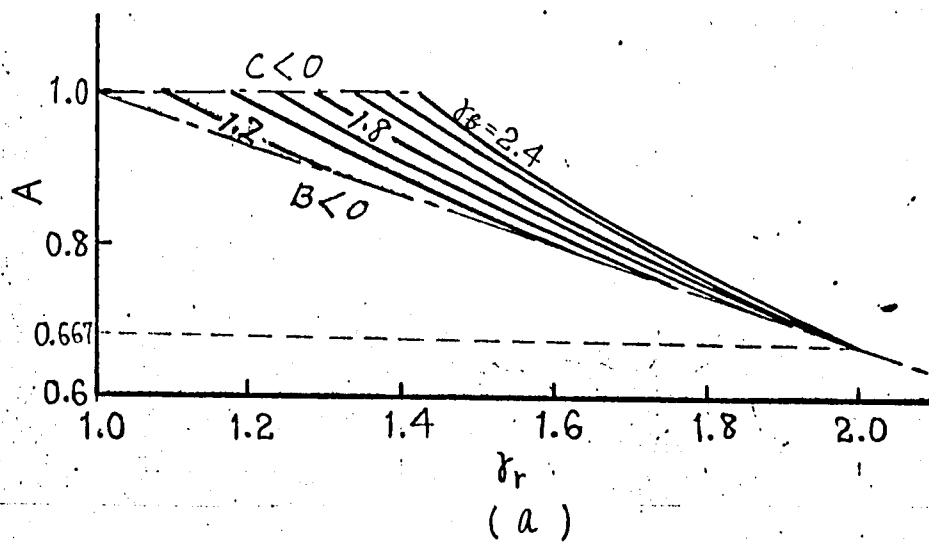


图 1.2 破路長比 r_r と傾心寸法 A, B, C の関係

より係数を行ってしまつておけない。

$$A = \{4 + \gamma_{ra}(2 - \gamma_r)\} / 6 \quad (1.1)$$

$$B = \gamma_{ra} / 2 - 1 \quad (1.2)$$

$$C = \{2 - \gamma_{ra}(2 - \gamma_r)\} / 6 \quad (1.3)$$

そこで、

$$\gamma_{ra} = (3\gamma_u + 1) / (\gamma_r + 1) \quad (1.4)$$

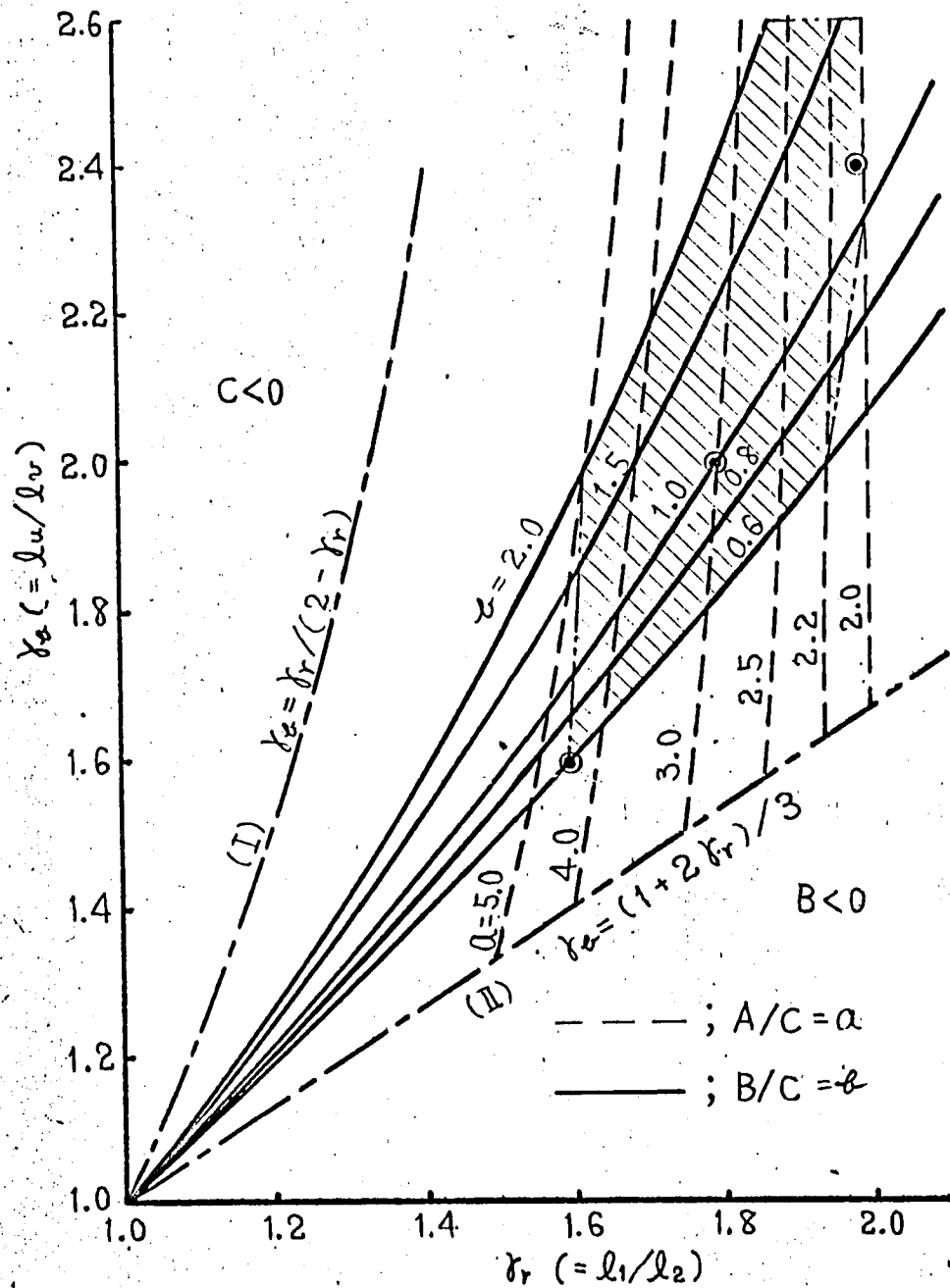
$$\gamma_r = l_1 / l_2 \quad (1.5)$$

$$\gamma_u = l_u / l_v \quad (1.6)$$

γ_{ra} は $l_v = 1$ とした時の l_2 寸法である。したがって、内側磁路長 l_2 は巻幅 B だけで決定されることば (1.2) 式より了解できる。

オ 1.2 図から巻寸法 A が大きくなると γ_r は小さくなり、 C が大きくなると γ_r も大きくなり、さらに、 B が大きくなると γ_r は小さくなるが γ_u は大きくなることばわかる。また、 γ_r が 2 に近づくにつれて γ_u による A , C の変化は少なくなり、 $\gamma_r = 2$ では、 γ_u に無関係に $A = 0.667$, $C = 0.333$ になる。(a) 図で、 $A > 1$ の場合には $C < 0$ となり、また下側の一点鎖線以下では $B < 0$ となり、いずれも実際には存在し得ない範囲である。(b) 図の一点鎖線より上の部分では、 $C < 0$, (c) 図でも同様に $B < 0$ となり、いずれも存在し得ない範囲である。なお、 $\gamma_r = \gamma_u = 1$ の場合には $A = 1$, $B = C = 0$ となる。電力用変圧器で常用される γ_r , γ_u の範囲をオ 1.3 図に斜線で示す。大形変圧器では輸送制限の関係で、斜線の右上方の寸法の鉄心が多い。図の曲線 (I) は $C = 0$ の限界線で、この曲線より上側の γ_r , γ_u は存在し得ない。また、曲線 (II) は $B = 0$ の限界線で、この曲線より下側の γ_r , γ_u も存在し得ない。オ 1.2 図の一点鎖線はこれらの限界線を示している。

鉄心の寸法 A , B , C と γ_r , γ_u との関係を明らかにするために、鉄心の脚幅 c を 1 とした場合の巻寸法 $a (= A/C)$, $u (= B/C)$ をパラメータとして、 γ_r と γ_u の関係をオ 1.3 図に破線および実線で示す。



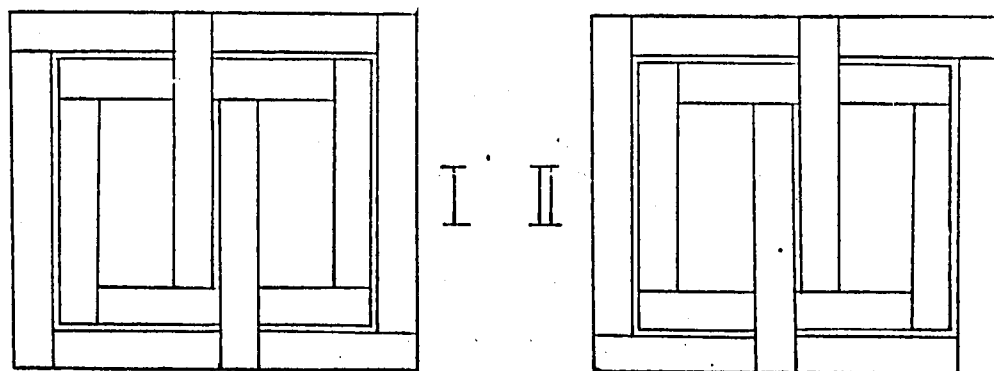
オ 1.3 図 γ_r と γ_c の常用範囲

R 形鉄心では，中央磁路の幅 C_u と端の幅 C_r の比を $\gamma_c (= C_u/C_r)$ ，中央磁路の断面積 S_u と端の磁路の断面積 S_r の比を $\gamma_r (= S_u/S_r)$ とし， γ_c ， γ_r による特性の変化を検討する。

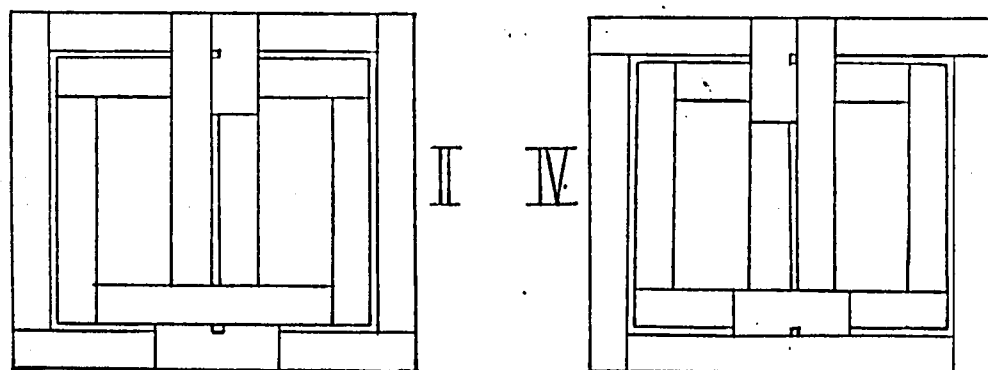
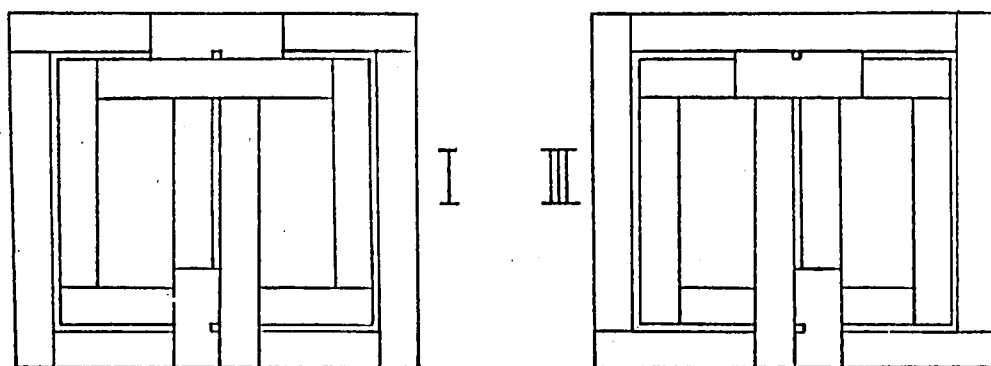
γ_r ， γ_c ， γ_c が与えられると各形の各々の磁路の平均磁路長は γ_r ， γ_c ， γ_c の関数として決定できる。後述の特性計算の際には代表的鉄

心形状としてオ 1.3 図に◎印で示す μ , μ_m の組み合わせを認む。

C10 形鉄心においては、V 脚上下の連結部の充てん率による特性の差を検討するため、この部分の有効断面積 S_n と脚部の磁路断面積 S_f との比を $\delta_s (=S_n/S_f)$ とし、オ 1.4 図 (a) に $\delta_s = 0.5$ の積層方法を、オ 1.4 図 (b) には $\delta_s = 1.0$ の積層法を示す。図で I, II, ---- は積層順序を示す番号である。



(a) $\delta_s = 0.5$



(b) $\delta_s = 1.0$

オ 1.4 図 C10 形鉄心の積層法

C 20 形鉄心において、U、W 脚上下の連結部の有効断面積を S_n とし、
 図 1.5 図 (a), (b) に積層例を示す。

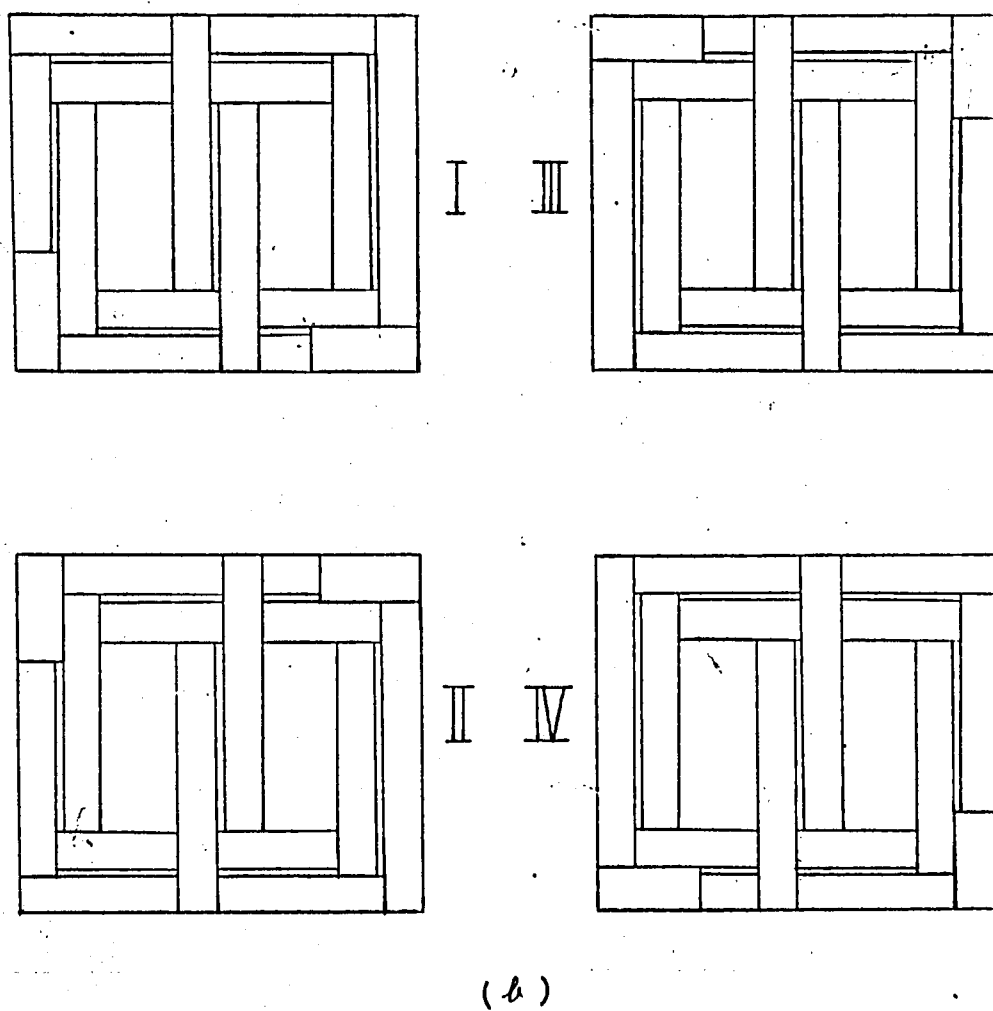
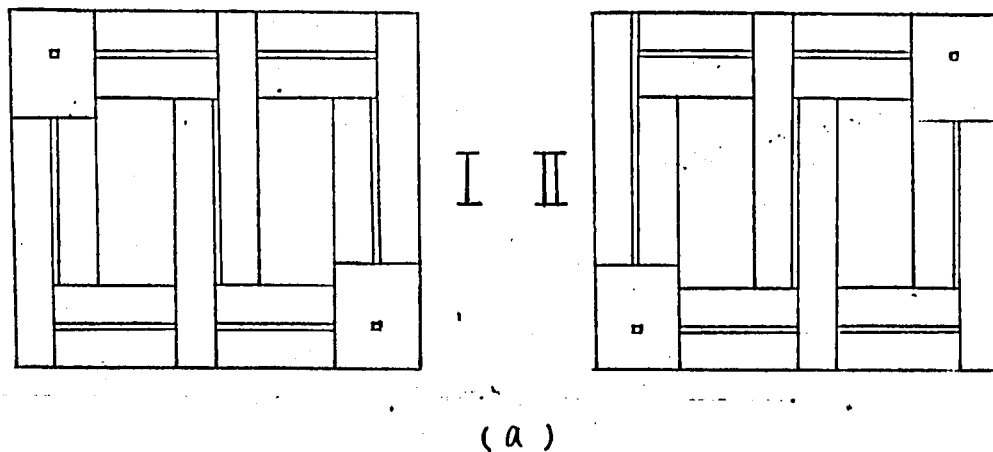


図 1.5 C 20 形鉄心の積層法

第2章 磁気回路の一般的解法

本章では、磁気回路解析の基礎となる基礎方程式を導出する。

解析に際しては次の限定を行なう。

- (i) われ磁束は無視する。
- (ii) ダクトを通じるとの各磁路間の磁束の授受は無視する。^{(1), (5)}
- (iii) けい素鋼板の継ぎ目の影響は考えない。
- (iv) 各磁路磁束は各磁路内で一律に分布し、その磁路長は平均磁路長をとるものとする。⁽²⁹⁾
- (v) 材質はすべての部分にわたり一律である。
- (vi) 各脚の印加電圧は対称三相正弦波とする。

また、各脚の巻数は1に正規化して考える。

なお、記号についてはJIS規格に準拠すると共に、主要なものにはオ1-1図に記載した。赤字は、 $u, v, w, 1, 2$ 等は脚、磁路の部位を表わすものとする。また、電気、磁気量に関しては、大文字は最大値、小文字は瞬時値を表わす。主要な記号の説明は次の通りである。

M ; 起磁力

H ; 磁化力

Φ ; 磁束

B ; 磁束密度

R ; 磁気抵抗

l ; 磁路長

S ; 断面積

λ_r, λ_n ; 磁路長比

λ_s ; 断面積比

λ_c ; 寸法比

2-1 等価回路

磁気回路を解析する際には電氣的等価回路で考える方が理解しやすい。磁気回路と電氣回路の対応関係をオ1表に示す。

オ1・6図(次頁)(a)~(e)はこの考え方で作つたオ1・1図に対応する等価回路である。磁気抵抗 r は非線形回路においては磁束 ϕ の関数となり、それらの間には次の関係がある。

オ1表 磁気-電氣回路の対応関係

磁気回路	電氣回路
起磁力 M	起電力 E
磁束 Φ	電流 I
磁気抵抗 R	電氣抵抗 R

$$r \cdot \phi = m \quad (1.7)$$

$$m = l \cdot h \quad (1.8)$$

磁束密度 B と磁化力 H の間には同知のように

$$H = f(B) \quad (1.9)$$

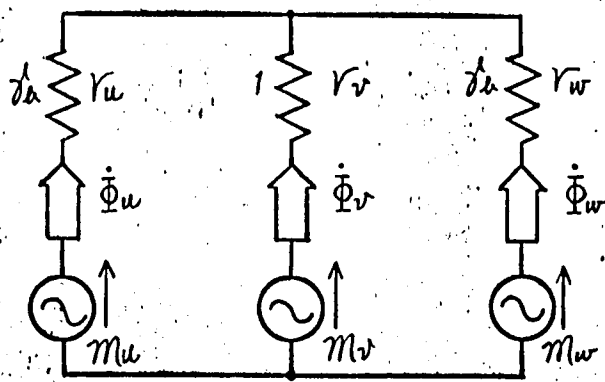
の関係があり、関数 f は一般に非線形となるが、これを線形と仮定すれば

$$H = B/\mu \quad (1.10)$$

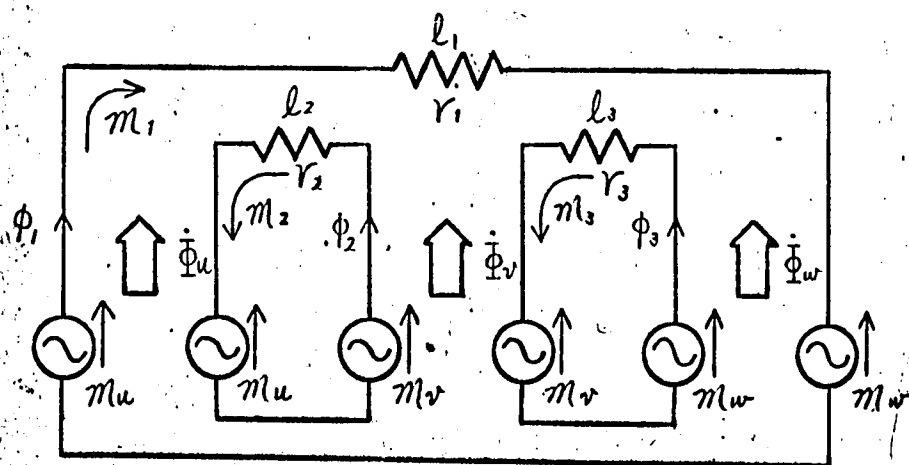
電氣回路では印加電圧に応じて電流が流れるが、磁気回路では磁束に応じて起磁力を生ずる点は、等価回路を考える場合重要である。すなわち、磁気回路では定電流源的な考え方が必要である。たとえば、オ1・6図(a)において脚磁束 Φ_u 、 Φ_v は起磁力 m_u 、 m_v によって生ずるのではなく、 Φ_u 、 Φ_v が印加電圧に対応した値になるような m_u 、 m_v が生ずるのである。

オ1・6図(a)のB形鉄心等価回路において、脚磁束 ϕ_u 、 ϕ_v 、 ϕ_w は仮定により正弦波とみなせるからベクトル記号で表示した。 Y_u 、 Y_v 、 Y_w は各脚の磁気抵抗を表わす。中央脚の磁路長 l_v を1とすれば l_u 、 l_w は脚の磁路長 l_u 、 l_w は(1.6)式の定義により磁路長比 l_u に等しい。

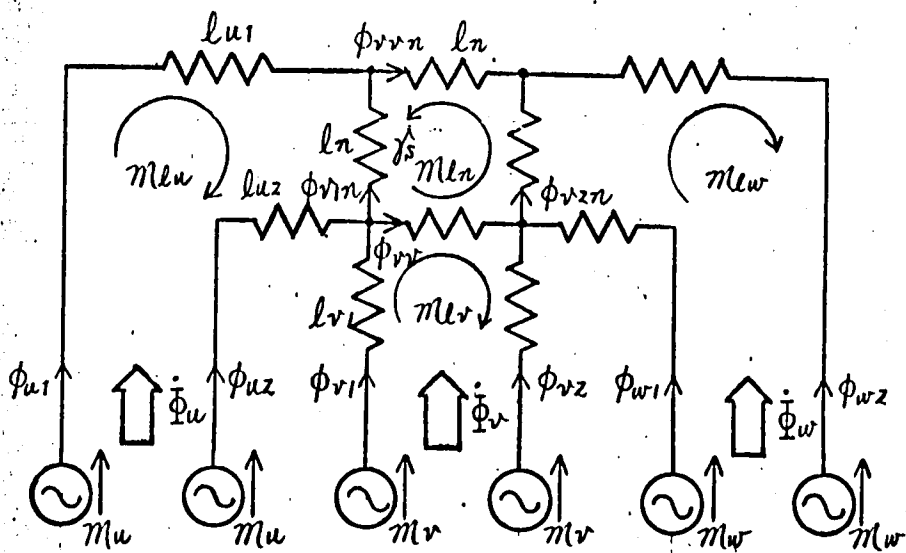
オ1・6図(b)のR形鉄心等価回路において、内側磁路 l_1 、この磁路長 l_2 、 l_3 は、(1.4)式より



(a) B形鉄心

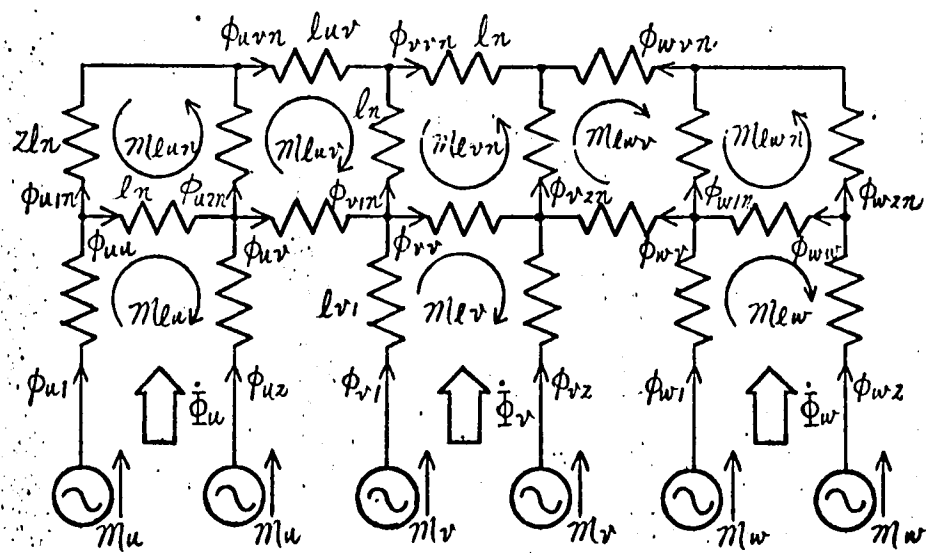


(b) R形鉄心

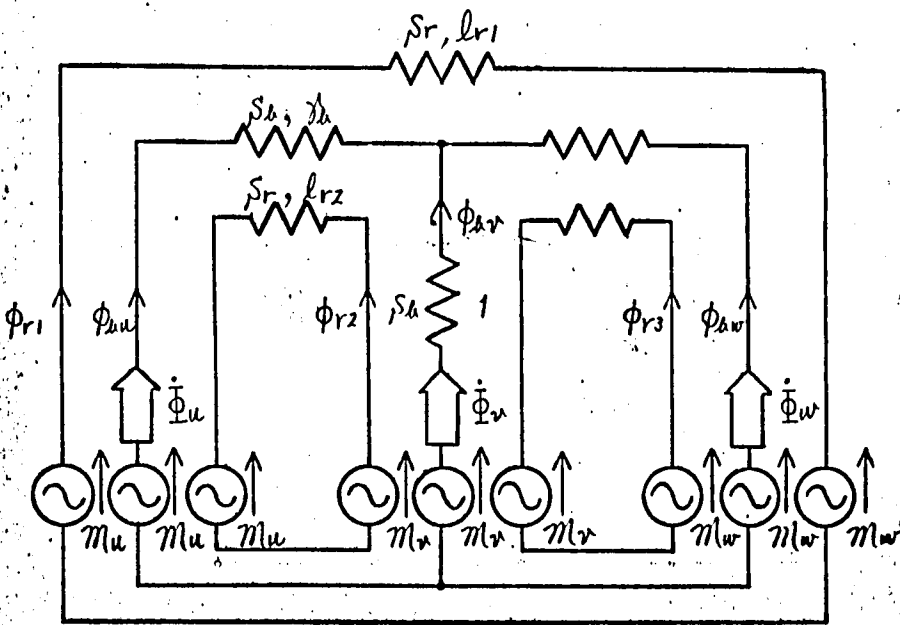


(c) C形鉄心

才 1.6 回 各鉄心の等価回路



(d) C 2D 形鉄心



(e) R 6 形鉄心

・ 才 1.6 図 各鉄心の等価回路

$$l_2 = l_3 = (\exists \delta_h' + 1) / (\delta_r' + 1) \quad (1.11)$$

また、外側磁路 1 の磁路長 l_1 は (1.5) 式より

$$l_1 = \delta_r' (\exists \delta_h' + 1) / (\delta_r' + 1) \quad (1.12)$$

で表わされる。U 脚の起磁力 m_u は 2 個の磁路 1, 2 に並列に印加される。

V, W 脚についても同様である。各磁路の起磁力を m_1, m_2, m_3 とすれば

$$m_1 = m_u - m_w$$

$$m_2 = m_v - m_u$$

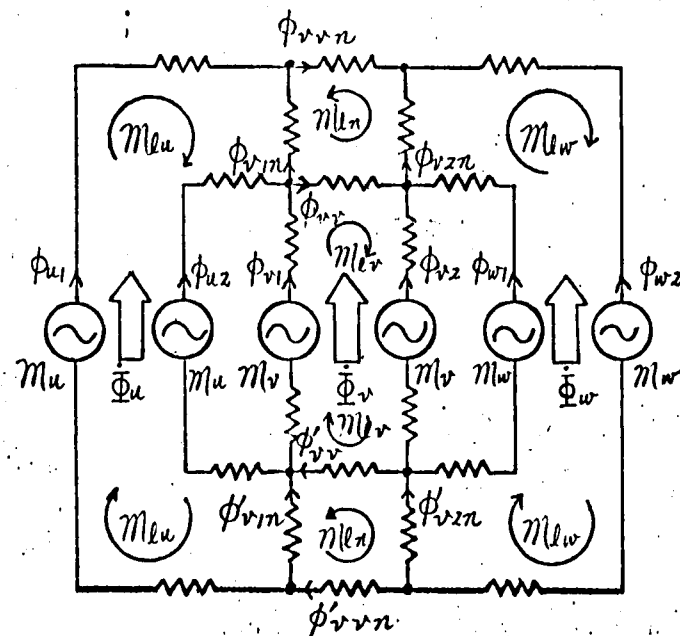
$$m_3 = m_w - m_v$$

ゆえに

$$m_1 + m_2 + m_3 \equiv 0$$

(1.13)

才 1.6 図 (C) は C 10 形鉄心の上部のみの簡略等価回路で、芯突は等価回路は才 1.7 図のようになる。芯突は等価回路の $\phi'_{vu}, \phi'_{vn}, \phi'_{vz}$ だが、それぞれ $\phi_{vu}, \phi_{vn}, \phi_{vn}, \phi_{vz}$ に等しいことが証明できれば、才 1.6 図 (C) の下部は、上部と同じと考えてよい。しかるにこのことは回路の対称性から自明である。よって、今後は 1.6 図 (C) の下半分は上半分と同じとの前提のもとに、簡略等価回路で検討をすすめることにする。なお、才 1.7 図で磁束 $\phi_{vu}, \phi'_{vu}, \phi_{vn}, \phi'_{vn}$ の通る磁路の充てん率は 1 とし、磁束 $\phi_{vn}, \phi'_{vn}, \phi_{vz}, \phi'_{vz}$ の通る磁路の充てん率は δ_s とする。



才 1.7 図 C 10 形鉄心の芯突は等価回路

U 脚外側磁路長 l_{u1} , 内側磁路長 l_{u2} , V 脚磁路長 l_v , 逆折部の磁路

長 l_n はそれぞれ (1.14) ~ (1.17) 式で求められる。

$$l_{u1} = \{ \delta_{ra} (2 + 5 \delta_r) - 2 \} / 12 \quad (1.14)$$

$$l_{u2} = \{ \delta_{ra} (10 + \delta_r) - 10 \} / 12 \quad (1.15)$$

$$l_{v1} = \{ \delta_{ra} (2 - \delta_r) + 10 \} / 12 \quad (1.16)$$

$$l_n = \{ 2 - \delta_{ra} (2 - \delta_r) \} / 12 \quad (1.17)$$

オ 1.6 図 (d) は (c) 図の場合と同様で、C 20 形鉄心の簡略等価回路である。各脚の磁路長はすべて等しく l_{v1} で、その値は (1.16) 式で示される。また、連結部の磁路長 l_n は (1.17) 式で、U, V 脚間のヨーク磁路長 l_{uv} は (1.18) 式で求められる。

$$l_{uv} = \{ \delta_{ra} (4 + \delta_r) - 10 \} / 6 \quad (1.18)$$

磁束 ϕ_{uu} , ϕ_{u2n} , ϕ_{v1n} , ϕ_{v2n} , ϕ_{ww} , ϕ_{w1n} の通る磁路の充てん率は δ_s とし、その他の磁路の充てん率は 1 とする。

磁路の記号のつけ方は次のように決める。U, V, W 脚については、左側の磁路を 1, 右側の磁路を 2 とし、 ϕ_{u1} , ϕ_{u2} , ϕ_{v1} , ϕ_{v2} , ϕ_{w1} , ϕ_{w2} のように表わす。ヨークについては、ダクトより下側では脚記号を使って ϕ_{uu} , ϕ_{uv} , ϕ_{vv} , ϕ_{vw} , ϕ_{ww} のように表わし、ダクトより上側ではそれに n をつける ϕ_{u1n} , ϕ_{v1n} , ϕ_{w1n} と表わす。ヨークダクトの連結部については、脚の磁路記号に n をつける ϕ_{u2n} , ϕ_{v2n} , ϕ_{w2n} と表わす。

磁束の正方向は、V 脚上部へ向う方向を正にとると、後で整理する場合に对称性その他の点で都合がいいのでそのように決める。以上の考え方は C 10 形鉄心にも適用される。

オ 1.6 図 (e) の R 6 形鉄心等価回路において、R 3 形鉄心に相当する磁路は、赤字 r_1 , r_2 , r_3 で表示する。また、B 形鉄心に相当する磁路は、赤字 h_1 , h_2 , h_3 で示す。磁束の正方向は、それぞれ対応する形の鉄心と同方向にとる。磁路長 $l_{uv} = 1$ と正規化すれば、磁路長

l_{au} , l_{aw} は (1.6) 式より

$$l_{au} = l_{aw} = \hat{\lambda}_a \quad (1.19)$$

また、磁路長 l_{r1} , l_{r2} , l_{r3} は (1.20) ~ (1.21) 式で求められる。

$$l_{r1} = 2[\hat{\lambda}_a\{\hat{\lambda}_c(2\hat{\lambda}_r - 1) + 3\hat{\lambda}_r\} + \hat{\lambda}_c] / \{3(\hat{\lambda}_c + 2)\} \quad (1.20)$$

$$l_{r2} = l_{r3} = [\hat{\lambda}_a\{\hat{\lambda}_c(5 - \hat{\lambda}_r) + 6\} - 2\hat{\lambda}_c] / \{3(\hat{\lambda}_c + 2)\} \quad (1.21)$$

ここで、 $\hat{\lambda}_c$ はオ 1.1 図 (c) を参照して

$$\hat{\lambda}_c = C_a / C_r \quad (1.22)$$

2.2 基礎方程式

オ 1.6 図の等価回路の各接続点および、各網目にキルヒホッフのオ 1, オ 2 法則を適用することにより (1.23) ~ (1.62) 式が得られる。

2.2.1 R3 形鉄心

脚磁束の瞬時値 ϕ_u , ϕ_v , ϕ_w と磁路磁束 ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 の間には次の関係式が成立する。各磁路の断面積を 1 に正規化しているので、 ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 は磁束密度の瞬時値 h_1 , h_2 , h_3 と等価である。

$$h_2 = h_1 - \phi_u \quad (1.23)$$

$$h_3 = h_1 + \phi_w \quad (1.24)$$

キルヒホッフのオ 2 法則と (1.8), (1.9), (1.13) 式より

$$\hat{\lambda}_r \cdot f(h_1) + f(h_2) + f(h_3) \equiv 0 \quad (1.25)$$

2.2.2 C10 形鉄心

(1.23), (1.24) 式に対応して (1.26), (1.27) 式が成立する。

$$h_{u2} = \phi_u - h_{u1} \quad (1.26)$$

$$h_{v2} = \phi_v - h_{v1} \quad (1.27)$$

各接続点において (1.28) ~ (1.31) 式が成立する。

$$b_{vv} = b_{v1} + b_{v2} - \gamma'_s \cdot b_{v1n} \quad (1.28)$$

$$b_{vvn} = b_{u1} + \gamma'_s \cdot b_{v1n} \quad (1.29)$$

$$b_{w1} = -b_{v2} - b_{vv} + \gamma'_s \cdot b_{v2n} \quad (1.30)$$

$$b_{w2} = -b_{vvn} - \gamma'_s \cdot b_{v2n} \quad (1.31)$$

各網目回路に対し (1.32) ~ (1.35) 式が成立する。

$$M_{lu} = l_{u1} \cdot f(b_{u1}) - l_{u2} \cdot f(b_{u2}) - 2l_n \cdot f(b_{v1n}) \equiv 0 \quad (1.32)$$

$$M_{lv} = l_{v1} \{f(b_{v1}) - f(b_{v2})\} + 2l_n \cdot f(b_{vv}) \equiv 0 \quad (1.33)$$

$$M_{ln} = f(b_{vv}) - f(b_{vvn}) - f(b_{v1n}) + f(b_{v2n}) \equiv 0 \quad (1.34)$$

$$M_{lw} = l_{w2} \cdot f(b_{w1}) - l_{w1} \cdot f(b_{w2}) + 2l_n \cdot f(b_{v2n}) \equiv 0 \quad (1.35)$$

2.2.3 C20形鉄心

脚磁束と磁路磁束の関係より

$$b_{u2} = \phi_u - b_{u1} \quad (1.36)$$

$$b_{v2} = \phi_v - b_{v1} \quad (1.37)$$

$$b_{w2} = \phi_w - b_{w1} \quad (1.38)$$

各接線点において (1.39) ~ (1.47) 式が成立する。

$$b_{u1n} = b_{u1} - \gamma'_s \cdot b_{uu} \quad (1.39)$$

$$b_{uv} = b_{u2} + \gamma'_s (b_{uu} - b_{u2n}) \quad (1.40)$$

$$b_{urn} = b_{u1n} + \gamma'_s \cdot b_{u2n} \quad (1.41)$$

$$b_{vv} = b_{v1} + b_{uv} - \gamma'_s \cdot b_{v1n} \quad (1.42)$$

$$b_{vvn} = b_{urn} + \gamma'_s \cdot b_{v1n} \quad (1.43)$$

$$b_{wv} = -b_{v2} - b_{vv} + \gamma'_s \cdot b_{v2n} \quad (1.44)$$

$$b_{wvn} = -b_{vvn} - \gamma'_s \cdot b_{v2n} \quad (1.45)$$

$$b_{ww} = b_{win} + (b_{wv} - b_{w1}) / \gamma_s^1 \quad (1.46)$$

$$b_{wzn} = b_{wvn} - \gamma_s^1 \cdot b_{win} \quad (1.47)$$

各網目回路に於て (1.48) ~ (1.55) 式が成立する。

$$M_{lu} = l_{v1} \{f(b_{u1}) - f(b_{u2})\} + 2l_n \cdot f(b_{uu}) \equiv 0 \quad (1.48)$$

$$M_{lun} = f(b_{uu}) - 2f(b_{uin}) + f(b_{uzn}) \equiv 0 \quad (1.49)$$

$$M_{lur} = l_{uv} \{f(b_{urn}) - f(b_{ur})\} + l_n \{f(b_{uzn}) - f(b_{vin})\} \equiv 0 \quad (1.50)$$

$$M_{lv} = l_{v1} \{f(b_{v1}) - f(b_{v2})\} + 2l_n \cdot f(b_{vv}) \equiv 0 \quad (1.51)$$

$$M_{lvn} = f(b_{vv}) - f(b_{vvn}) - f(b_{vin}) + f(b_{vzn}) \equiv 0 \quad (1.52)$$

$$M_{lwr} = l_{uv} \{f(b_{wr}) - f(b_{wvn})\} + l_n \{f(b_{vzn}) - f(b_{win})\} \equiv 0 \quad (1.53)$$

$$M_{lw} = l_{v1} \{f(b_{w1}) - f(b_{w2})\} - 2l_n \cdot f(b_{ww}) \equiv 0 \quad (1.54)$$

$$M_{lwn} = -f(b_{ww}) + 2f(b_{wzn}) - f(b_{win}) \equiv 0 \quad (1.55)$$

2.2.4 Rb形鉄心

脚断面積を2に正規化していることを念頭に置き、磁路磁束密度 b_{r1} , b_{r2} , b_{uv} が既知と仮定して磁路磁束密度 b_{r2} , b_{uu} , b_{ww} をオールのポットの方法1法則より求めると

$$b_{r2} = b_{r1} - \gamma_s^1 \cdot b_{uv} + \phi_v / \rho_r \quad (1.56)$$

$$b_{uu} = (b_{r2} - b_{r1}) / \gamma_s^1 - b_{uv} - \phi_w / \rho_u \quad (1.57)$$

$$b_{ww} = -(b_{r2} - b_{r1}) / \gamma_s^1 + \phi_w / \rho_w \quad (1.58)$$

よって,

$$\gamma_s^1 = \rho_u / \rho_r \quad (1.59)$$

また,

$$l_{r1} \cdot f(b_{r1}) - \gamma_u^1 \{f(b_{uu}) - f(b_{ww})\} \equiv 0 \quad (1.60)$$

$$b_{r2} \cdot f(b_{r2}) + f_a \cdot f(b_{au}) - f(b_{av}) = 0 \quad (1.61)$$

$$b_{r3} \cdot f(b_{r3}) + f(b_{av}) - f_a \cdot f(b_{aw}) = 0 \quad (1.62)$$

脚磁束 ϕ_u , ϕ_v , ϕ_w が与えられると, 各鉄心についての前記非線形連立方程式を解くことにより各磁路の磁束波形が求められる。いま, U脚の印加電圧 e_u を

$$e_u = E \sin \omega t \quad (1.63)$$

とすれば,

$$\phi_u = 2 B_m \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (1.64)$$

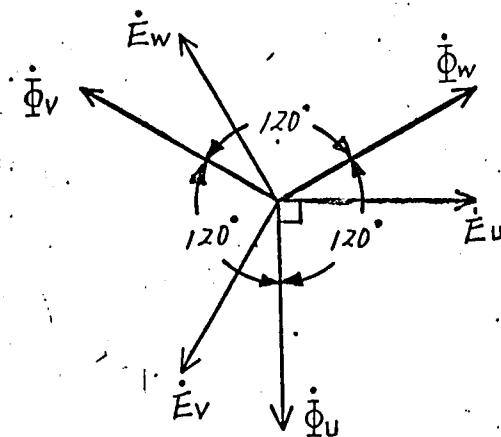
ただし, B_m は最大磁束密度で, 巻数を N とすれば

$$B_m = \frac{E}{2\omega \cdot N} \quad (1.65)$$

同様に, V, W脚の磁束 ϕ_v , ϕ_w は

$$\left. \begin{aligned} \phi_v &= 2 B_m \sin(\omega t - 210^\circ) \\ \phi_w &= 2 B_m \sin(\omega t + 30^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (1.66)$$

U脚の印加電圧 \dot{E}_u を基準ベクトルとして, 印加電圧と脚磁束のベクトル図をオ 1.8 図に示す。



オ 1.8 図 印加電圧と脚磁束のベクトル図

第3章 線形解

非線形解を求めるに際し、線形解で大抵の傾向を理解しておくことは有益である。また線形解と非線形解の差を明確にしておくことも重要と考える。そこで、本章では磁化曲線が(1.10)式を満足すると仮定してこれを前章の基礎方程式群に代入することにより線形解を求める。本章の計算は相当手数を要するので、大抵の電子計算機の助けを借りて計算した。

3.1 磁路磁束密度の計算

線形であるから本節ではベクトル法を採用し、U脚の印加電圧 \dot{E}_u を基準ベクトルにとる。

3.1.1 R3形鉄心

(1.9), (1.10), (1.23), (1.24)式を(1.25)式に代入して B_1 を求め、それを(1.23), (1.24)式に代入することにより各磁路の磁束密度 $\dot{B}_1, \dot{B}_2, \dot{B}_3$ が求められる。すなわち、

$$\dot{B}_1 = \{2\sqrt{3}/(\delta_r + 2)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j90^\circ} \quad (1.67)$$

$$\dot{B}_2 = \{2\sqrt{\delta_r^2 + \delta_r + 1}/(\delta_r + 2)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j(120^\circ + \theta)} \quad (1.68)$$

$$\dot{B}_3 = \{2\sqrt{\delta_r^2 + \delta_r + 1}/(\delta_r + 2)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j(270^\circ - \theta)} \quad (1.69)$$

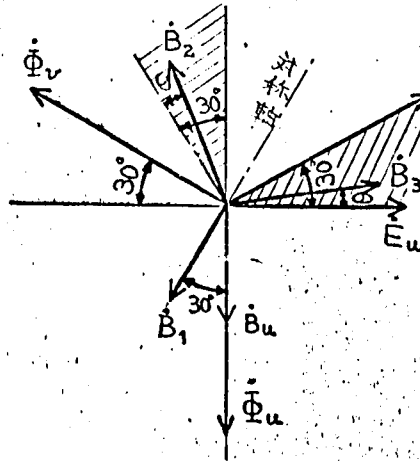
ただし、

$$\theta = \tan^{-1}(\delta_r - 1)/\{\sqrt{3}(\delta_r + 1)\} \quad (< 30^\circ) \quad (1.70)$$

$$B_u = B_m \quad (1.71)$$

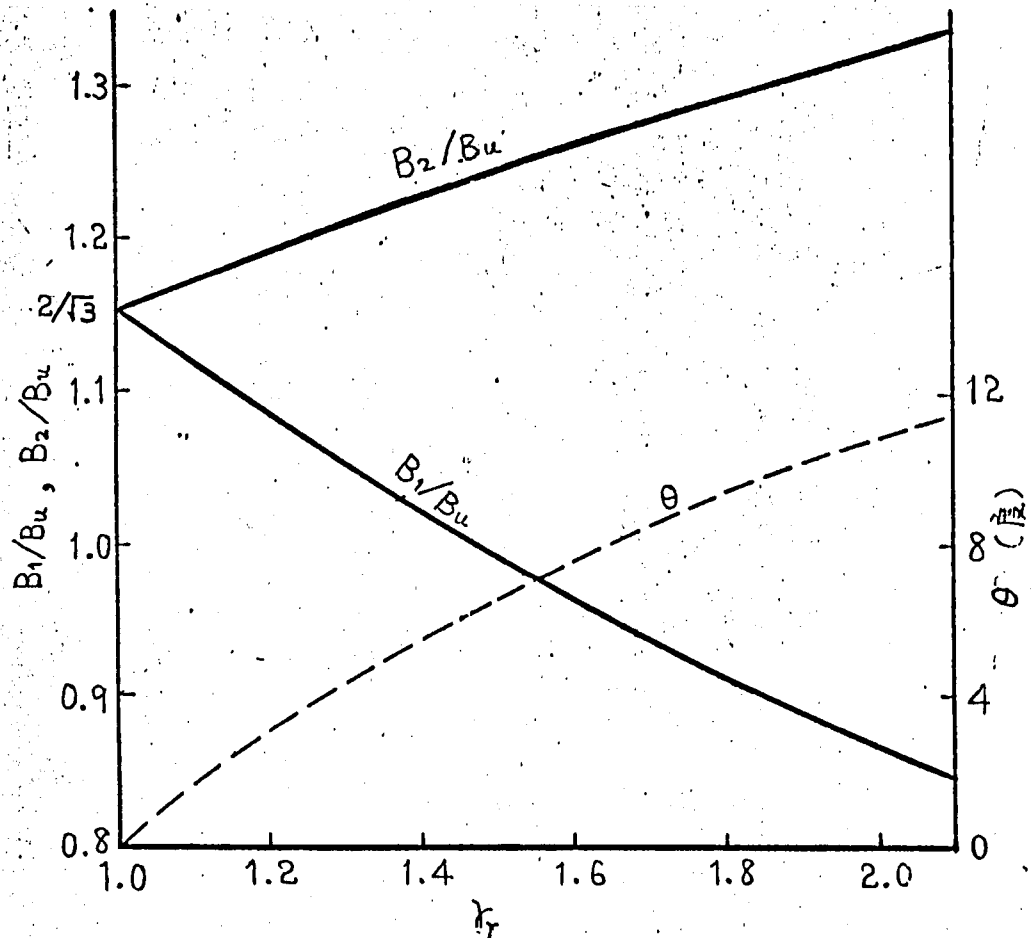
オ1.9図に各脚の磁路磁束のベクトル図を示す。 \dot{B}_u はU脚磁束密度で、その振幅は(1.65)式で求められ、またその位相角は(1.64)式より -90° となる。

回路の対称性から考えれば当然のことながら \dot{B}_1 の位相角は -120° 一定で、また \dot{B}_2 と \dot{B}_3 の振幅は等しく、その位相は -120° (\dot{B}_1 の位相角)を対



オ1.9 図 R3 形鉄心のベクトル図

称軸として同じ角度にある。磁路長比が $\rho = 1 \sim \infty$ の変化をした場合、 θ は斜線の範囲を移動する。オ1.10 図に磁路長比 ρ と磁路磁束密度 B_1 , B_2 , 位相変化 θ の関係を示す。R3 形鉄心においては、磁路長比 ρ は



オ1.10 図 R3 形鉄心の各磁路磁束密度と位相変化

脚注 * B_2/B_1 と ρ の関係については付録 1.1 参照。

磁束分岐に因于しない。これが鉄心寸法を表示するパラメータに於て、 α を選んだ理由の一つである。

各磁路の磁路長がすべて等しい時、すなわち $\alpha = 1$ の時には、各磁路の磁束密度はすべて等しく、脚磁束密度の $2/\sqrt{3}$ ($=1.155$) 倍になり、またその位相は 120° づつの差をもっている。 α が増加すると内側磁路の磁束密度は増大し、外側磁路の磁束密度は減少するが、その変化割合は B_1 の方が大きい。従って、 B_2 , B_3 間の相差角は次第に減少する。

各磁路の磁束密度が脚磁束密度に対しこのように変化するという事実は、当然のことながら、単一磁路からなる第 1.1 図 (a) の E 形鉄心とは異なった鉄損値を示すことを予想させる。

前述のように Arnold, Küchler 等は、磁路磁束密度が脚磁束密度の 15% 増しになると称しているが、これは $\alpha = 1$ の場合の語であって、実際の三相変圧器では α が 1 になることは絶対にあり得ない。

3.1.2 C10 形鉄心

(1.9), (1.10), (1.26) ~ (1.35) 式より各磁路の磁束密度 B_{u1} , B_{u2} , B_{v1} , B_{v1n} , B_{vvn} , B_{vv} は

$$\dot{B}_{u1} = \{2\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_1 \cdot a_2} B_u / (l_{eu} \cdot \Delta)\} \varepsilon^{j\{\tan^{-1}\{(2a_1 + a_2)/\sqrt{3}a_2\} - 180\}^\circ} \quad (1.72)$$

$$\dot{B}_{u2} = \left\{ \sqrt{(2a_1 + a_2 - 2l_{eu} \cdot \Delta)^2 + 3a_2^2} B_u / (l_{eu} \cdot \Delta) \right\} \varepsilon^{j \cdot \tan^{-1}\{(2a_1 + a_2 - 2l_{eu} \cdot \Delta)/(\sqrt{3}a_2)\}} \quad (1.73)$$

$$\dot{B}_{v1} = \sqrt{\phi_{lv}^2 - 2\sqrt{3} \phi_{lv} \cdot B_u + 4B_u^2} \varepsilon^{j\{\tan^{-1}(\sqrt{3} - 4B_u/\phi_{lv}) + 180\}^\circ} \quad (1.74)$$

$$\dot{B}_{v1n} = \left\{ \sqrt{R_{n1}^2 + X_{n1}^2} / \delta_s' \right\} \varepsilon^{j\{\tan^{-1}(X_{n1}/R_{n1}) + 180\}^\circ} \quad (1.75)$$

$$\dot{B}_{vvn} = \{4\sqrt{3} l_n (l_{eu} \cdot l_{v1} \cdot \delta_s' + l_{lv} \cdot l_{u2}) B_u / (\Delta \cdot \delta_s')\} \varepsilon^{-j120^\circ} \quad (1.76)$$

$$\dot{B}_{vv} = (\phi_{lv} - B_{vvn}) \varepsilon^{-j120^\circ} \quad (1.77)$$

こゝで、

$$\phi_{lv} = 2\sqrt{3} [l_{v1} \{l_{eu} \cdot l_{en} - 8(l_n/\delta_s')^2\} + 4l_{u2} \cdot l_n^2 / \delta_s'] B_u / \Delta \quad (1.78)$$

$$a_1 = l_{u2} \{ l_{eu} (l_{ev} \cdot l_{en} - 4l_n^2) - 4l_{ev} (l_n / \delta_s')^2 \} + 4l_{eu} \cdot l_{v1} \cdot l_n^2 / \delta_s' \quad (1.79)$$

$$a_2 = 4l_n^2 (\delta_s' \cdot l_{eu} \cdot l_{v1} + l_{ev} \cdot l_{u2}) / \delta_s'^2 \quad (1.80)$$

$$\Delta = l_{eu} (l_{ev} \cdot l_{en} - 4l_n^2) - 8l_{ev} \cdot l_n^2 / \delta_s'^2 \quad (1.81)$$

$$l_{eu} = l_{u1} + l_{u2} + 2l_n / \delta_s' \quad (1.82)$$

$$l_{ev} = 2(l_{v1} + l_n) \quad (1.83)$$

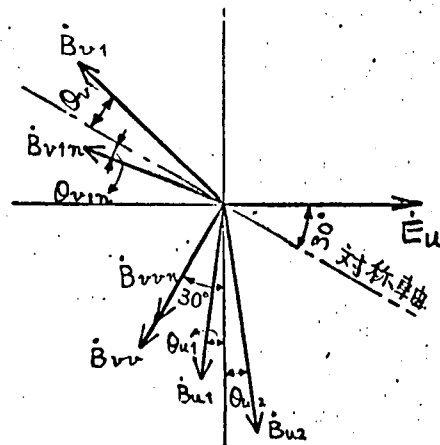
$$l_{en} = 4l_n (1 + \delta_s') / \delta_s' \quad (1.84)$$

$$R_{n1} = B_{rvn} / 2 - \sqrt{3} a_2 \cdot B_u / (l_{eu} \cdot \Delta) \quad (1.85)$$

$$X_{n1} = \sqrt{3} B_{rvn} / 2 - (2a_1 + a_2) / (l_{eu} \cdot \Delta) \quad (1.86)$$

上式において， ϕ_{ev} はオ 1.6 図 (C) で V 脚の網目 M_{ev} を循環する磁束の絶対値を表わしている。ちなみに，計算の結果によれば ϕ_{ev} の位相角は -120° である。また， l_{eu} ， l_{ev} はそれぞれ U，V 脚の網目 M_{eu} ， M_{ev} の等価磁路長を， l_{en} は網目 M_{en} の等価磁路長を表わしている。

これらの式の一般的性質を視察により知ることは困難なので，計算機解の結果からオ 1.11 図のベクトル図を描いた。回路の対称性から明らかによ



オ 1.11 図 C10 形鉄心のベクトル図

うに \dot{B}_{w2} , \dot{B}_{w1} , \dot{B}_{v2} , \dot{B}_{v1n} は 150° ($\dot{\Phi}_v$ の位相角) と対称軸とし
て, それぞれ \dot{B}_{u1} , \dot{B}_{u2} , \dot{B}_{v1} , \dot{B}_{v1n} に相對するのでこれらの図は省略
した。また, \dot{B}_{v2} , \dot{B}_{v1n} の位相角は -120° である。

オ 1.12 図は磁路長比 δ_r , δ_u と各磁路磁束密度の振幅, 位相変化の関
係を圖示したもので, 実線は V 脚上・下部の充まん率 δ が 0.5, 点線
は 1.0 の場合を示す。

まず, 充まん率 δ の影響についてみると, B_{u1}/B_u , B_{u2}/B_u は充
まん率が大きいほど 1 に近づくが, B_{v1}/B_u は充まん率によってほとんど
変化しない。また, 充まん率が大きくなるほど B_{v2}/B_u は減少, B_{v1n}/B_u
は増加して, 両者の差が縮小する。充まん率 δ に対する B_{v1n}/B_u は充まん
率が 2 倍になっても半減までには至らない。充まん率が増加すると θ_{u1} ,
 θ_{u2} はいずれも減少して, \dot{B}_{u1} , \dot{B}_{u2} の位相角は U 脚磁束密度 \dot{B}_u の位相
角 -90° に近づくが, θ_{v1} は充まん率によってほとんど変化しない。 θ_{v1n}
は充まん率とともに大きくなる。

次に磁路長比 δ_r , δ_u の影響についてみると, B_{u1}/B_u , B_{u2}/B_u は
 δ_r が小さく, δ_u が大きい程 1 に近づくが, B_{v1}/B_u は δ_r , δ_u によ
ってほとんど変化しない。また, δ_r が小さく, δ_u が大きいほど
 B_{v2}/B_u と B_{v1n}/B_u の差は少なくなる。 δ_r が小さく, δ_u が大きいほ
ど B_{v1n}/B_u は大きくなる。 δ_r が減少し δ_u が増加すると θ_{u1} , θ_{u2} ,
 θ_{v1} , θ_{v1n} はいずれも小さくなって, \dot{B}_{u1} , \dot{B}_{u2} の位相角は \dot{B}_u の位相
角 -90° に近づき, \dot{B}_{v1} , \dot{B}_{v1n} の位相角は V 脚の磁束密度 \dot{B}_v の位相角で
ある 150° に近づく。

(1.26) 式より

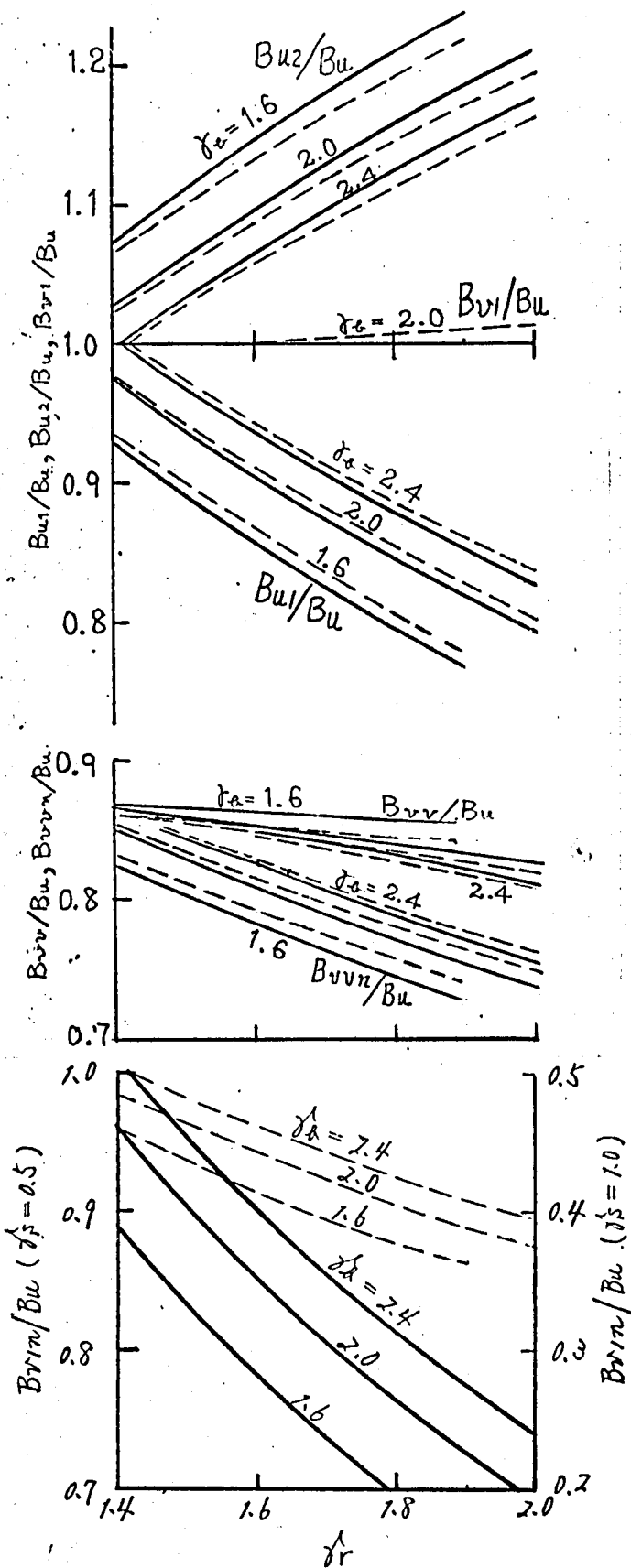
$$\theta_{u1} + \theta_{u2} = \phi_u \quad (1.87)$$

ゆえに

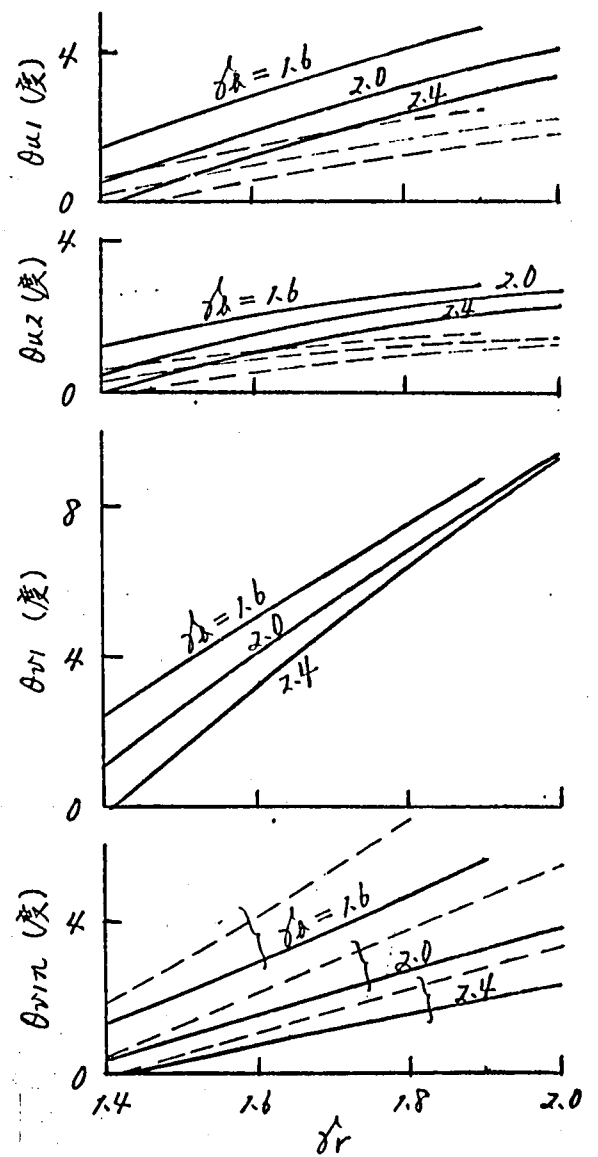
$$\dot{B}_{u1}/B_u + \dot{B}_{u2}/B_u = 2\varepsilon^{-i90^\circ} \quad (1.88)$$

\dot{B}_{u1} , \dot{B}_{u2} の位相角はほぼ -90° であるからオ 1.12 図 (a) で B_{u1}/B_u の 1
から減少量と B_{u2}/B_u の 1 からの増加量はほぼ等しくなる。

(1.28), (1.29), (1.26) 式より



(a) 振幅



(b) 位相変化

— ; $r_s/r_a = 0.5$

- - - ; $r_s/r_a = 1.0$

※ 1.12 図 C10 形鉄心の各磁路
磁束密度と位相変化*

脚注 * 磁束密度と r/r_s , r_s/r_a のより詳細な関係については付録 1.2 参照

$$b_{vv} + b_{vvn} = b_{vi} + \phi_u \quad (1.89)$$

ゆえに

$$\dot{B}_{vv}/B_u + \dot{B}_{vvn}/B_u = \dot{B}_{vi}/B_u + 2E^{-i90^\circ} \quad (1.90)$$

ところが B_{vi}/B_u は図 1.12 (a) のように 1 であり，その位相角は 150° に近い値である。一方 B_{vv} ， B_{vvn} の位相角はいずれも -120° である。したがって B_{vv}/B_u と B_{vvn}/B_u の和は $\sqrt{3}$ に近く， δ_r が小さく δ_u が大きければ $B_{vv} \div B_{vvn} \div \sqrt{3} B_u/2$ となる。

オ 1.12 図 (b) で B_{u1} の方が B_{u2} より大きい理由については 3.1.3 項で述べる。

以上を要約すると次のようになる。

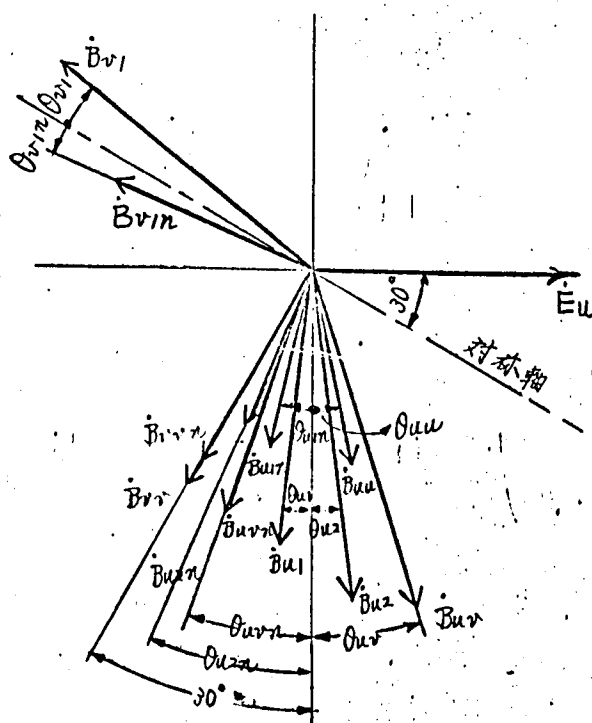
いずれの磁路についても δ_r が小さく， δ_u が大きいほど単一磁路の磁束分布に近づく。充てん率 δ を増すと， δ_r が大きくなり， δ_u が小さい時，わずかにばかり磁束分布が改善される。もう一方の直接影響のある B_{vvn} は大幅に変化するが，この部分の体積は全体のそれに比べて無視できる程度で，充てん率を増加しても特性改善効果は期待できない。磁束密度 B_{vvn} の値を他の部分と同じ位にしなければ $\delta = 0.5$ 程度にとどめておく必要があるが，最適充てん率は全鉄損を最小にする条件から決められるべきで，これについては後節で述べる。

B_{vv} の磁束密度は脚の磁束密度に近い値であるから，この部分の充てん率を 100% 以下にすることは望ましくない。

3.1.3 C20形鉄心

(1.9)，(1.10)，(1.36) ~ (1.55) 式を解けばよいのであるが，21元の連立一次方程式となり，手計算が困難なので，電子計算機により数値解析した。すなわち，(1.64)，(1.66) 式の位相角 ωt を 0.2° づつ増してこれらの連立方程式を解き，各磁路磁束の振幅および位相を求めた。その結果得られたベクトル図をオ 1.13 図に示す。この場合も C10 形の場合と同様に， \dot{B}_{w2} ， \dot{B}_{w1} ， \dot{B}_{ww} ， \dot{B}_{w2n} ， \dot{B}_{w1n} ， \dot{B}_{vv} ， \dot{B}_{vvn} ， B_{v2} ， B_{v2n} は 150° (Φ_v の位相角) を対称軸として，それぞれ \dot{B}_{u1} ， \dot{B}_{u2} ，

\dot{B}_{uu} , \dot{B}_{uin} , \dot{B}_{uzn} , \dot{B}_{ur} , \dot{B}_{urn} , \dot{B}_{ri} , \dot{B}_{rin} に対応する。もう一方 \dot{B}_{rr} , \dot{B}_{ryn} の位相角は -120° である。

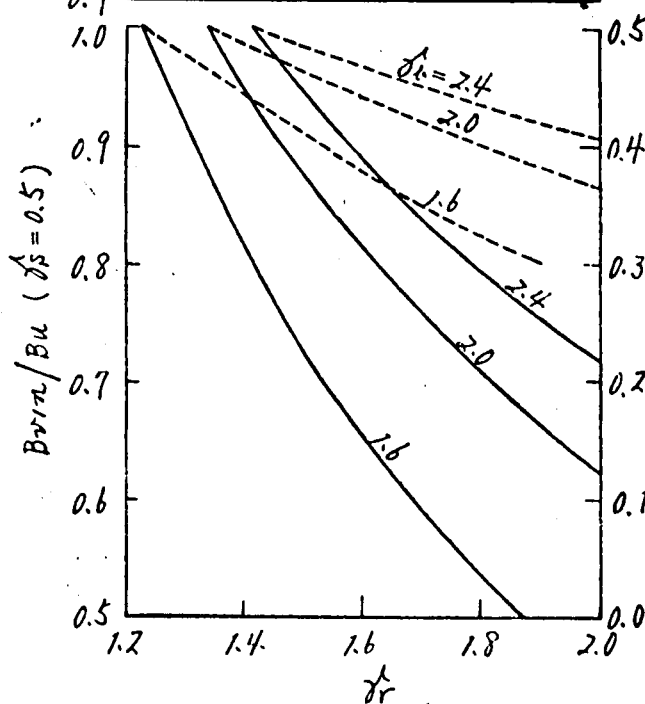
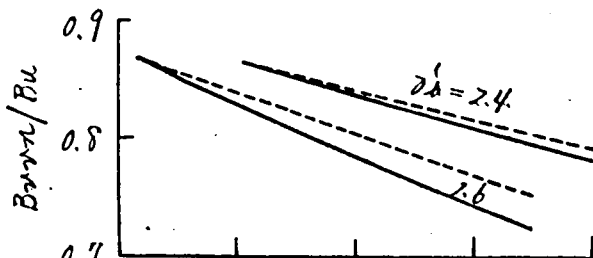
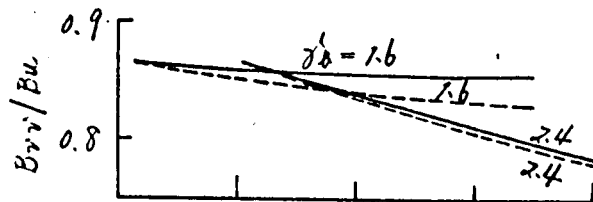
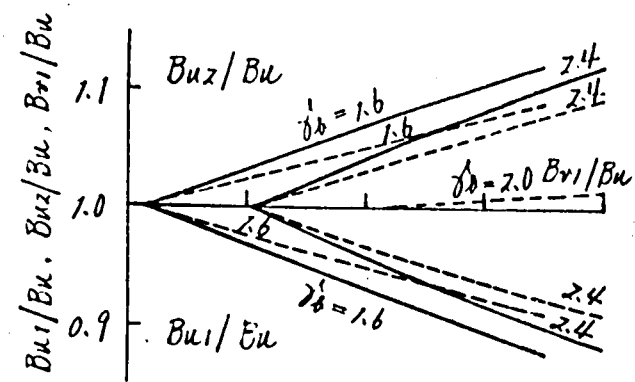


オ 1.13 図 C 10 形鉄心のベクトル図

オ 1.14 図は δ_r , δ_u と振幅, 位相変化の関係を示したもので, 実線は充てん率 $\delta_p = 0.5$, 点線は $\delta_p = 1.0$ の場合である。

B_{u1} , B_{u2} , B_{r1} , B_{rr} , B_{rin} , B_{rin} の δ_p , δ_r , δ_u による変化傾向は C 10 形と同じであるが, 特に B_{u1} , B_{u2} については磁束密度が改善されている。特に B_{rin} は C 10 形より δ_r , δ_u による変動が大きい。

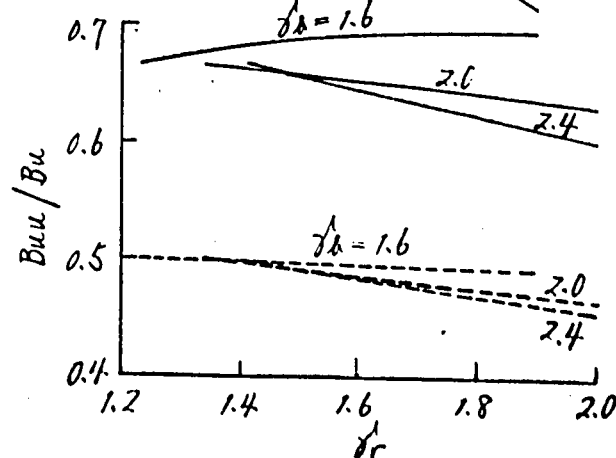
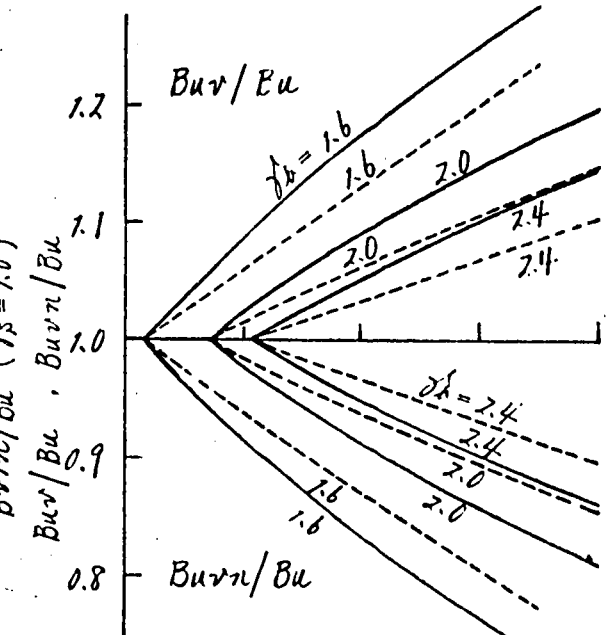
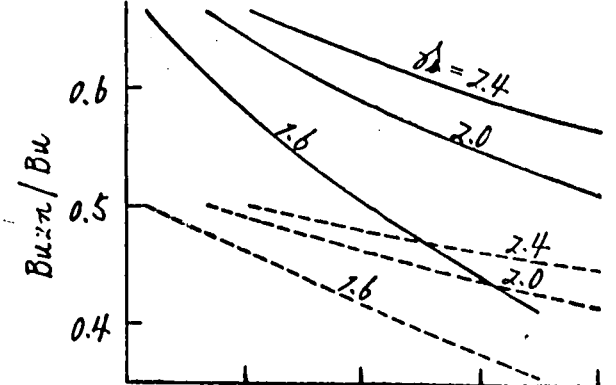
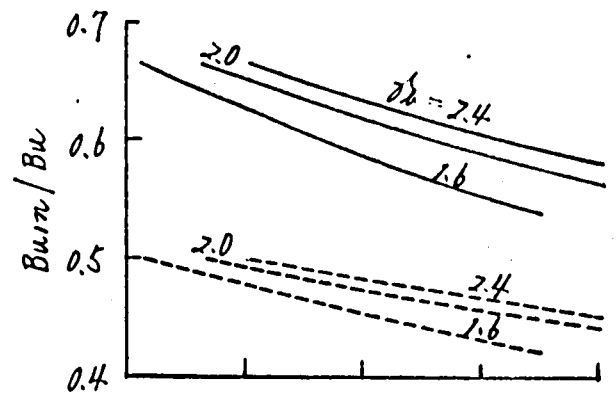
B_{urn} , B_{ur} は B_{u1} , B_{u2} と同傾向の変化をするが, B_{urn} , B_{ur} のグループは B_{u1} , B_{u2} のグループより磁束密度のアンバランスが激しい。すなわち B_{ur}/B_u の 1 からの増加量および B_{urn}/B_u の 1 からの減少量は, C 10 形の B_{u2}/B_u , B_{u1}/B_u のそれよりさらに大きい値である。 B_{uin} , B_{urin} は C 10 形鉄心の対応する部分の磁束密度 B_{u1} よりかなり小さいが, B_{ur} については δ_r が大きく δ_u が小さい場合には C 10 形の対応する部分の磁束密度 B_{u2} よりわずかに大きくなることもある。 B_{uzn} , B_{uz} は δ_p

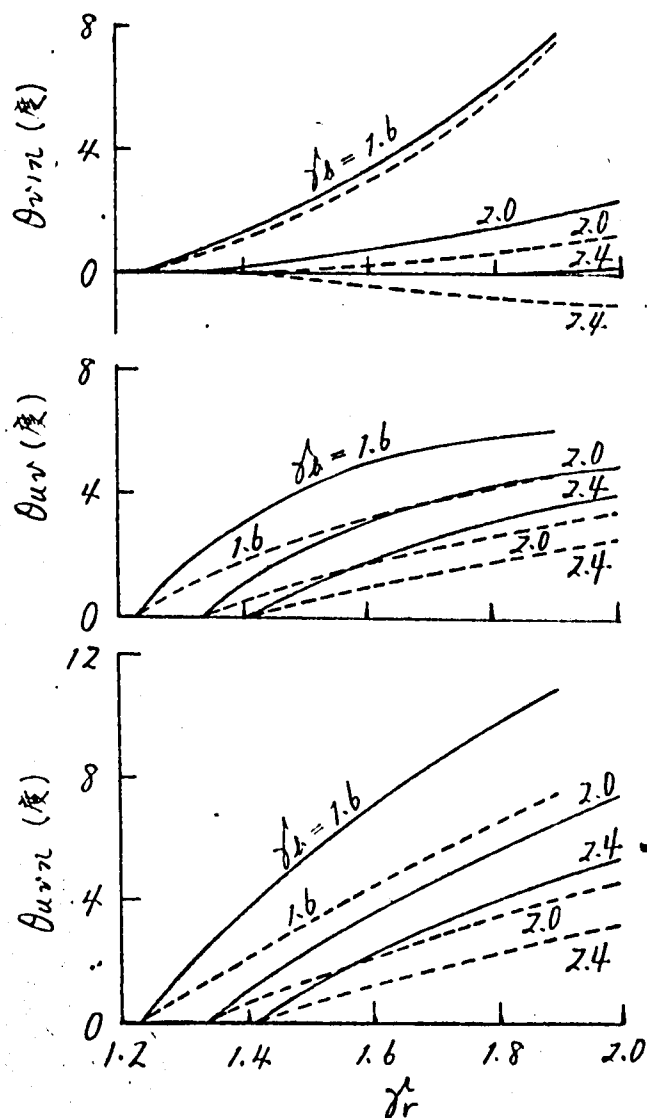


— : $\delta_s = 0.5$
 - - - : $\delta_s = 1.0$

(a) 振幅

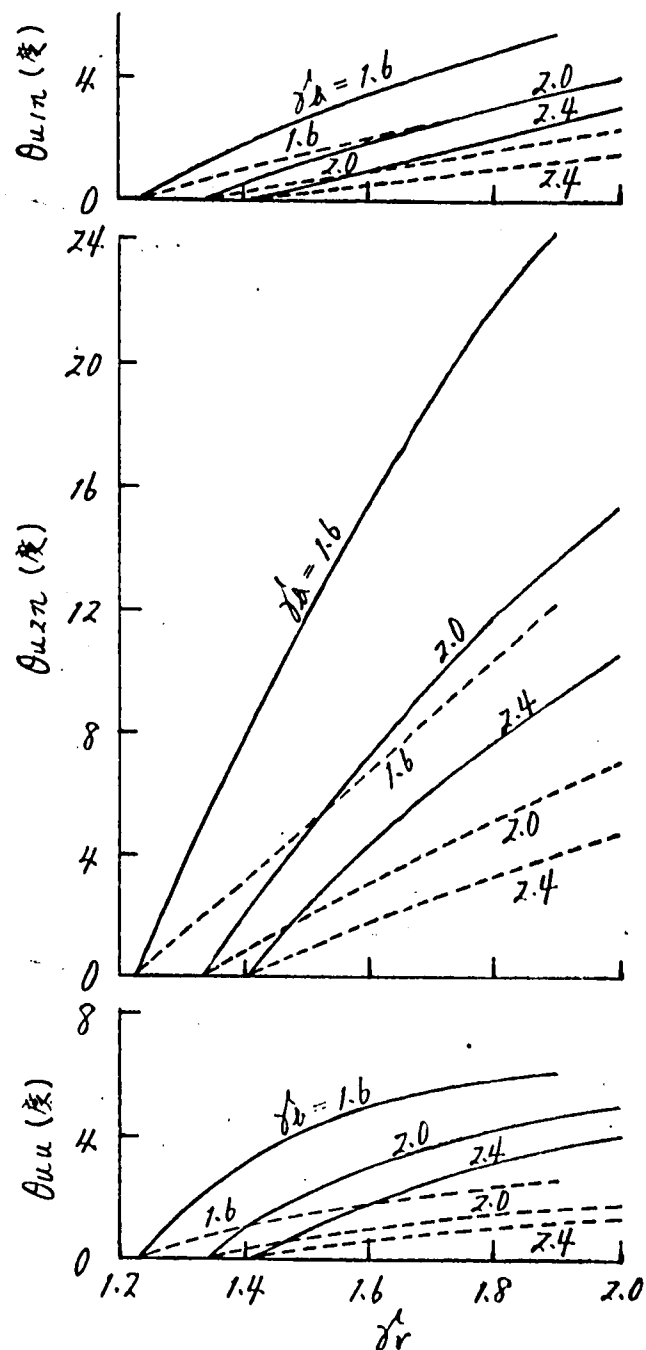
オ1・14図 C20形鉄心の各磁路
 磁束密度と位相変化





— ; $\delta_s = 0.5$
 --- ; $\delta_s = 1.0$

(表) 位相変化



才 1.14 図 C 20 形鉄心の各磁路磁束密度と位相変化

1 小さい値であるからこの部分の充てん率を大きくする必要はない、また図からわかるように充てん率を上げても磁束密度はそれほど減少しない。そのうえこの部分の積積が鉄心全体に占める割合はわずかなので、この部分の充てん率をあまり上げる必要はない。しかしながら、この部分の充てん率は B_{12} に大きな影響を及ぼす。 B_{12} は δ_b の影響が大きく、 δ_b が大きく、 δ_r が小さいほどその値は大きくなる。

脚幅 C が 0 とする極限状態においては $B_{u1}, B_{u2}; B_{v1}, B_{v2}, B_{vn}$ はすべて脚の磁束密度と等しくなる。 B_{v1n} も $\delta_s = 0.5$ ほう B_u に等しくなるが、 $\delta_s = 1.0$ ほう $0.5 B_u$ になる。また B_{v2}, B_{v2n} は $0.866 B_u$ になる。 B_{u1n}, B_{u2n}, B_{un} は $\delta_s = 0.5$ ほう $0.666 B_u$, $\delta_s = 1.0$ ほう $0.5 B_u$ となる。

いずれにしても磁束分布は $C10$ 形より改善される B 形鉄心のそれに近い。
次に、位相角について検討する。脚幅 C が 0 とする極限状態においては位相変化 $\theta_{u1}, \theta_{u2}, \theta_{v1}, \theta_{v1n}, \theta_{v2}, \theta_{v2n}, \theta_{v1n}, \theta_{u2n}, \theta_{un}$ はすべて 0° となる。 θ_{u1}, θ_{u2} の $\delta_s, \delta_r, \delta_n$ による変化傾向は、図には示してはいないが $C10$ 形鉄心と同じで、 $\delta_s = 0.5$ の場合は 1° 以下、 $\delta_s = 1.0$ の場合はほとんど 0° に近い。 θ_{v1} は $C10$ 形とほとんど同じ値である。 θ_{v1n} は $\delta_s, \delta_r, \delta_n$ が大きくなると負になる。 $\theta_{v2}, \theta_{v2n}, \theta_{v1n}, \theta_{u2n}, \theta_{un}$ はいずれも δ_r が小さく、 δ_s, δ_n が大きくなるほど 0 に近づく。特に θ_{u2n} は $\delta_s, \delta_r, \delta_n$ の影響が大きい。 $\theta_{v2n}, \theta_{v2}$ はそれぞれ $C10$ 形鉄心の θ_{u1}, θ_{u2} よりも大きく、また θ_{v2} は θ_{v2n} より小さいが、次にその理由について考察する。

以上の各形式の鉄心において、 \dot{B}_1 と $-\dot{B}_2$, \dot{B}_2 と $-\dot{B}_3$, \dot{B}_{u1} と \dot{B}_{u2} , \dot{B}_{v1} と \dot{B}_{v2} , \dot{B}_{v2} と \dot{B}_{vn} 等の振幅および位相角の間には次の関係があり、その関係は非線形の場合にも基本波磁束に対して成立する。

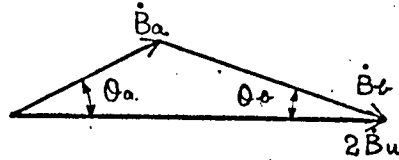
上記各磁束密度の組を \dot{B}_a, \dot{B}_n で代表して表わすと、そのベクトル和はいずれも脚磁束となる、これを $\sum \dot{B}_u$ で代表すると

$$\sum \dot{B}_u = B_a \cdot \varepsilon^{j\theta_a} + B_n \cdot \varepsilon^{j\theta_n} \quad (1.91)$$

の関係がある。ここで、ベクトルの基準はオノ図のように \dot{B}_u にとる。オノ図から次の関係式が成立する。

$$\cot \theta_n = \frac{\sum}{(B_a/B_u) \sin \theta_a} - \cot \theta_a \quad (1.92)$$

脚注。* 実際には、 B 形鉄心でも鉄心内の磁束分布は均一ではなく、巻に近い部分の磁束密度が高くなるが、これについては脚を改めて述べることにし、ここでは B 形鉄心の磁束分布は一様と仮定する。



オ 1.15 図 磁路磁束密度と脚磁束密度の関係

$$\frac{B_a/B_u}{B_a/B_u} = \sin \theta_a / \sin \theta_a \quad (1.93)$$

θ_a , θ_u が小さければ

$$\frac{B_a/B_u}{B_a/B_u} \div \theta_a / \theta_u \quad (1.94)$$

オ 1.10 , 1.12 , 1.14 図の振幅, 位相はこの (1.92) ~ (1.94) 式の関係を満足している。すなわち, V 脚については回路の対称性から $B_{v1} = B_{v2}$, $\theta_{v1} = \theta_{v2}$ が成立するので, (1.92) , (1.93) 式に代入して

$$\cos \theta_{v1} = \frac{1}{B_{v1}/B_u} \quad (1.95)$$

の関係がある。

3.1.4 R6 形鉄心

(1.9) , (1.10) ; (1.56) ~ (1.62) 式より

$$\dot{B}_{r1} = \sqrt{3} \dot{\delta}_a (\dot{\delta}_s + 2) l_{r2} \cdot B_u \cdot e^{-j120^\circ} / \{ \dot{\delta}_a (l_{r1} + 2l_{r2}) + \dot{\delta}_s' \cdot l_{r1} \cdot l_{r2} \} \quad (1.96)$$

$$\begin{aligned} \dot{B}_{r2} = & [-\sqrt{3} \{ (\dot{\delta}_a + 2) \dot{\delta}_a + \dot{\delta}_s' \cdot l_{r1} \} l_{r2} + j \{ (\dot{\delta}_a + 2) (2l_{r1} + l_{r2}) \dot{\delta}_a \\ & + \dot{\delta}_s' (2\dot{\delta}_a + 1) l_{r1} \cdot l_{r2} \}] B_u / \Delta \delta \end{aligned} \quad (1.97)$$

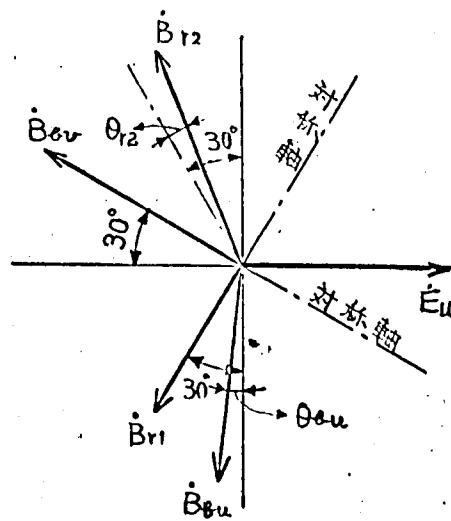
$$\begin{aligned} \dot{B}_{\Delta u} = & [\sqrt{3} (\dot{\delta}_a \cdot l_{r2} - l_{r1}) - j \{ (2l_{r1} + l_{r2}) \dot{\delta}_a + 3l_{r1} \\ & + 2\dot{\delta}_s' \cdot l_{r1} \cdot l_{r2} \}] l_{r2} \cdot B_u / \Delta \delta \end{aligned} \quad (1.98)$$

$$\dot{B}_{Ar} = (\sigma_s + 2) l_{r2} \cdot B_u \cdot e^{-210^\circ} / (\sigma_h + \sigma_s \cdot l_{r2} + 2) \quad (1.99)$$

にべし

$$\Delta_6 = 2 \{ \sigma_h (l_{r1} + 2 l_{r2}) + \sigma_s \cdot l_{r1} \cdot l_{r2} \} \{ \sigma_h + \sigma_s \cdot l_{r2} + 2 \} / (\sigma_s + 2)$$

オ 1.16 図にベクトル図を示す。 \dot{B}_{r1} と \dot{B}_{Ar} の位相角はそれぞれ -120° , 150° と一定不変であるが \dot{B}_{r2} は \dot{B}_{r1} を対称軸として \dot{B}_{r2} と相対し, \dot{B}_{Ar} は \dot{B}_{Ar} を対称軸として \dot{B}_{Au} と相対する。

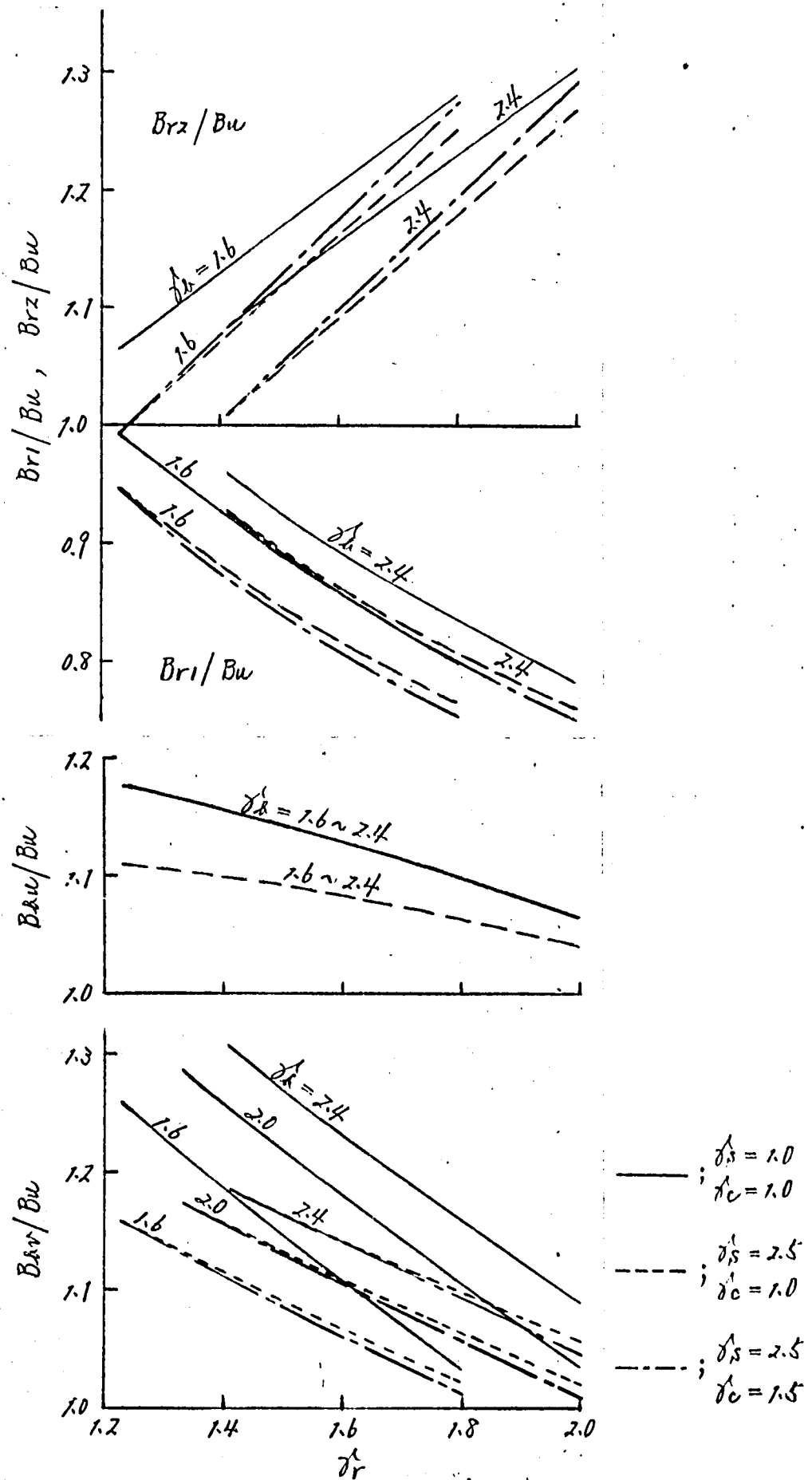


オ 1.16 図 R 6 形鉄心のベクトル図

オ 1.17 図に磁路長比 σ_r , σ_h と振幅, 位相変化の図表を示す。(a) 図で実線は寸法比 $\sigma_c = 1$, 断面積比 $\sigma_s = 1$ の場合, 点線は $\sigma_c = 1$, $\sigma_s = 2.5$, 鎖線は $\sigma_c = 1.5$, $\sigma_s = 2.5$ の場合を示す。(a) 図から B_{r1} , B_{r2} は σ_c , σ_r が小さく σ_h が大きいほど脚の磁束密度に近づくが, σ_s が大きくなると B_{r1} , B_{r2} は減少することになる。 B_{Ar} は σ_c , σ_s , σ_r が大きくなり, σ_h が小さいほど小さくなるが, B_{Au} は σ_c , σ_h にほとんど影響されないで σ_s , σ_r が増加するに反比例して減少する。

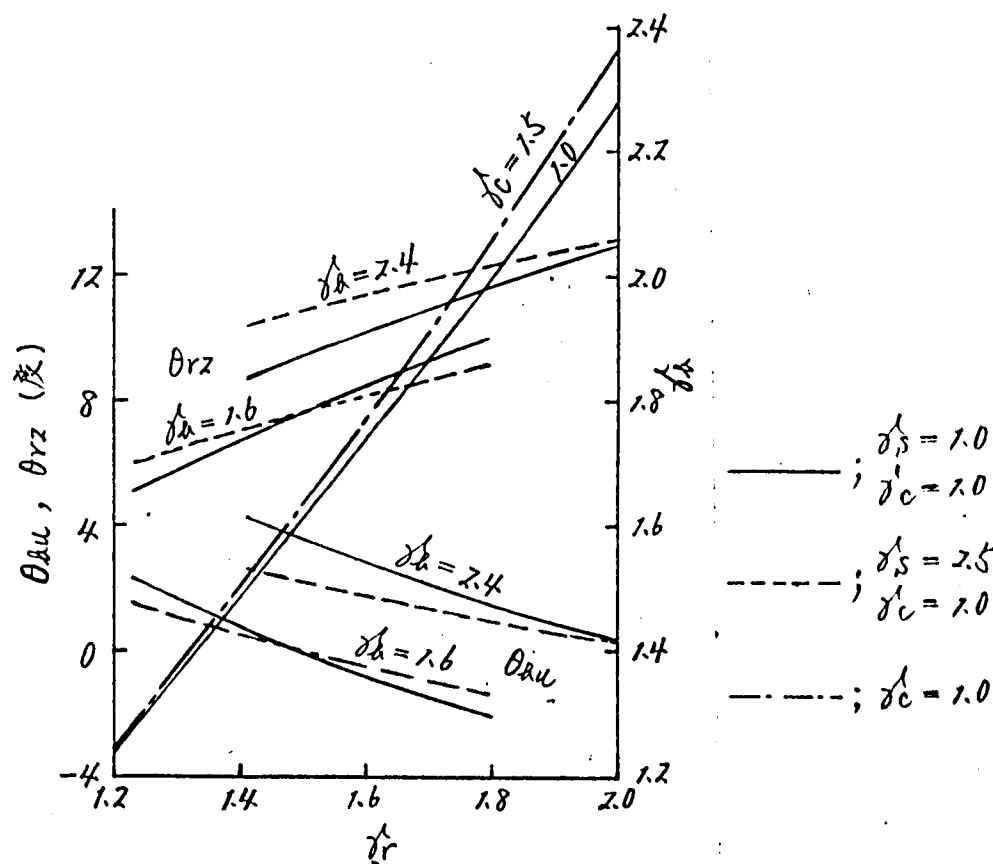
これを要するに, σ_{Au} , σ_{Ar} , σ_{Aw} の通る磁路の断面積を増加すると, これらの部分の磁束密度だけでなく, σ_{r1} , σ_{r2} , σ_{r3} の値も減少する。

(b) 図の位相変化 θ_{r2} , θ_{Au} のグラフにおいて実線は $\sigma_c = 1.0$, 点線



(a) 振幅

才 1.17 図 R 6 形鉄心の各磁路磁束密度と位相変化



(h) 位相変化および $\theta_{au}=0$ を満足する δ_r と δ_h の関係

第 1.17 図 R 6 形鉄心の各磁路磁束密度と位相変化

は $\delta_s = 2.5$ で、いずれも $\delta_c = 1.0$ の場合を示す。 θ_{rz} は R 3 形の θ より大きく、また、 δ_c , δ_r , δ_h が小さいほど小さくなるが、 δ_c による変化は微小である。 θ_{au} は δ_r が小に、 δ_h が大になるに比例して負から正に変化する。 $\theta_{au}=0$ の条件、すなわち \dot{B}_{au} が \dot{B}_u と同相になる場合の δ_r と δ_h の関係を (1.100) 式および (h) 図に示す。

$$\delta_r = \delta_h \left\{ \delta_c (5\delta_h + 3) + 6\delta_h + 2 \right\} / \left\{ \delta_c (\delta_h^2 + 5\delta_h + 2) + 6\delta_h + 2 \right\}$$

(1.100)

上式は (1.98) 式の実数部を 0 にする条件から求まる。 δ_r が (1.100) 式の値より大きい場合には、 \dot{B}_{au} は \dot{B}_u より進み位相となる。

θ_{au} の δ_c による変化はわずかである。(1.100) 式から明らかなように $\theta_{au}=0$ を満足する δ_r , δ_h の値は δ_c に左右されない。

3.1.5 R6形鉄心の断面比 δ_s, δ_c について

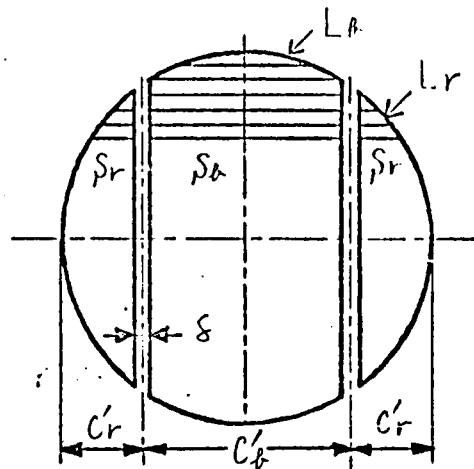
R3形鉄心は, R6形鉄心の断面比 δ_s が小さく δ_c を0としに特別の場合と考えられる。そこで, これらの条件をR6形鉄心の各式に代入して整理すると, R6形の磁路長 l_{r1}, l_{r2} の式(1.20), (1.21)はR3形の磁路長 l_1, l_2 の式(1.12), (1.11)と一致する。同様に, R6形の各磁路の磁束密度 $\dot{B}_{r1}, \dot{B}_{r2}$ の式(1.96), (1.97)はR3形の磁束密度 \dot{B}_1, \dot{B}_2 の式(1.67), (1.68)と一致する。

B形鉄心は, R6形鉄心の δ_s, δ_c を無限大としに特別の場合と考えられる。この条件をR6形鉄心の各式に代入して整理すると, R6形の各磁路の磁束密度 $\dot{B}_{au}, \dot{B}_{av}$ の式(1.98), (1.99)は次式となりB形鉄心の磁束密度と一致する。

$$\dot{B}_{au} = \dot{B}_u$$

$$\dot{B}_{av} = \dot{B}_u \varepsilon^{-\pi/120^\circ}$$

このように観点によってR6形鉄心のオ1.17図を見れば次のことがわかる。すなわち, δ_s, δ_c が小さくなると $\dot{B}_{r1}, \dot{B}_{r2}$ はオ1.10図のR3形の \dot{B}_1, \dot{B}_2 に近づく。ここで注意すべきことは δ_c だけが小さくなったのでは必ずしもこの傾向は生じないので, δ_s, δ_c が同時に小さくなる必要がある。実際の変圧器鉄心はオ1.18図に示すように円形断面に近いので, δ_s あるいは δ_c の一方のみが変化することはない。



S_a, S_r ; 各磁路の断面積

c_a, c_r ; 各磁路の幅

s ; 油道幅

L_a, L_r ; 各磁路の断面周長

$$\delta_s = S_a / S_r \quad \delta_c = c_a / c_r \quad s = 0$$

オ1.18図 鉄心の脚断面

また、 γ_s 、 γ_c が大きくなると B_{au} 、 B_{ar} は B_u に近づき、その位相変化は 0 となる。

次に、最適断面比 γ_s について考察する。実際の変圧器鉄心の断面は、はいって円に外接するく形断面の集合で形成されているが、これを近似的に円とみなして検討する。断面が円形であれば今まで考えた断面比 γ_c をそのまま適用することはできないので、オ 1.18 図に示す C_a 、 C_r を使って次式で定義した断面比 γ_c' を考える。

$$\gamma_c' = C_a / C_r \quad (2.101)$$

断面が円形であれば、 γ_s と γ_c' の間にはオ 1.19 図の関係がある。

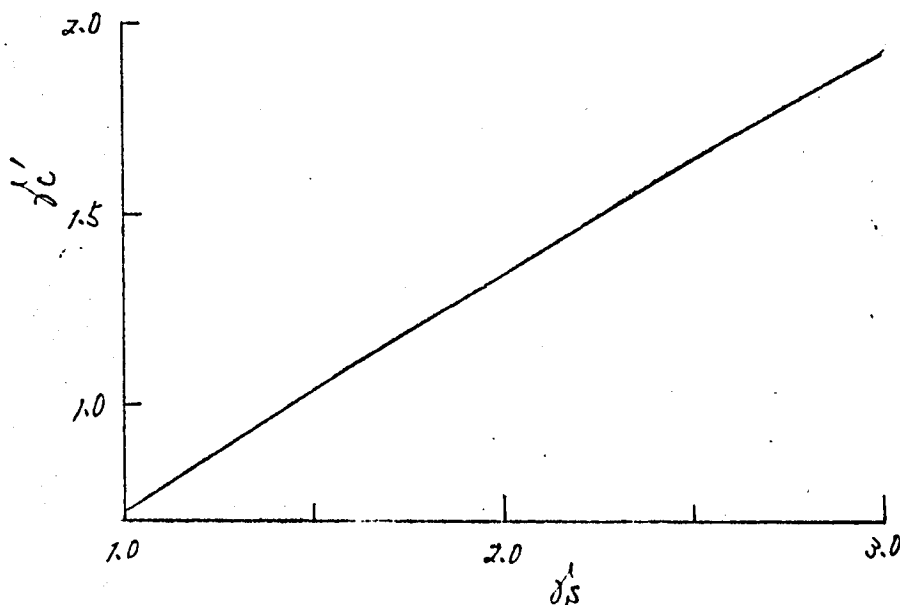
冷却の点から最適断面積比 γ_s を考えてみる。薄い鉄鋼板の層に平行な方向の熱伝導率は層に直角方向のそれの拾倍近くにもなるが、⁽¹⁰⁾ これは簡単のためすべての方向の熱伝導係数が等しいと仮定する。さらに、各磁路の単位体積当り発生損失が等しいと仮定すれば、各磁路の温度上昇を等しくするには次式の条件を満足しなければならない。

$$L_a / L_r = \gamma_s \quad (2.102)$$

ここで、 L_a 、 L_r は各磁路の断面の周長とする。(2.102) 式を満足する断面比は $\gamma_s = 1.11$ 、 $\gamma_c' = 0.8$ となる。

一方、鉄損を減少させるという観点に立てば、後述(3.2.4項参照)のように γ_s はできるだけ大きい方が望ましい。

実際の変圧器では、諸種の事情から $\gamma_s = 2.2 \sim 2.4$ 、 $\gamma_c' = 1.4 \sim 1.6$ 程度のものが多い。



オ 1.19 図 円形断面の場合の γ_s と γ_c' の関係

3.2 鉄損の計算

前節で各磁路の磁束密度は求まったが、どの形式の鉄心が一番よいかは鉄損値を比較してみなければわからない。そこで、本節では繰移の場合の各形式の鉄損計算を行なう。

正弦波を印加した場合の磁束密度 B と単位重量あたりの鉄損の関係を関数 $W(B)$ で表わせば、各形式の鉄心の鉄損と B 形鉄心の鉄損の比 α は (1.103) ~ (1.107) で与えられる。式中の B_u は脚の磁束密度を示す。すなわち、 B 形鉄心の磁束密度はすべての部分において均一であると仮定して、 α は B 形鉄心を基準として各形式の鉄心の鉄損比であるが、実際には関数 $W(B)$ としてエプスタイン試験器による鉄損測定値を利用するので、 α はエプスタイン基準の鉄損比ということになる。オズ端で述べるように B 形鉄心の鉄損はエプスタイン試験器の鉄損より多目である。

鉄損の計算は、オズ端の方法で測定した鉄損曲線 $W(B)$ をオ 1.20 図に示すように 1 ㎝ 毎の折線で計算機に記憶させて行なう。オ 1.20 図 (a) は材質が熱間圧延無方向性けい素鋼板 $S09F$ 、(b) 図は冷間圧延無方向性けい素鋼板 $S10$ 、(c) 図は冷間圧延方向性けい素鋼板 $G10$ の 50, 60 Hz における 1 ㎝ 毎の鉄損 W を示す。いずれの材質の場合も、19 ㎏ 以上の鉄損は 18, 19 ㎏ における値を直線で外そうにして、高磁束密度における鉄損の測定はきわめて困難なので、この部分についてはかなりの誤差を含いものと推定される。参考のためヒステリシス損 W_h を一点鎖線で、うず電流損 W_e を点線で、また百分率ヒステリシス損 $\eta (-W_h/W \times 100)$ を二点鎖線で記入して。

3.2.1 R3 形鉄心

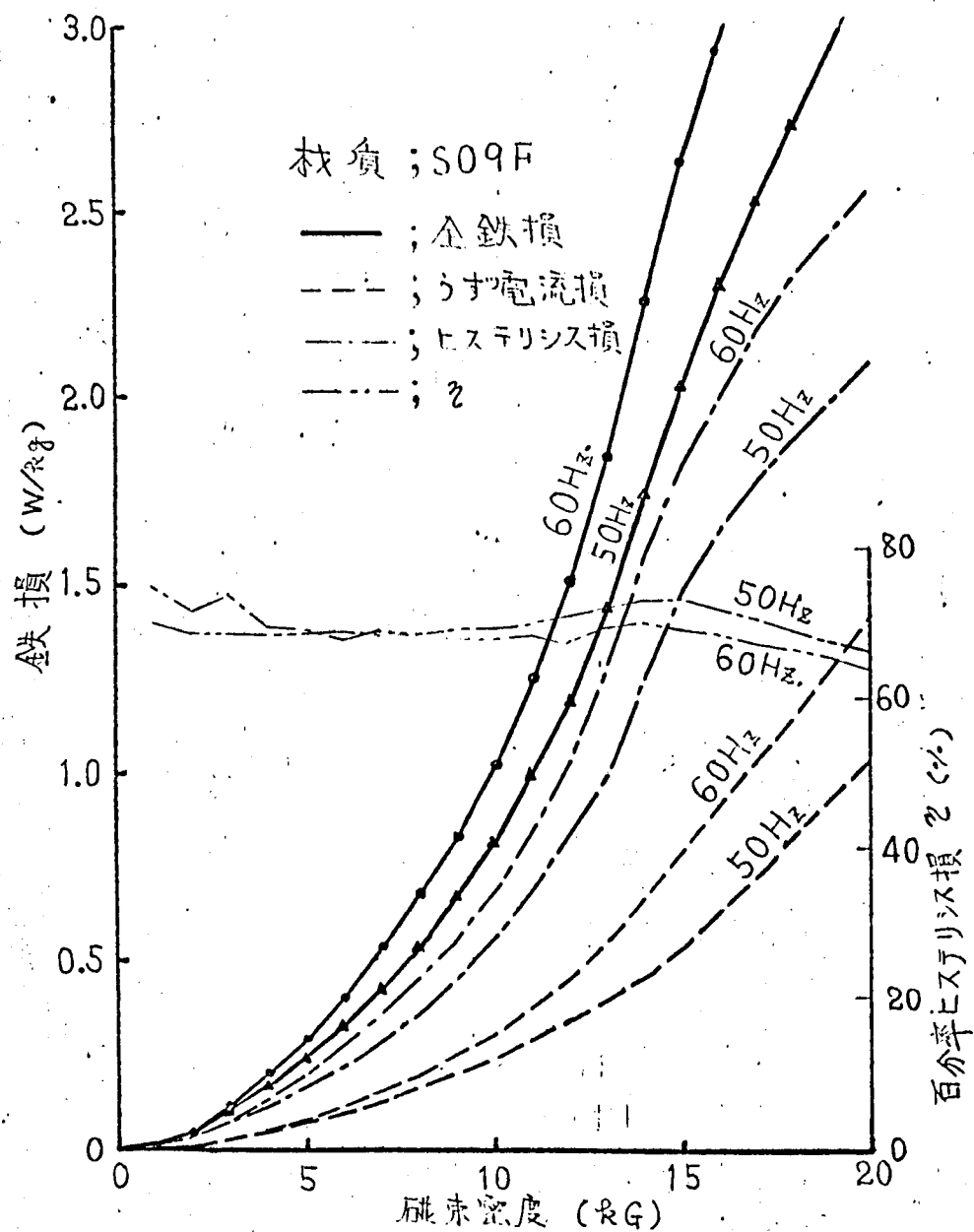
B 形鉄心との鉄損比 α はオ 1.1 図を参照して

$$\alpha = \{ \phi_r \cdot W(B_1) + 2W(B_2) \} / \{ (\phi_r + 2) W(B_u) \} \quad (1.103)$$

で表わされる。

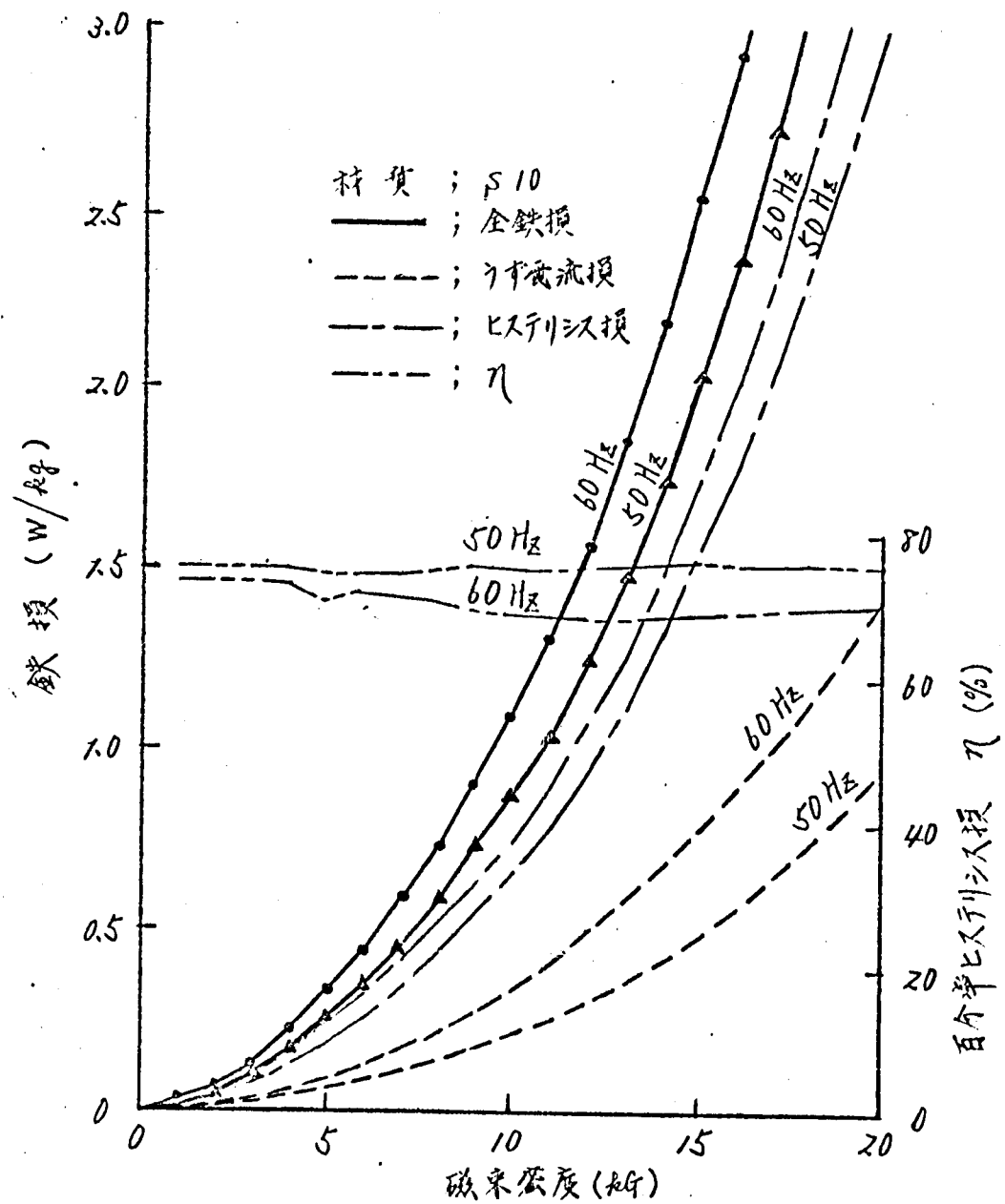
オ 1.21 図に脚磁束密度と鉄損比の関係を示す。一般的寸法の鉄心の常用磁束密度範囲での α は、 $S09F$ では 1.1 ~ 1.2, $S10$ では 1.3 ~ 1.35, $G10$ で

は1.5~1.58程度である。いずれにせよこの鉄損曲線の形状によつて大體に變化する。



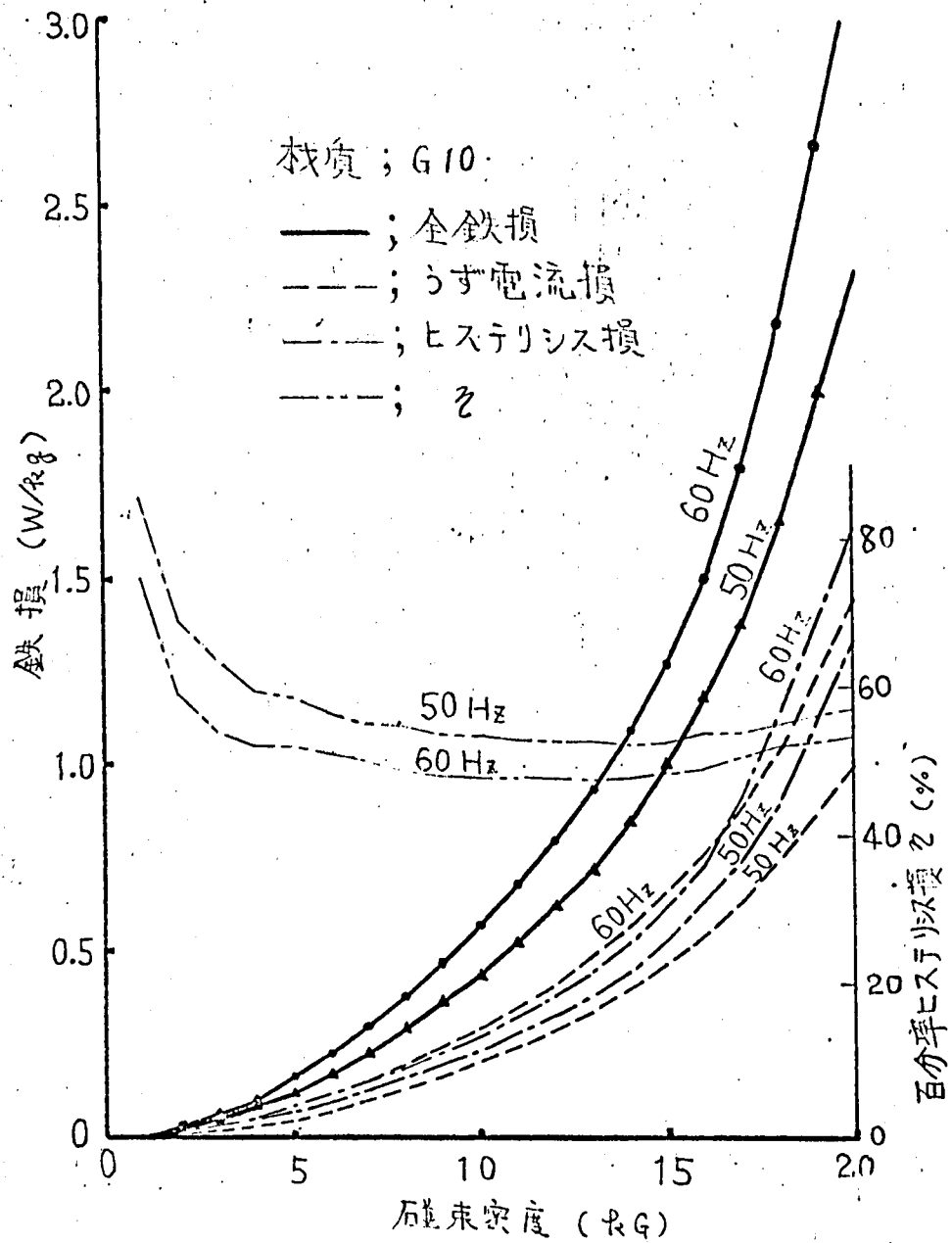
(a) 材質S09Fの場合

才1.20mm 実測鉄損 (厚さ0.35mm, 縦目)



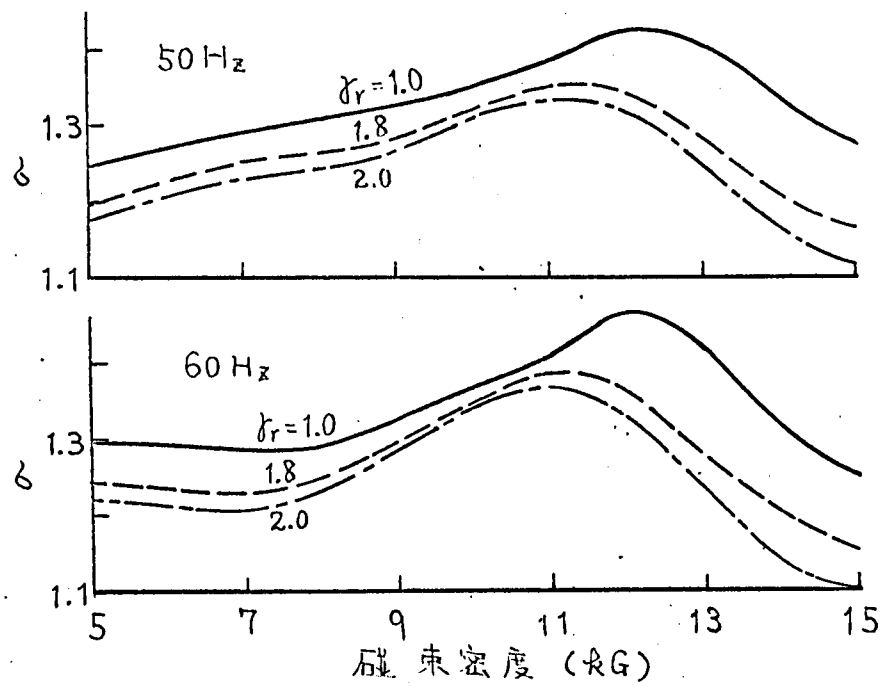
(B) 材質 S10 の場合

才 1.20 図 実測鉄損 (厚 0.35 mm, 縦目)

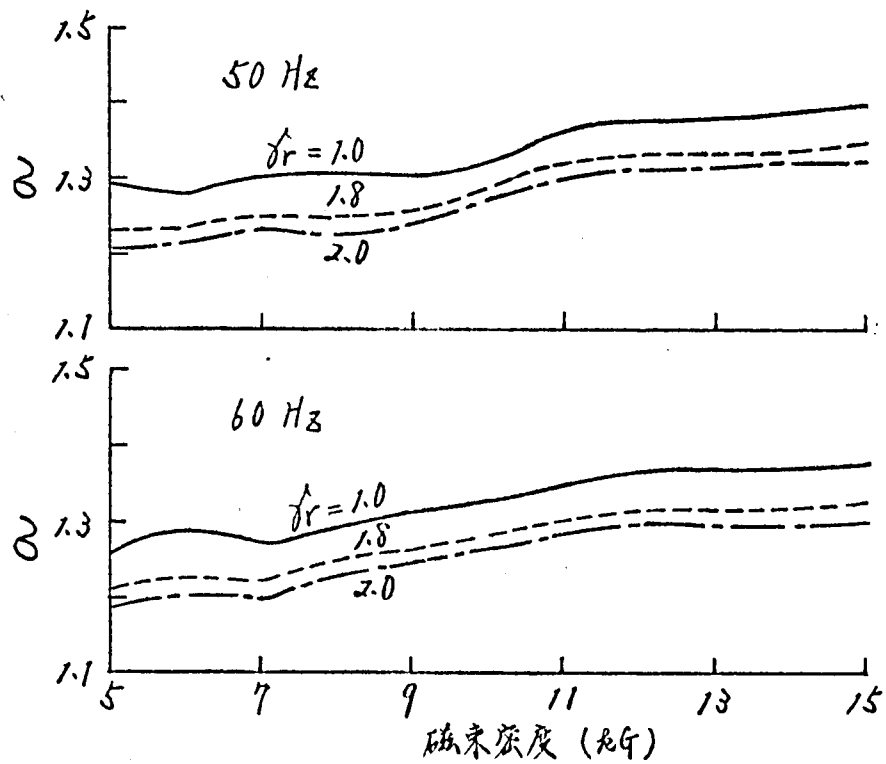


(C) 材質 G10 の場合

才 1.20 図 実測鉄損 (厚 0.35 mm, 縦目)

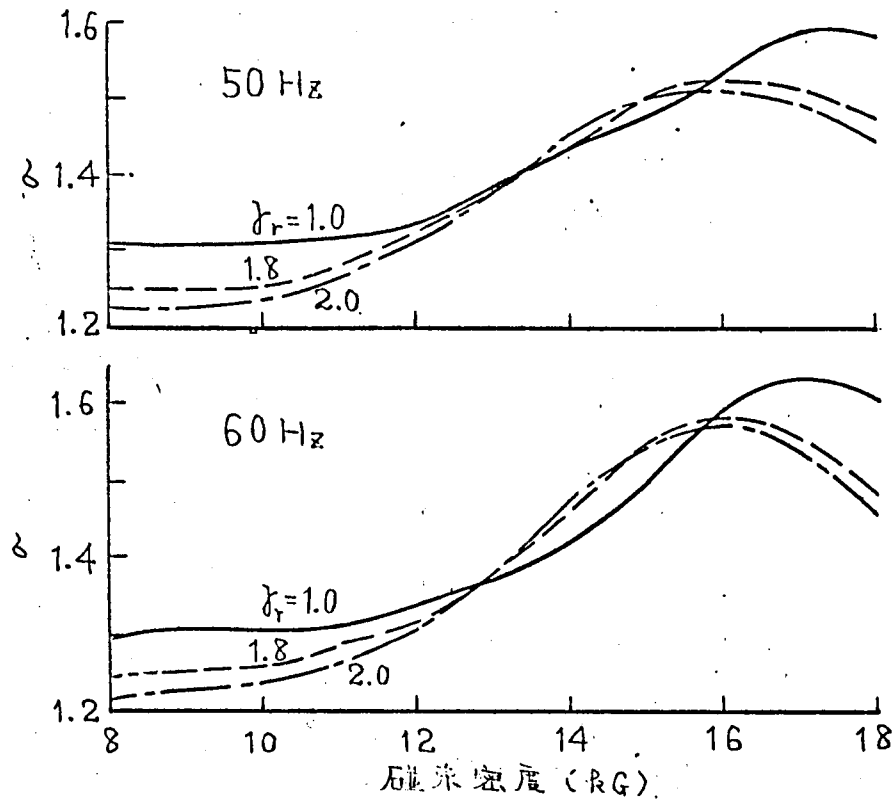


(a) 材質 S09F の場合



(b) 材質 S10 の場合

* 1.21 図 R 形鉄心の鉄損比



(C) 材質 10 の場合

才 1.21 図 R3 形鉄心の鉄損比

3.2.2 C10 形鉄心

R3 形鉄心の場合と同様の考え方から

$$\begin{aligned} \omega = & \left[2 \left\{ l_{u1} \cdot W(B_{u1}) + l'_{u2} \cdot W(B_{u2}) + l'_{v1} \cdot W(B_{v1}) + l_n \cdot W(B_{v1n}) \right\} \right. \\ & \left. + l_n \left\{ W(B_{vr}) + W(B_{vrn}) \right\} \right] / \left\{ 2 (l_{u1} + l'_{u2} + l'_{v1} + 2l_n) W(B_u) \right\} \end{aligned} \quad (1.104)$$

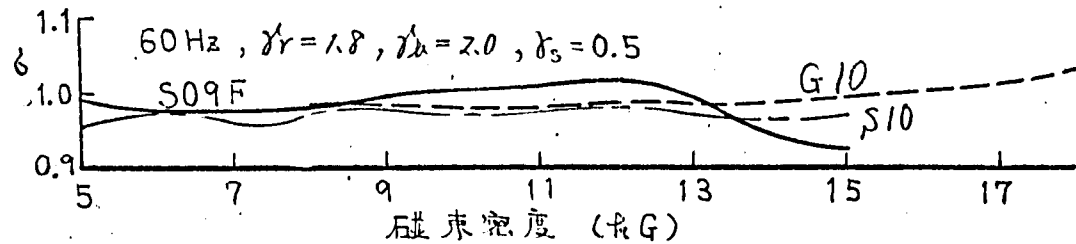
こゝで,

$$\left. \begin{aligned} l'_{u2} &= l_{u2} - l_n/2 \\ l'_{v1} &= 1 - 3l_n/2 \end{aligned} \right\} \quad (1.105)$$

l_{u2}, l_{v1} の代わりに l'_{u2}, l'_{v1} を使用する理由は, V 脚上・下接合部において各磁路磁束の占める面積を重複させないように考慮にかられている。

才 1.22 図に 60 Hz における鉄損比の一例を示す。なお, l_n が周波数による変化は少なく, 特に γ_r による変化はほとんどない。いずれにせ

ても B 形鉄心の鉄損にかなり近く，熱延鋼板では $\alpha = 0.92 \sim 1.02$ ，方向性鋼板では $\alpha = 0.96 \sim 1.04$ 程度である。したがって鉄損にほとんど影響しないのであるから，鉄心構造としては充てん率 0.5 のオ 1.4 図 (a) でじゅう分である。したがって小さいことである理由は，B 形鉄心の磁束分布を一樣と仮定したためである。



オ 1.22 図 C 10 形鉄心の鉄損比

3.2.3 C 20 形鉄心

前節で述べたようにこの形は C 10 形鉄心より磁束分布が改善されているので，B 形鉄心とほとんど同じ鉄損を示す。

3.2.4 R 6 形鉄心

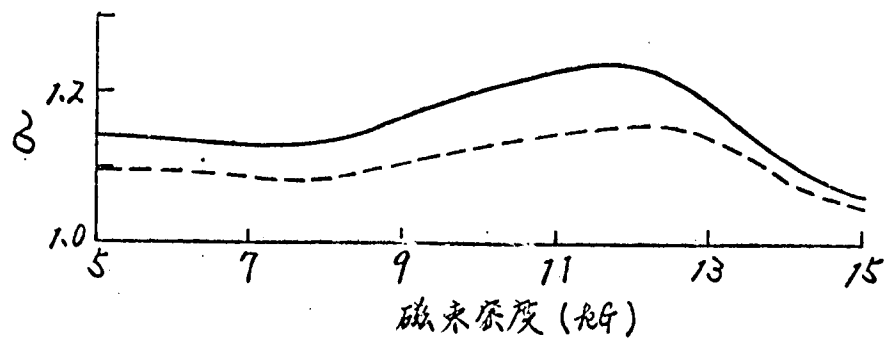
$$\alpha = \frac{[l_{r1} \cdot W(B_{r1}) + 2l_{r2} \cdot W(B_{r2}) + \{2l'_{au} \cdot W(B_{au}) + l'_{av} \cdot W(B_{av})\} \delta_s^2]}{[\{l_{r1} + 2l_{r2} + (2l'_{au} + l'_{av}) \delta_s^2\} W(B_u)]} \quad (1.106)$$

ここで，

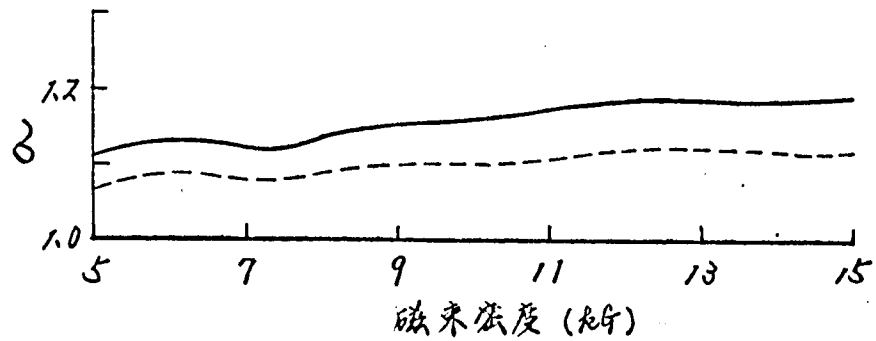
$$\left. \begin{aligned} l'_{au} &= l_{au} - \left\{ 2 + \delta_{ra} (\delta_r - 2) \right\} \delta_c^2 / \{ 24 (\delta_c + 2) \} \\ l'_{av} &= 1 - \left\{ 2 + \delta_{ra} (\delta_r - 2) \right\} \delta_c^2 / \{ 12 (\delta_c + 2) \} \end{aligned} \right\} \quad (1.107)$$

l_{au} ， l_{av} の代わりに l'_{au} ， l'_{av} ととる理由は C 10 形鉄心の場合と同じである。

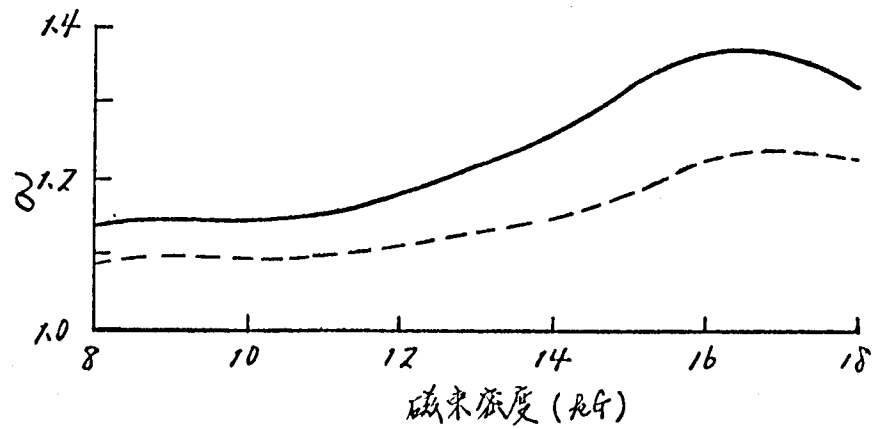
オ 1.23 図に 60 Hz， $\delta_c = 1$ における鉄損比を示す。 δ_c による変化はほとんどなく，50 Hz との差もほとんどである。したがって大抵いほどの α が小さくなることは，B 形鉄心に相当する部分の重量が増加することから理解できる。結局，S 09 F では $\delta_s = 1$ ほう $\alpha = 1.06 \sim 1.24$ ， $\delta_s = 2.5$ ほう $\alpha = 1.04 \sim 1.15$ ，S 10 では $\delta_s = 1$ ほう $\alpha = 1.12 \sim 1.20$ ， $\delta_s = 2.5$ ほう $\alpha = 1.07 \sim 1.13$ ，G 10 では $\delta_s = 1$ ほう $\alpha = 1.13 \sim 1.07$ ， $\delta_s = 2.5$ ほう $\alpha = 1.09 \sim 1.24$ 程度である。



(a) 509Fの場合



(b) 510の場合



(c) 410の場合

実線: $\delta_s = 1.0$

点線: $\delta_s = 2.5$

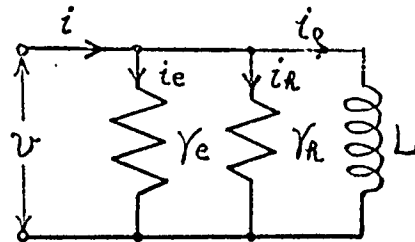
60 Hz, $\sigma_r = 1.8$, $\sigma_h = 2.0$, $\sigma_c = 1.0$

才1.23 図 R6 形鉄心の鉄損比

磁束密度によるものの変動幅は, σ_r , σ_h の変化によってほとんど変わらないうえ, σ_r , σ_h の値が大きくなればその値はわずかに小さくなる。

才4章 励磁電流の計算

各磁路の磁束密度のうに鉄損が求まれば、これを利用して励磁電流が計算できる。周知のように励磁電流 i は電圧に同相な有効成分電流 i_r と 90° おくれの磁化電流 i_o からなっている。単相変圧器の等価回路才1.24図に於いて、 i_n , γ_n はヒステリシス損失, i_e , γ_e はうず電流損失に対応した電流および抵抗を示す。



$$i_r = i_n + i_e$$

$$i = i_r + i_o$$

才1.24図 われリアクタンスを無視した単相変圧器の等価回路*

単相回路の場合には、鉄損 P は次式で表わされる。

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v \cdot i dt \quad (1.108)$$

いま、印加電圧 v を正弦波としてみる

$$v = V \cdot \sin \omega t \quad (1.109)$$

とする。また、励磁電流 i を

$$i = \sum I_{rn} \cdot \sin n \omega t + \sum I_{on} \cdot \cos n \omega t \quad (1.110)$$

とすれば、磁束密度を B_m 、鉄心の有効断面積を S としてみる

$$P = \pi f \cdot N \cdot S \cdot B_m \cdot I_{r1} \quad (1.111)$$

一方、密度を D 、磁路長を l とすれば

$$P = D \cdot l \cdot S \cdot W(B_m) \quad (1.112)$$

(1.111)式と(1.112)式より

脚注 * 詳細は才II編 6.3節参照

$$I_{r1} = D \cdot l \cdot W(B_m) / (\pi f \cdot N \cdot B_m) \quad (1.113)$$

ゆえに

$$i_r = \frac{D \cdot l \cdot W(B_m)}{\pi f \cdot N \cdot B_m} \sin \omega t \quad (1.114)$$

すなわち、磁束密度が与えられると(1.114)式より有効分電流 i_r が求められる。また磁化電流 i_0 も(1.9)式より計算されるので、励磁電流 i が合成できる。

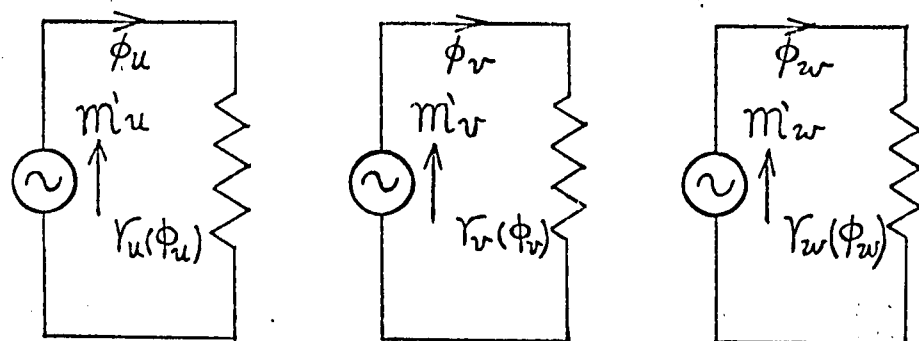
三相回路の場合にも同様に計算できるが、この場合には各部の磁束密度が異なるため磁路長のとり方が問題になる。また各部の磁束波形も一般に正弦波とはならないので、有効分電流は簡単には求められない。そこで有効分の計算については本章ではこれ以上述べないことにして、以下では各形式の鉄心の磁化電流のみを取り扱うことにする。

4.1 磁化電流の計算法

才1.6図(a)のB形鉄心等価回路において、各脚の磁気抵抗 r は一般に非線形なもので、これを $r(\phi)$ で表わすことにする。そうすると(1.7)式に対応して次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} r_u(\phi_u) \cdot \phi_u - r_v(\phi_v) \cdot \phi_v &= m_u - m_v \\ r_v(\phi_v) \cdot \phi_v - r_w(\phi_w) \cdot \phi_w &= m_v - m_w \end{aligned} \right\} \quad (1.115)$$

いま、才1.6図(a)のV脚上下を短絡した状態を考えると、才1.25図に示すようにそれぞれ独立な3つの磁気回路が生じる。この3つの磁気回



才1.25図 m'_u , m'_v , m'_w の説明図

路のそれぞれに，才 1.6 図 (a) の各脚を通る磁束 ϕ_u , ϕ_v , ϕ_w に等しい磁束を通すに要する起磁力を m'_u , m'_v , m'_w とする。そうすると

$$\left. \begin{aligned} \gamma_u(\phi_u) \cdot \phi_u &= m'_u \\ \gamma_v(\phi_v) \cdot \phi_v &= m'_v \\ \gamma_w(\phi_w) \cdot \phi_w &= m'_w \end{aligned} \right\} \quad (1.116)$$

(1.115) , (1.116) 式より

$$m_u - m_v = m'_u - m'_v \quad (1.117)$$

$$m_v - m_w = m'_v - m'_w \quad (1.118)$$

(1.117) 式より (1.118) 式を引いて

$$m_w - m_u = m'_w - m'_u \quad (1.119)$$

Δ 結線の場合の U , V , W 相線電流を $i_{\Delta u}$, $i_{\Delta v}$, $i_{\Delta w}$, 人結線の場合の線電流を $i_{\lambda u}$, $i_{\lambda v}$, $i_{\lambda w}$ とすれば，人電流と Δ 電流の間には次式の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= i_{\lambda u} - i_{\lambda w} \\ i_{\Delta v} &= i_{\lambda v} - i_{\lambda u} \\ i_{\Delta w} &= i_{\lambda w} - i_{\lambda v} \end{aligned} \right\} \quad (1.120)$$

巻数を 1 とすれば

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= m_u - m_w \\ i_{\Delta v} &= m_v - m_u \\ i_{\Delta w} &= m_w - m_v \end{aligned} \right\} \quad (1.121)$$

人結線の中性点が開放されておれば

$$i_{\lambda u} + i_{\lambda v} + i_{\lambda w} = 0 \quad (1.122)$$

ゆえに (1.120) , (1.122) 式より

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= (i_{\Delta u} - i_{\Delta v})/3 \\ i_{\Delta v} &= (i_{\Delta u} + 2i_{\Delta v})/3 \\ i_{\Delta w} &= -(2i_{\Delta u} + i_{\Delta v})/3 \end{aligned} \right\} \quad (1.123)$$

(1.121)式に(1.117)~(1.119)式を代入して

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= m'_u - m'_w \\ i_{\Delta v} &= m'_v - m'_u \\ i_{\Delta w} &= m'_w - m'_v \end{aligned} \right\} \quad (1.124)$$

鉄心内の磁束分布が求まっていれば、(1.116)式より m'_u , m'_v , m'_w が求まり、(1.124)式より $i_{\Delta u}$, $i_{\Delta v}$, $i_{\Delta w}$ が求まり、(1.123)式より $i_{\Delta u}$, $i_{\Delta v}$, $i_{\Delta w}$ も計算できる。

次に、才1.6図(ホ)のR3形鉄心のよりに、独立磁路からなる鉄心の磁化電流の計算法を考える。

この形の鉄心について才1.6図(ホ)を参照して

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= m_u - m_w \\ m_2 &= m_v - m_u \\ m_3 &= m_w - m_v \end{aligned} \right\} \quad (1.125)$$

(1.121)式に代入して

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= m_1 \\ i_{\Delta v} &= m_2 \\ i_{\Delta w} &= m_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.126)$$

(1.126)式より、R3形鉄心の磁路1, 2, 3の磁化電流はそれぞれ Δ 結線時のU, V, W相線電流に等しいことがわかる。

結局、R3形鉄心の場合には(1.123), (1.126)式、その他の形式の鉄心の場合には(1.123), (1.124)式を使って磁化電流の計算をする

るのばよい。

次に各形式の鉄心にこれらの式と適用して△電流を計算すると(1.127) ~ (1.131)式が得られる。

(i) B形鉄心

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= \delta_h \{f(h_u) - f(h_w)\} \\ i_{\Delta v} &= f(h_v) - \delta_h \cdot f(h_u) \end{aligned} \right\} \quad (1.127)$$

(ii) R3形鉄心

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= \delta_r \cdot \delta_{rh} \cdot f(h_1) \\ i_{\Delta v} &= \delta_{rh} \cdot f(h_2) \end{aligned} \right\} \quad (1.128)$$

(iii) C10形鉄心

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= l_{u2} \{f(h_{u2}) - f(h_{w1})\} + 2l_{\pi} \cdot f(h_{vv}) \\ i_{\Delta v} &= l_{v1} \cdot f(h_{v1}) - l_{u2} \cdot f(h_{u2}) \end{aligned} \right\} \quad (1.129)$$

(iv) C20形鉄心

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= l_{v1} \{f(h_{u2}) - f(h_{w1})\} + 2l_{uv} \{f(h_{uv}) - f(h_{wr})\} \\ &\quad + 2l_{\pi} \cdot f(h_{vv}) \\ i_{\Delta v} &= l_{v1} \{f(h_{v1}) - f(h_{u2})\} - 2l_{uv} \cdot f(h_{uv}) \end{aligned} \right\} \quad (1.130)$$

(V) R6形鉄心

$$\left. \begin{aligned} i_{\Delta u} &= l_{r1} \cdot f(h_{r1}) \\ i_{\Delta v} &= l_{r2} \cdot f(h_{r2}) \end{aligned} \right\} \quad (1.131)$$

△電流は上の各式を(1.123)式に代入することにより求められる。

W相線電流 $i_{\Delta w}$ はV相線電流 $i_{\Delta v}$ と対称な波形となる。人結線の場合には、 $i_{\Delta w}$ はU相電流 $i_{\Delta u}$ と対称な波形となる。実際の励磁電流はこの他に有効分電流 i_r を含むために、対称な波形とはならないが、これについて

は縮を改めて述べる。励磁電流中にはさらに充て電流も相当量存在する。

なお、(1.122)式が成立する人絡線の場合には、印加電圧にジャコンのひずみを生じなければならぬが、三相内嵌形鉄心ではわずかなので無視できる。詳細は付録3.3に示す。

4.2 磁化電流の線形解

本節では、磁化曲線が(1.10)式を満足すると仮定して、各形式の鉄心の磁化電流を計算する。線形の場合には、 Δ 絡線では $\dot{I}_{\Delta v}$ と $\dot{I}_{\Delta w}$ 、また人絡線では $\dot{I}_{\lambda u}$ と $\dot{I}_{\lambda w}$ の波形がまったく等しくなる。線形であるからベクトル記号法を採用し、U脚の印加電圧 \dot{E}_u を基準ベクトルにとる。

4.2.1 B形鉄心

(1.123), (1.127)式より

$$\dot{I}_{\Delta u} = \{\sqrt{3} \delta'_h / (\mu \cdot N)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j30^\circ} \quad (1.132)$$

$$\dot{I}_{\Delta v} = \{\sqrt{\delta_h'^2 + \delta_h' + 1} / (\mu \cdot N)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j(150 + \theta_\Delta)} \quad (1.133)$$

$$\dot{I}_{\Delta w} = \{\sqrt{\delta_h'^2 + \delta_h' + 1} / (\mu \cdot N)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j(270 - \theta_\Delta)} \quad (1.134)$$

$$\dot{I}_{\lambda u} = \{\sqrt{7\delta_h'^2 + \delta_h' + 1} / (3\mu \cdot N)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j\theta_\lambda} \quad (1.135)$$

$$\dot{I}_{\lambda v} = \{(\delta_h' + 2) / (3\mu \cdot N)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j120^\circ} \quad (1.136)$$

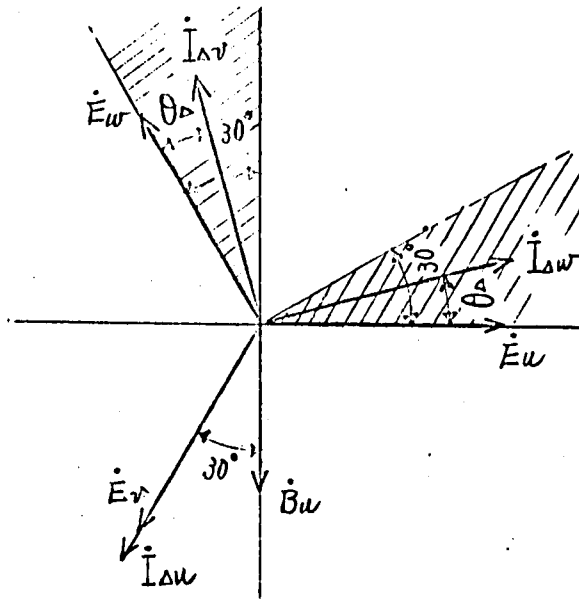
$$\dot{I}_{\lambda w} = \{\sqrt{7\delta_h'^2 + \delta_h' + 1} / (3\mu \cdot N)\} \dot{B}_u \cdot e^{-j(240 - \theta_\lambda)} \quad (1.137)$$

ここで

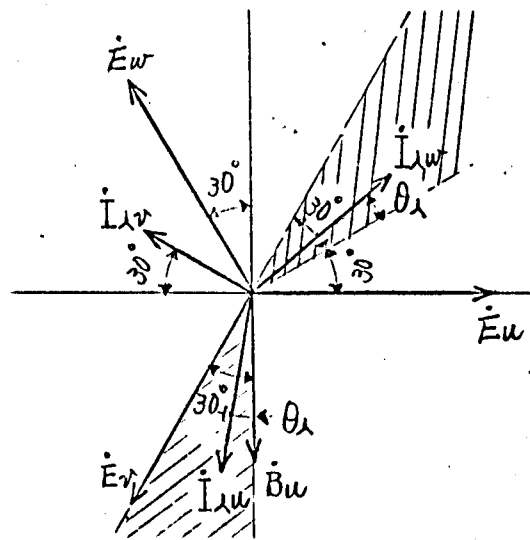
$$\left. \begin{aligned} \theta_\Delta &= \tan^{-1}(\delta_h' - 1) / \{\sqrt{3}(\delta_h' + 1)\} \quad (< 30^\circ) \\ \theta_\lambda &= \tan^{-1}\sqrt{3}(\delta_h' - 1) / (5\delta_h' + 1) \quad (< 30^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (1.138)$$

が1.26図(a)に Δ 絡線電流 $\dot{I}_{\Delta u}$, $\dot{I}_{\Delta v}$, $\dot{I}_{\Delta w}$ のベクトル図を、また(b)図に人絡線電流 $\dot{I}_{\lambda u}$, $\dot{I}_{\lambda v}$, $\dot{I}_{\lambda w}$ のベクトル図を示す。

(1.138)式の θ_Δ は磁路長比 δ_r が δ_h にならば以外(1.70)式とまったく同じである。したがって、1.10図の横軸を δ_h 、縦軸を θ_Δ と読み替えればこの図がそのまゝ利用できる。 δ_h と θ_λ の関係を1.27図



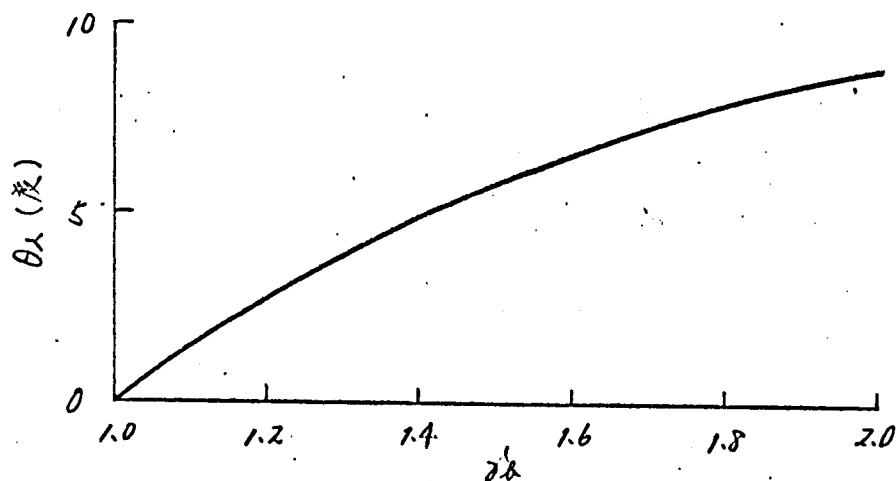
(a) Δ 結線電流



(b) 星結線電流

才 1.26 図 月形鉄心の磁化電流ベクトル図

に示す。磁路長比 k_m が増加するにつれて θ_Δ , θ_λ は増加して、才 1.26 図の斜線の範囲を移動する。こゝで、星結線の場合について位相変化 θ_λ が生ずる原因を考えてみる。磁路長比 k_m が大になると U 脚磁路長が V 脚磁路長に比して長くなり、磁化電流 $I_{\lambda u}$, $I_{\lambda w}$ は $I_{\lambda v}$ より多くなるから、(1.122) 式が成立するためには θ_λ という位相変化が必要になるのである。



オ 1.27 図 磁化電流の位相変化

オ 1.26 図 (ホ) よりわかるように人指線時には、V 相においては磁化電流 $\dot{I}_{\Delta v}$ と V 脚印加電圧 \dot{E}_v 間には 90° の位相差があるため電力を形成しないが、U 相においては磁化電流 $\dot{I}_{\Delta u}$ と \dot{E}_u 間で電力を発生し、W 相においては $\dot{I}_{\Delta w}$ と \dot{E}_w 間で電力を消費する。U 相で発生する電力と W 相で消費する電力はまったく等しいので系全体としては電力消費はない。したがって、もし電力計を接続すると U 相は負、V 相は 0、W 相は正の指示値となる。実際には、低磁束密度では鉄損電流の割合が磁化電流分より多いので U、V、W 相とも正の指示となるが、高磁束密度になると磁化電流分が急増するため、U 相は負、V、W 相は正の指示値となる。

オ 1.10 図とオ 1.27 図を比較するとわかるように

$$\theta_{\Delta} > \theta_{\Delta} \quad (1.139)$$

の関係がある。すなわち Δ 線路の場合の方が電流の位相変化が激しい。

(1.132) ~ (1.134) 式より Δ 電流の各相分比率は

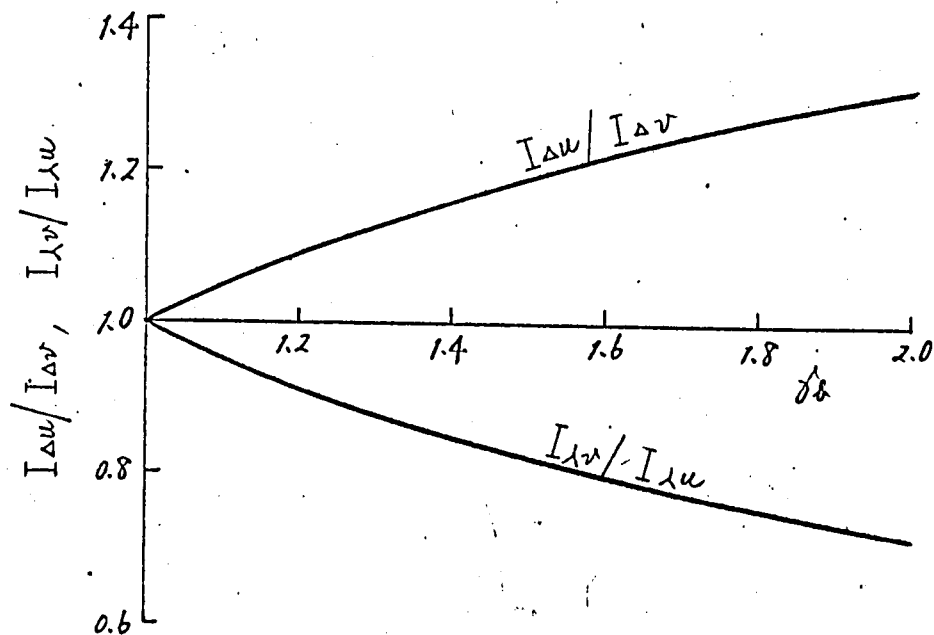
$$I_{\Delta u} : I_{\Delta v} : I_{\Delta w} = \sqrt{3} \delta_{\Delta} / \sqrt{\delta_{\Delta}^2 + \delta_{\Delta} + 1} : 1 : 1 \quad (1.140)$$

となり、一般の場合 U 相線電流 $I_{\Delta u}$ が一番多くなる。人電流については

(1.135) ~ (1.137) 式より

$$I_{\Delta u} : I_{\Delta v} : I_{\Delta w} = 1 : (\delta_{\Delta} + 2) / \sqrt{7\delta_{\Delta}^2 + \delta_{\Delta} + 1} : 1 \quad (1.141)$$

となり，V相電流が一着少なくなる。オ1.28図に磁路長比 δ_b と Δ 結線のU相線電流とV相線電流の比 $I_{\Delta u}/I_{\Delta v}$ 及びY結線のV相線電流とU相線電流の比 $I_{\lambda v}/I_{\lambda u}$ の関係を示す。



オ1.28図 磁化電流比

4.2.2 R3形鉄心

(1.123), (1.128) 式より

$$\dot{I}_{\Delta u} = [2\sqrt{3} \delta_r' \delta_{rb}' / \{(\delta_r' + 2)\mu \cdot N\}] \dot{B}_u \cdot \varepsilon^{-j30^\circ} \quad (1.142)$$

$$\dot{I}_{\Delta v} = [2\sqrt{\delta_r'^2 + \delta_r' + 1} \delta_{rb}' / \{(\delta_r' + 2)\mu \cdot N\}] \dot{B}_u \cdot \varepsilon^{-j(150 + \theta_\Delta)^\circ} \quad (1.143)$$

$$\dot{I}_{\Delta w} = [2\sqrt{\delta_r'^2 + \delta_r' + 1} \delta_{rw}' / \{(\delta_r' + 2)\mu \cdot N\}] \dot{B}_u \cdot \varepsilon^{-j(270 - \theta_\Delta)^\circ} \quad (1.144)$$

$$\dot{I}_{\lambda u} = [2\sqrt{7\delta_r'^2 + \delta_r' + 1} \delta_{ra}' / \{3(\delta_r' + 2)\mu \cdot N\}] \dot{B}_u \cdot \varepsilon^{-j\theta_\lambda} \quad (1.145)$$

$$\dot{I}_{\lambda v} = \{2 \delta_{rb}' / (3\mu \cdot N)\} \dot{B}_u \cdot \varepsilon^{-j120^\circ} \quad (1.146)$$

$$\dot{I}_{\lambda w} = [2\sqrt{7\delta_r'^2 + \delta_r' + 1} \delta_{ra}' / \{3(\delta_r' + 2)\mu \cdot N\}] \dot{B}_u \cdot \varepsilon^{-j(240 - \theta_\lambda)^\circ} \quad (1.147)$$

∴ \vec{I}_v ,

$$\left. \begin{aligned} \theta_{\Delta} &= \tan^{-1}(\gamma_r - 1) / \{\sqrt{3}(\gamma_r + 1)\} \\ \theta_{\lambda} &= \tan^{-1} \sqrt{3}(\gamma_r - 1) / (5\gamma_r + 1) \end{aligned} \right\} \quad (1.148)$$

(1.142) ~ (1.144) 式より Δ 電流の各相分比率は

$$I_{\Delta u} : I_{\Delta v} : I_{\Delta w} = \sqrt{3} \gamma_r / \sqrt{\gamma_r^2 + \gamma_r + 1} : 1 : 1 \quad (1.149)$$

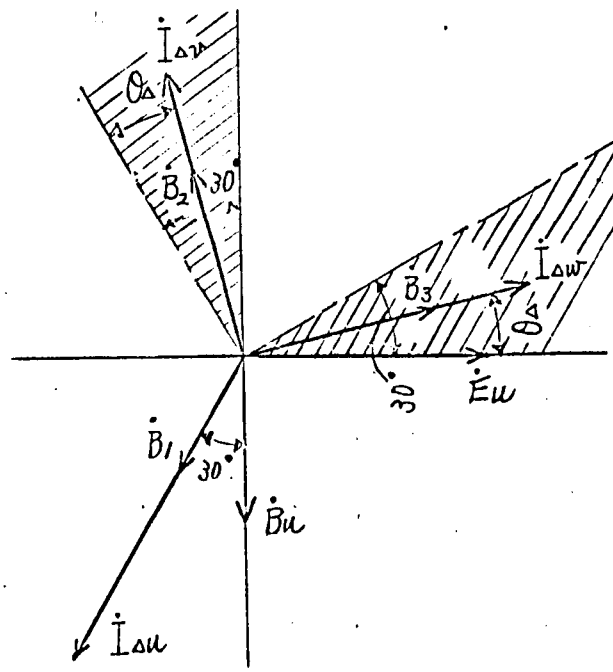
となり，磁路長比 γ_r が γ_r に任意的以外は B 形鉄心の場合の (1.140) 式とまったく同じである。

入電流についても，(1.145) ~ (1.147) 式より

$$I_{\lambda u} : I_{\lambda v} : I_{\lambda w} = 1 : (\gamma_r + 2) / \sqrt{7\gamma_r^2 + \gamma_r + 1} : 1 \quad (1.150)$$

となり，B 形鉄心の場合の (1.141) 式と同様である。これにより，オ 1.10 図の横軸を γ_r と読み替えればこの図がそのまま利用できる。

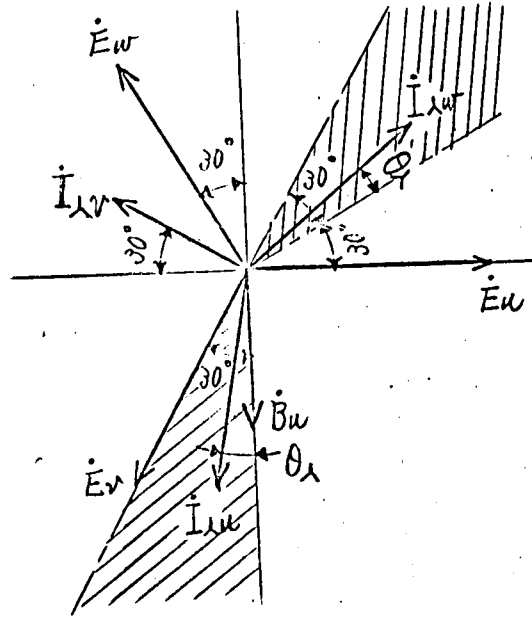
θ_{Δ} ， θ_{λ} についても B 形鉄心の場合の (1.128) 式と同様であるから，オ 1.10，1.27 図が利用できる。これからわかるように，R 形鉄心の各磁路磁束 $\dot{\Phi}_1$ ， $\dot{\Phi}_2$ ， $\dot{\Phi}_3$ の位相と Δ 緒線電流 $\dot{I}_{\Delta u}$ ， $\dot{I}_{\Delta v}$ ， $\dot{I}_{\Delta w}$ の位相はそれぞれ同相である。オ 1.27 図 (a) に Δ 緒線電流 $\dot{I}_{\Delta u}$ ， $\dot{I}_{\Delta v}$ ， $\dot{I}_{\Delta w}$ のベクトル図を，(b) 図に入電流 $\dot{I}_{\lambda u}$ ， $\dot{I}_{\lambda v}$ ， $\dot{I}_{\lambda w}$ のベクトル図を示す。電力計の指示値の正・負関係についても，B 形鉄心と同様にとはいえる。



(a) Δ 緒線電流

オ 1.27 図

R 形鉄心の磁化
電流ベクトル図



(ハ) 人結線電流

才1.29図 R3形鉄心の磁化電流ベクトル図

θ_Δ , θ_λ の値が, B形鉄心では δ_Δ , R3形鉄心では δ_r のみの関数になることは, 現象を物理的に考えれば容易に理解できる。

次に, B形鉄心とR3形鉄心では, どちらの磁化電流が多いかを考える。△結線V相線電流 $I_{\Delta v}$ のR3形鉄心とB形鉄心における電流比 $\alpha_{i_{\Delta v}}$ は(1.132), (1.142)式より

$$\alpha_{i_{\Delta v}} = \frac{2\delta_r(3\delta_\Delta + 1)}{\delta_\Delta(\delta_r^2 + 3\delta_r + 2)} \quad (1.151)$$

△結線V相線電流 $I_{\Delta v}$ のR3形とB形における電流比 $\alpha_{i_{\Delta v}}$ は(1.133), (1.143)式より

$$\alpha_{i_{\Delta v}} = \frac{2(3\delta_\Delta + 1)\sqrt{\delta_r^2 + \delta_r + 1}}{(\delta_r^2 + 3\delta_r + 2)\sqrt{\delta_\Delta^2 + \delta_\Delta + 1}} \quad (1.152)$$

人結線U相線電流 $I_{\lambda u}$ のR3形とB形における電流比 $\alpha_{i_{\lambda u}}$ は(1.135), (1.145)式より

$$\alpha_{i_{\lambda u}} = \frac{2(3\delta_\Delta + 1)\sqrt{7\delta_r^2 + \delta_r + 1}}{(\delta_r^2 + 3\delta_r + 2)\sqrt{7\delta_\Delta^2 + \delta_\Delta + 1}} \quad (1.153)$$

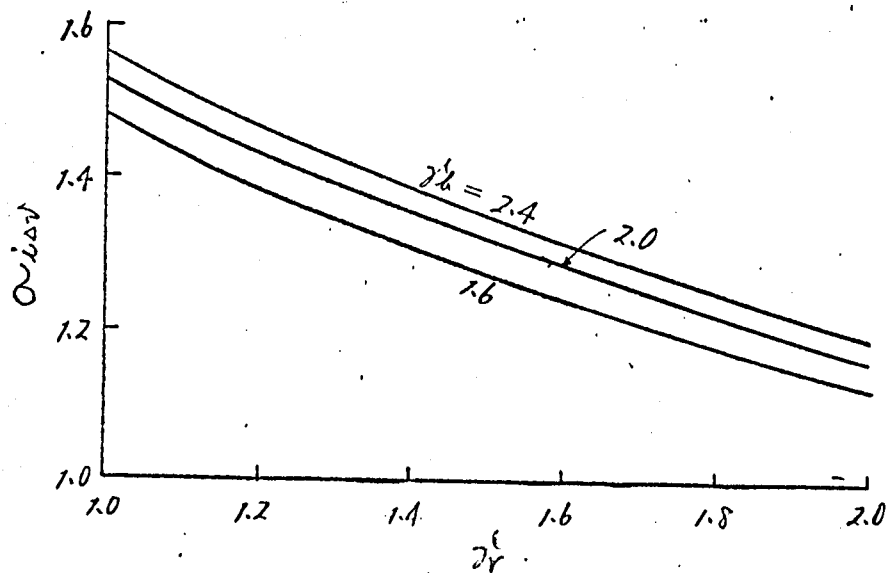
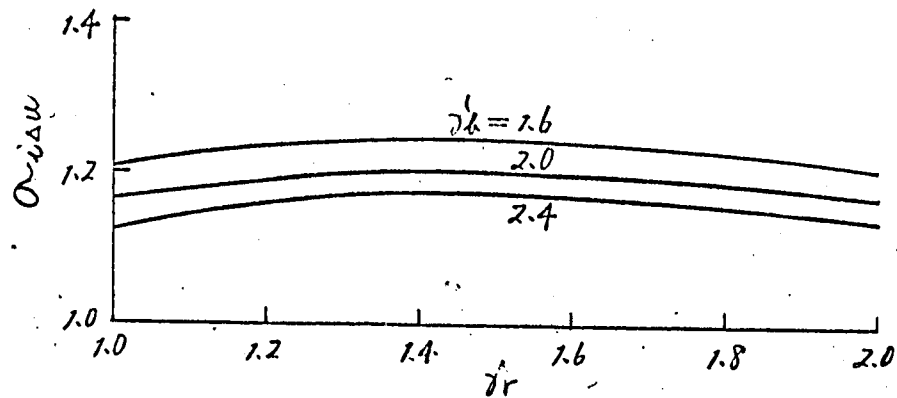
人結線V相線電流 $I_{\lambda v}$ のR3形とB形における電流比 $\alpha_{i_{\lambda v}}$ は(1.136),

(1. 146) 式より

$$\sigma_{i\Delta v} = \frac{2(\beta\delta_k + 1)}{(\beta_r + 1)(\delta_k + 2)}$$

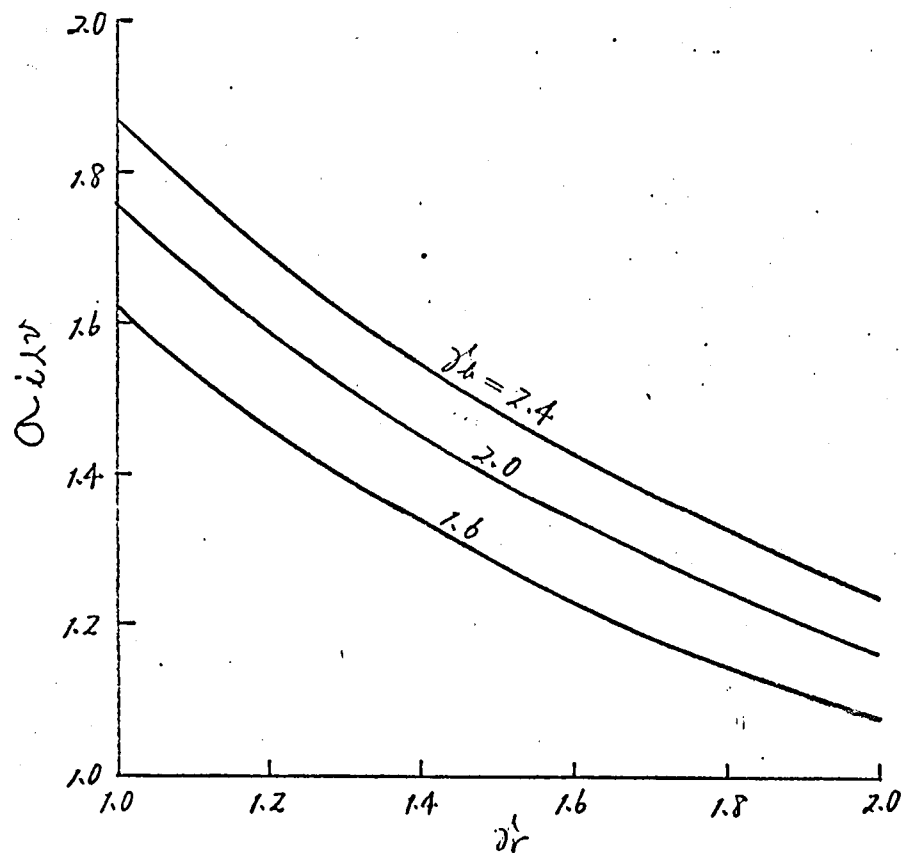
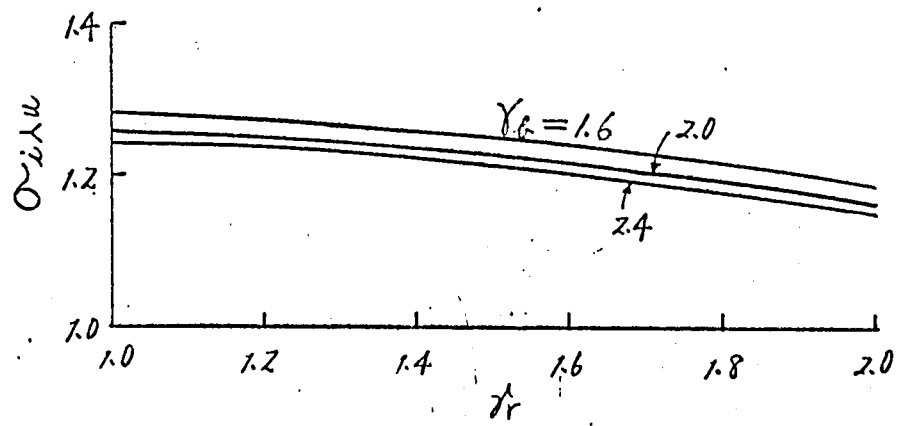
(1. 154)

才 1.30 図 (a), (b) に磁路長比 β_r , δ_k と電流比 $\sigma_{i\Delta u}$, $\sigma_{i\Delta v}$, $\sigma_{i\Delta u}$, $\sigma_{i\Delta v}$ の関係を示す。図からわかるように、いずれの場合にも R 形鉄心の磁化電流の方が B 形鉄心のそれよりも多く、特に V 相電流の差が著しい。U 相については磁路長比 δ_k が大きくなるほど電流比 $\sigma_{i\Delta u}$, $\sigma_{i\Delta u}$ は小さくなるが、V 相については β_r が小さく、また δ_k が大きくなるほど電流比 $\sigma_{i\Delta v}$, $\sigma_{i\Delta v}$ は大きくなる。



(a) Δ 結線の場合

才 1.30 図 磁路長比 β_r , δ_k と電流比の関係



(b) 入路線の場合

才1.30図 磁路長比 λ_r と電流比の関係

結 言

現用変圧器鉄心中の磁束分布に関しましては磁気回路解析の複雑さのため、限られた構造のものについて線形解が与えられているに過ぎなかったが、筆者は計算機を利用してこの解析を試みた。解析に際しましては、まず鉄心寸法の正規化を行なった。その結果、代表的な寸法の鉄心について解析するだけで任意の寸法の鉄心の特性が推定できるばかりでなく、計算にあたって考慮すべき変数をかなり減少することができた。次に、単個回路を使って各形式の鉄心に関する基礎方程式を誘導した。この基礎方程式は非線形解を求める場合にもそのまま適用できる形式で導いた。さらに、線形解を計算し、ベクトル図を求めた。また、各磁路磁束の振幅、位相が磁路長比、充てん率等どのように変化するかを明らかにした。その結果、磁路長比が変化しても位相角が変化しない磁束の存在すること等が明らかになった。最後に、単一磁路鉄心との鉄損の比較を行なった。その結果、R字形鉄心以外では磁路長比が、 β は鉄損比にさほどの影響を与えないこと、周波数の影響も少ないが、材質（鉄損曲線）の影響が顕著であること等がわかった。断面積比 $\beta_a = 0.5$ のC10形鉄心でもB形鉄心の特性にかなり近いので、さらに磁気的結合を強にした $\beta_a = 1.0$ の鉄心を作っても、工数が多くなるだけで得るところは少ない。まして、冷却、工数等の点で劣るC20形鉄心を製作する必要はない。R字形鉄心は、R字形鉄心とB形鉄心の中間の特性を有し、中央磁路の断面積を大きくするほど鉄損が減少するが、寸法比 β_c は鉄損比にほとんど与えない。

磁化電流については、鉄心構造を二組に分類し、それぞれの磁化電流計算式を与えた。また、磁路長比と磁化電流の振幅、位相の関係を検討するとともに、R字形鉄心の磁化電流がB形鉄心よりどの程度多くなるかも明らかにした。さらに電力計法で入絡線変圧器の鉄損を測定する際に、高磁束密度における互相の電力計の指示値が負になる理由も明らかにした。

オII編 ひずみ波磁束の解析とそれによる鉄損

概 説

オI編で検討した各形式の鉄心は磁路が分割されているため、磁化調整の原理を考えると印加電圧が正弦波であっても各磁路の磁束はひずみ波となる。このような磁気回路の特殊構成に起因しなくとも、一般に、電気機器の鉄心中を通る磁束は、電源の波形ひずみ、あるいは励磁電流による電圧降下等が原因して奇数次高調波を含むひずみ波にすることが多い。^{(7), (11)} 含有高調波の次数はさまざまで、大抵の場合、それ等が組み合わさって流入しているが、一般にオ₃, オ₅等、特定次数の調波が圧倒的に優勢である。たとえば変圧器の無負荷試験時に、単相器では主としてオ₃調波が、また、三相単一磁路鉄心の場合には主としてオ₅調波が流入する。このようなひずみ波磁束による鉄損が、正弦波で試験した鉄損といかむる関係にあるかを定性的なうがに定量的に知っておくことは重要であるが、現在までこれ^{(8), (11)} についての研究は少なく、特にひずみ波磁束を数学的に解析したものはほとんどない。

初田氏⁽¹³⁾は、ひずみ波鉄損を各種の材質について広範囲に測定されているが、ひずみ波そのものの一般的性質を明確にされていないため定量的説明が不⁽⁷⁾じゅうぶんである。また、Agnér氏は変圧器鉄損測定時の波形率補正法について、波形率を広い範囲に変化させて実験的検討を試みているが、ひずみ波を波形率のみで一般的に考えている点に問題がある。

そこで筆者は、まずオI章において、マイナーループを形成するひずみ波の最大磁束密度と平均磁束密度の関係を検討した。

オII章においては、ひずみ波の数学的解析を行ない、その一般的性質を明らかにした。すなわち、各調波の振幅・位相角によって最大磁束密度、有効値電圧、波形率、ひずみ率、マイナーループの振幅およびその位置等がどのように変化するかを検討した。またこれに関連して、波形率とひずみ率の関係を明らかにした。さらに、マイナーループの発生限界の状況に

あるはずみ波の各調波の振幅，位相角を求めた。マイナーループを含むはずみ波については，はずみ率や位相角を変化させる場合のマイナーループの動きについて検討した。

オ3章においては，波形はずみと鉄損との関係を定性的に考察することを試みた。すなわち，平均値電圧計基準の場合と実効値電圧計基準の場合の波形はずみと鉄損の関係を検討した。またこれに関連して，基本波の磁束密度が一定の場合の鉄損についても考察した。

オ4章においては，オ2，オ3で検討したことをもとに，鉄損に影響する諸因子の実験的検討を行なった。まず，実験装置の概要について述べ，次に最大磁束密度と実効値電圧が一定のすべてのはずみ波が同じ鉄損値を示すことを実証し，商用周波の通域では，鉄損が最大磁束密度と実効値電圧のみの関数であることを確かめた。また，直流および正弦波のヒステリシス曲線と波形率係数下のはずみ波のヒステリシス曲線を比較し，波形率や位相角の変化に伴ってヒステリシス曲線のどの部分の面積が増減するかを調べた。さらに，マイナーループ発生限界点がいかなる意味をもつかを検討した。検討に当たってはヒステリシス損の定義，電圧—磁束密度曲線の性質等についても論じた。また，ヒステリシス曲線上で占めるマイナーループの位置によってマイナーループに対応した損失がどのように変化するかを検討するために，マイナーループの振幅が一定のはずみ波群について実験した。最後に，任意のはずみ波の鉄損を推定するためにはずみ率を定数同に変えて鉄損を測定し，はずみ波鉄損の近似計算法を与えた。

オ5章においては，はずみ波を積極的に応用して鉄損をヒステリシス損とうず電流損に分離する方法を検討した。はじめに，従来の鉄損分離法の概要と問題点を検討し，次に前者によって開発された「はずみ波法」と「マイナーループ限界法」について詳論した。

オ6章においては，励磁電流の波形を調波分析することにより励磁インピーダンスを検討した。励磁電流をヒステリシス損分電流，うず電流損分電流けりびに磁化電流に分離し，三相変圧器鉄心の磁束分布を決定する磁化曲線がいかなる形状をもつべきかを調べ，あわせてヒステリシス損損失

がうす電流損に対応した等価抵抗の線形性について述べる。

第1章 最大磁束密度と電圧平均値の関係

一般に、磁束密度の最大値は平均値電圧計の読みから求まると考えられるが、いずみ波の場合について詳しく検討してみよう。

対称ないずみ波磁束密度の時間的変化を、基本波の位相を基準として

$$\phi = B_1 \cdot \sin \omega t + B_3 \cdot \sin 3(\omega t + \theta_3) + \dots \quad (2.1)$$

で表わす。ここで、 B_1 、 B_3 、 \dots はそれぞれ基本波および高調波の振幅、 θ_3 、 θ_5 、 \dots は高調波の位相角を示す。また、基本波の周波数を f 、励磁巻線の巻数を N 、鉄心の有効断面積を S とし、磁束分布が一様であると仮定すれば、印加電圧の有效値 V_{eff} は

$$V_{eff} = \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \sqrt{\sum (\pi \cdot B_n)^2} \quad (2.2)$$

で与えられる。

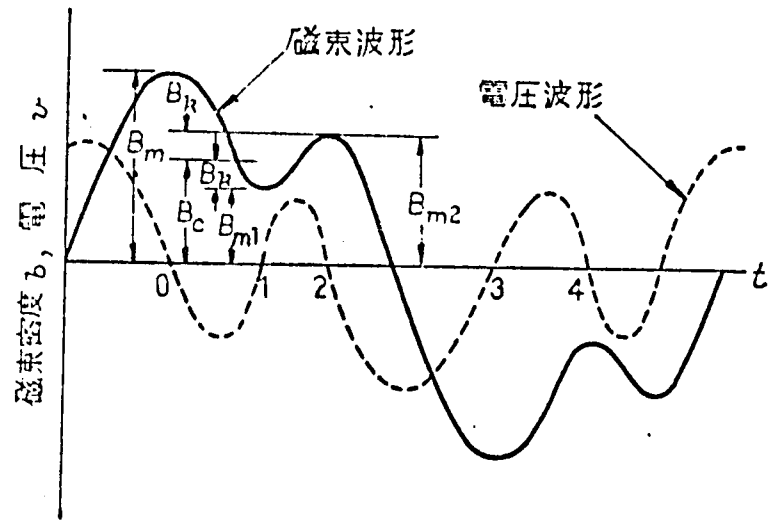
いま、磁束密度の波形として第2.1図(a)に実線で示すような最大値 B_m 、および極値 B_{m1} 、 B_{m2} をもつ対称いずみ波を考える。第2.1図(a)に対応してヒステリシス曲線を(b)図に示す。両図を対照すれば明らかであるが、磁束波形が半周期中に m 個の極値をとる場合には、 $(m-1)/2$ 組のマイナーループを形成する。また、磁束が極値に達する瞬間の電圧は零であるから、電圧波形は半周期中に m 回時間軸をよじる。

第2.1図のようないすみ波を含むいずみ波の電圧 v (点線) の平均値 V_{me} は、一般に

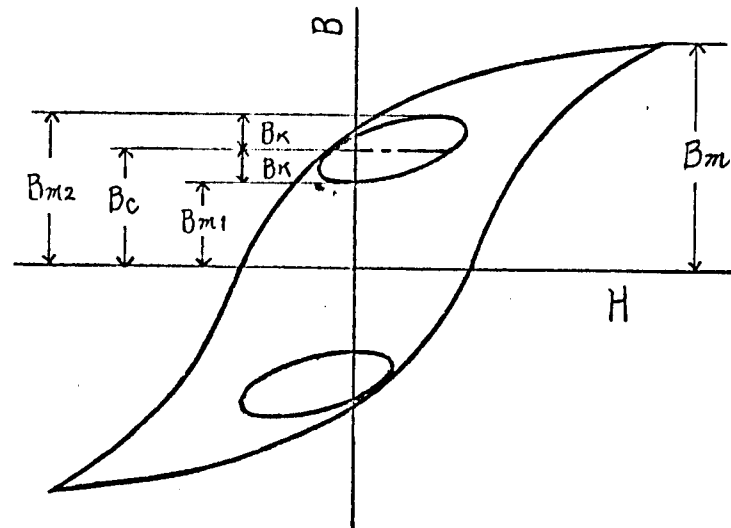
$$V_{me} = \frac{2}{T} \left| \int_0^{T/2} v dt \right| = \frac{2}{T} \left| \int_0^1 v dt + \int_1^2 v dt + \int_2^3 v dt \right| \quad (2.3)$$

で定義される。ここで、 $\int_0^{T/2}$ は点0から半周期間の積分を意味する。いずみ波の場合には、積分開始点を点0にとるか、点1にとるかで上記積分値が異なるので、ここでは実際の整流形またはデジタル形平均値電圧計の原理にしたがって次式で与えられる \bar{V} を平均値と定義する。

$$\bar{V} = \frac{2}{T} \left| \int_0^1 v dt - \int_1^2 v dt + \int_2^3 v dt \right| = 4f \cdot N \cdot S \left| B_m - B_{m1} + B_{m2} \right| \quad (2.4)$$



(a) ひずみ波磁束波形と電圧波形の図解



(b) ひずみ波磁束のヒステリシス曲線

才 2.7 図 ひずみ波磁束波形と電圧波形およびそのヒステリシス曲線

才 2.7 図は極値が3個の例であるが、このようにマイナーループが存在する場合には、電圧が半周期中に正・負符号を変えるため、平均値電圧計の読みから最大磁束密度が求まらないことを (2.4) 式は示している。

ひずみ波でもマイナーループがなければ

$$\bar{V} = 4f \cdot N \cdot S \cdot B_m \quad (2.5)$$

となつて \bar{V} から最大磁束密度 B_m を知ることが出来る。

一方，波形率 FF は (2.2)，(2.4) 式より

$$FF = V_{eff} / \bar{V} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\sum (\pi \cdot B_n)^2}}{|B_{m1} - B_{m1} + B_{m2} \dots \dots|} \quad (2.6)$$

であるが，鉄損の問題に (2.6) 式を使うことは適切でないので，本文中の波形率は次の (2.7) 式で定義する。

$$FF = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\sum (\pi \cdot B_n)^2}}{B_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} F \quad (2.7)$$

ただし

$$F = \sqrt{\sum (\pi \cdot B_n)^2} / B_m \quad (2.8)$$

波形率 FF と (2.8) 式で定義される F は比例関係にあり，純正弦波の場合 $F = 1.0$ となるから， F は正弦波の波形率に対するいずみ波の波形率の割合を表わしている。それゆえ，今後は波形率 FF の代わりに F を使い，これを波形率係数と呼ぶ。

マイナーループが存在しないいずみ波では (2.6) 式の定義と (2.7) 式の定義は一致する。

マイナーループが2組以上存在する場合 (2.4) 式は何の意味ももたないが，1組だけ存在する場合

$$\bar{V} = 4f \cdot N \cdot S \cdot B_m (1 + 2B_h / B_m) \quad (2.9)$$

ただし，

$$B_h = (B_{m2} - B_{m1}) / 2 \quad (2.10)$$

B_h は極値の差，すなわちマイナーループの振幅に対応することばす2.1図(a)，(b)から知れる。

(2.9) 式から，平均磁束密度は最大磁束密度とマイナーループの振幅のみの関数であることがわかる。したがって，最大磁束密度とマイナーループの含有率 B_h / B_m が一定であれば，マイナーループの位置 B_c^* に関係なく平均磁束密度計の指示は一定である。後述の実験にはこの関係を利用し

脚注 * B_c はオ2.1図に示す様にマイナーループの中心からH軸までの距離と定義する。

14.

マイナーループが存在しなければ、 F は定知値電圧計の指示値と平均値電圧計の指示値の比であることが (2.8) 式から理解される。

第2章 いずみ波の解析⁽³⁰⁾

いずみ波の一般的性質がわかっていれば、波形いずみと鉄損の関係を測定、整理するにあたって何かと好都合がある。そこで、本章においては鉄損と関係の深い最大磁束密度、実効値電圧、波形率、いずみ率、マイナーループの振幅等が各調波の振幅、位相角とどのように対応するかを検討する。

検討の対象に選んだいずみ波は、基本波に才₃、才₅、才₇の各調波がそれぞれ単独に流入し、実際上よく起こる波形とし、実用上あまり問題にならない才₇調波を流入した波形については一般的傾向を概説するにとどめた。このようないずみ波を(1.1)式と同様に

$$b = B_1 \sin \omega t + B_n \sin n(\omega t + \theta_n) \quad (2.11)$$

と表示する。次に、一定の高調波次数 n を有する各種いずみ波群についてその特性を検討する。

2.1 同じ最大値を示すいずみ波

本節では、最大磁束密度 B_m が一定のいずみ波群の基本波振幅 B_1 と高調波の振幅 B_n 間の関係を求める。

(2.11)式より、最大磁束密度 B_m は B_1 、 B_n 、 θ_n の関数で

$$B_m = G(B_1, B_n, \theta_n) \quad (2.12)$$

と表わせる。そして、関数 G には(2.13)式の性質があることも(2.11)式より理解される。

$$k \cdot B_m = G(k \cdot B_1, k \cdot B_n, \theta_n) \quad (2.13)$$

したがって、

$$G(B_1, B_n, \theta_n) = 1 \quad (2.14)$$

と正規化して考えれば一般性を失うことはない。なぜなら、 B_m が1以外の場合には(2.13)式を使って、それに対応した B_1 、 B_n を容易に知

ることが出来るからである。そこで、本節では最大磁束密度 B_m が 1 のいずみ波について各種の考察を行なう。

(2.14) 式を直接解くことはほぼ不可能なので、(2.11) 式において $B_1 = 1$ とし、 B_m を 0.001、 θ_m を 1° のピッチで順次かえに多次のいずみ波形について極値、実効値、波形率、ひずみ率、マイナーループの振幅 B_m 、位置 B_c 等を計算し、これらを (2.13) 式に導びき正規化すると共に、必要に応じて、たとえば一定の波形率をもつ波形というように指定条件を満足する波形群を選び出す操作を電子計算機を利用して行なう。^{*} オ 1.1 図および (2.10) 式からわかるようにマイナーループの振幅 B_m 、位置 B_c は極値がわかれば容易に求められる。また、マイナーループを生ずるか生じないかの限界にある波形群も $B_m = 0$ の条件を満足する波形群として選り出せる。为此、計算機解を確かめるため、手計算で解析可能な波形については理論解析も行なう。^{**}

オ 2.2 図 (次頁) の太実線は、このように手順で求めた (2.14) 式を満足する B_1 、 B_m の関係を位相角 θ_m をパラメータとして描いたもので、(a)、(b)、(c) 図は合有高調波の次数がそれぞれ、オ 3、5、9 次の場合を示す。当然のことながら、これらの曲線群は $B_1/B_m \rightarrow 0$ の極限にあり、すべて $B_m/B_m = 1$ に収束する。図には $\theta_m = 0^\circ \sim 180^\circ/\pi$ の範囲のみを示しているが、 $\theta_m = 180^\circ/\pi \sim 360^\circ/\pi$ の範囲では、波形が逆になるだけである。すなわち、 $\theta_m = 0^\circ \sim 180^\circ/\pi$ の場合にオ 2.3 図 (a) のような波形であったとすれば、 $\theta_m = 180^\circ/\pi \sim 360^\circ/\pi$ あるいは $\theta_m = -180^\circ/\pi \sim 0^\circ$ の場合にはオ 2.3 図 (b) のような波形となる。したがって、いま θ_m が α° で、 $180^\circ/\pi < \alpha < 360^\circ/\pi$ の場合にはオ 2.2 図において

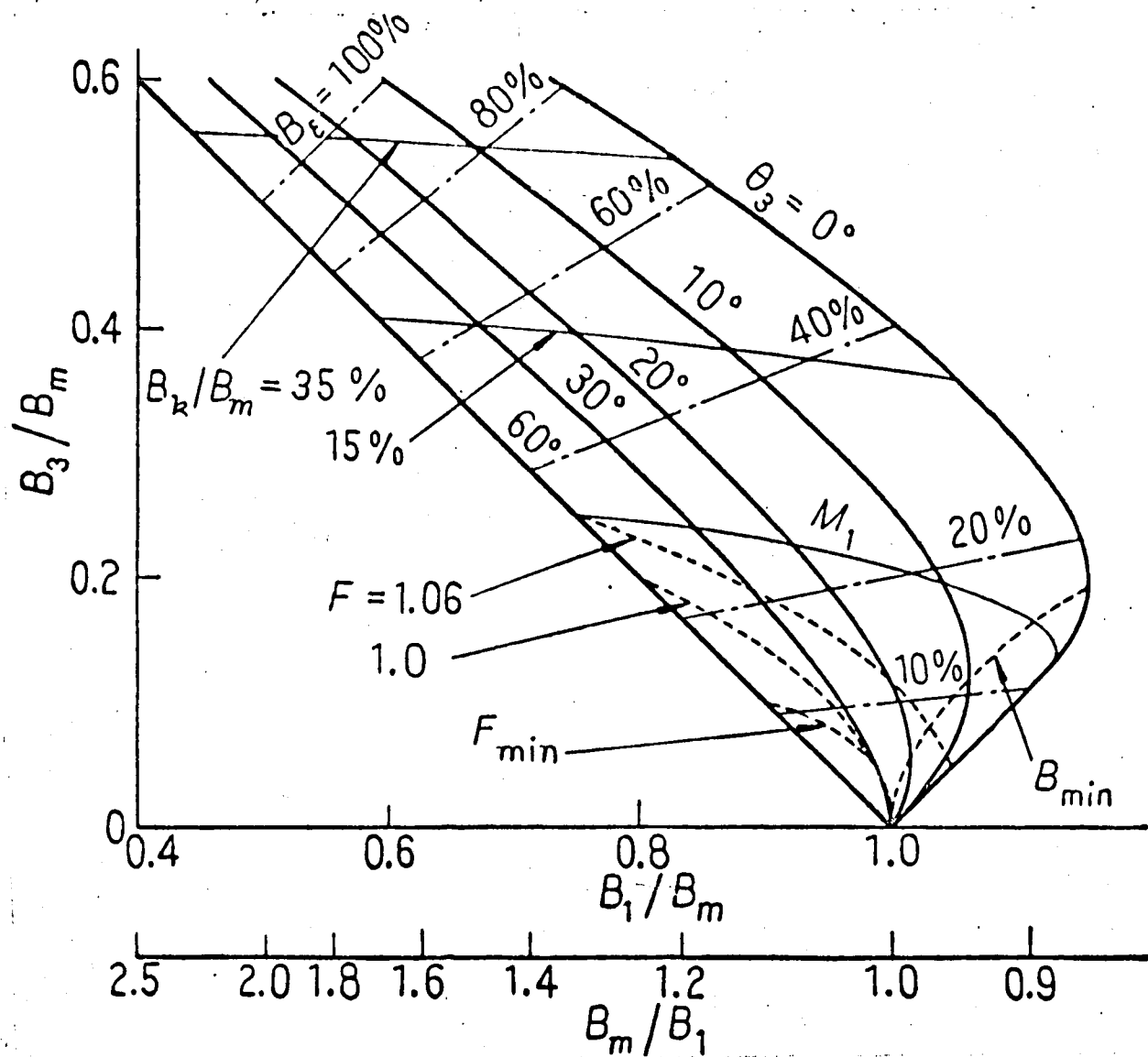
$$\theta_m = 360/\pi - \alpha \quad (2.15)$$

の曲線を見ればよい。オ 2.3 図で (a)、(b) 両波形の極値、波形率、ひずみ率等はまったく同じであるから、以下の解析では $\theta_m = 0^\circ \sim 180^\circ/\pi$

脚注 * 付録 2.2 参照

** 付録 2.1 参照

の範囲のみを取り扱うことにする。



(a) オミ調波を含む場合

B_1 ; 基本波振幅

B_n ; 高調波の振幅

B_ε ; 磁束ひずみ率 (%)

B_m ; 最大値

θ_n ; 高調波の位相角 (度)

B_k/B_m ; マイナーラーフ含有率 (%)

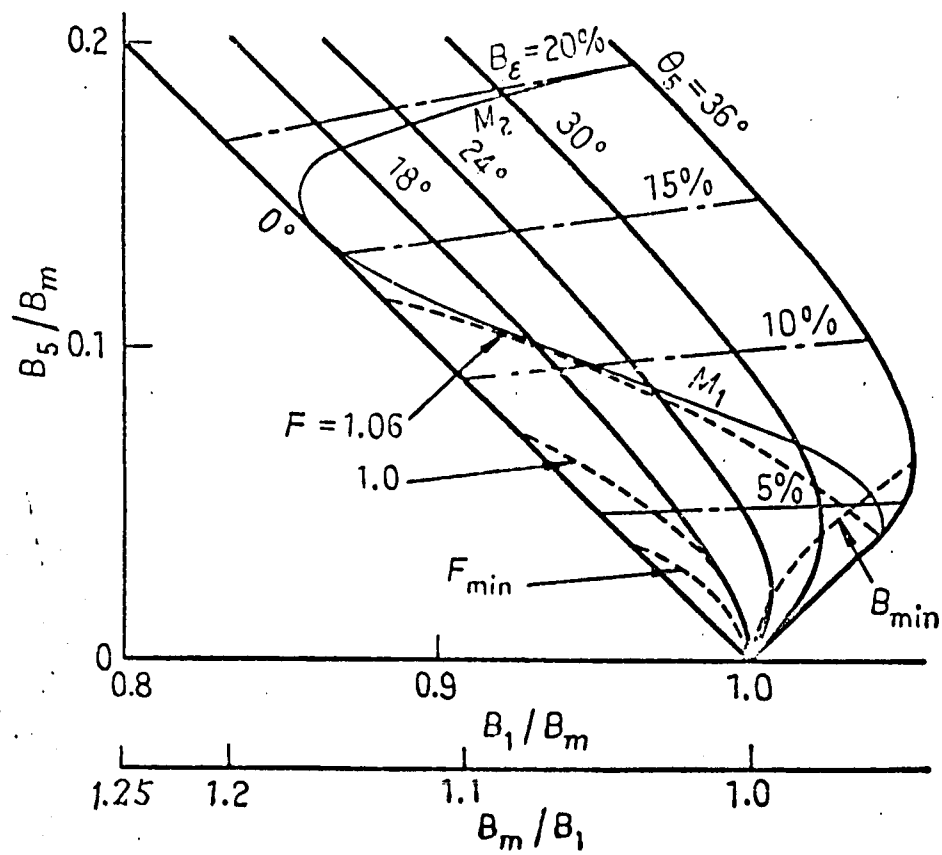
曲線 F ; 波形係数 (波形率/1.111) - 一定の曲線

曲線 F_{min} ; 各角度において最低の波形率を示す点と結んだ曲線

曲線 $M_1 \sim M_4$; マイナーラーフ発生限界

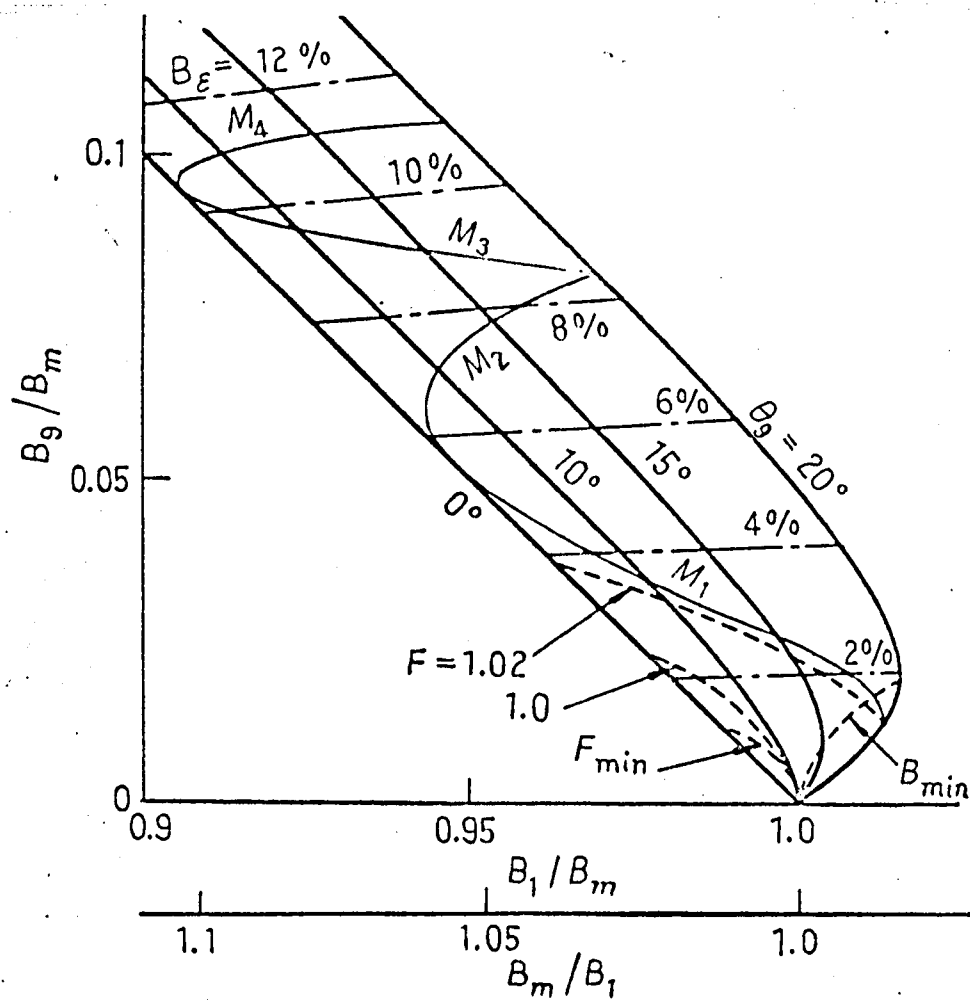
曲線 B_{min} ; 各角度において B_2/B_1 が最小値を示す点と結んだ曲線

オミ調波の特性曲線



(A)

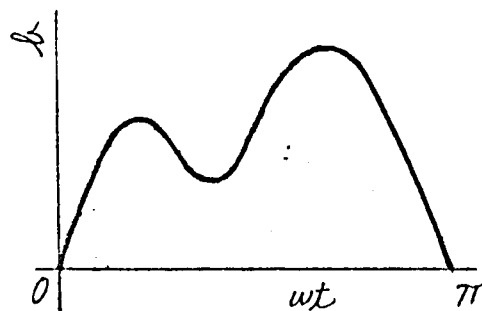
才5鋼浪を含む
場合



(C)

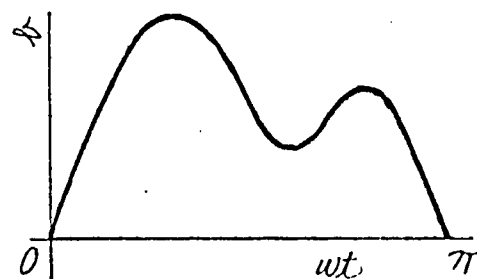
才9鋼浪を含む
場合

オ・ス図 ハリ鋼浪の特性曲線



$$f = \sum B_n \cdot \sin n(\omega t + \theta_n)$$

(a)



$$f = \sum B_n \cdot \sin n(\omega t - \theta_n) = \sum B_n \cdot \sin n(\omega t + 2\pi/n - \theta_n)$$

(b)

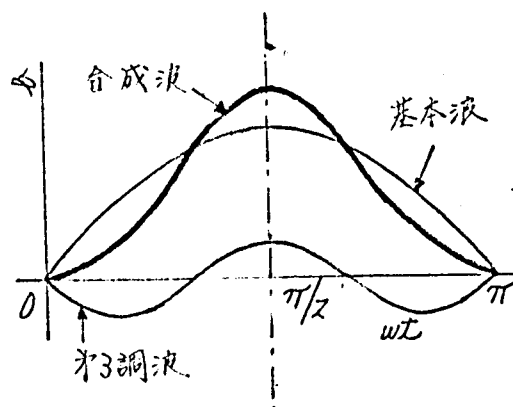
オ 2.3 図 逆波形

一般に，含有高調波の次数 n が

$$n = 4m - 1 \quad (m = 1, 2, \dots)$$

(2.16)

の場合には，含有高調波が逆位相に入るとき，すなわち $\theta_n = 180^\circ/n$ のとき， $\omega t = 90^\circ$ において最大値を生じ，その波形はオ 2.4 図のようになり 90° 対称波となる。したがって，このときの最大値 B_m は，各調波の振幅の代数和



オ 2.4 図 中央に最大値を有する 90° 対称波

($n=3$, $\theta_3 = 60^\circ$ の場合)

和となり，(2.17) 式が成立する。

$$B_n/B_m = -B_1/B_{m+1} \quad (2.17)$$

含有高調波が同位相に入るとき，すなわち $\theta_n = 0^\circ$ のときには，高調波の振幅 B_n が小さい場合に限る， $\omega t = 90^\circ$ において最大値を生じ，その値は各調波振幅の和となる。したがって，

$$B_n/B_m = B_1/B_{m+1} \quad (2.18)$$

B_n が大きくなると、半周期中に極値が複数生じ、 $\omega t = 90^\circ$ の点は最小値を与える。このような条件、すなわちマイナーループが存在するようになる、最大値を与える式(2.18)はもはや成立しない。

含有高調波の次数 n が

$$n = 4m + 1 \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.19)$$

の場合には、含有高調波が同位相に入ると、すなわち $\theta_n = 0^\circ$ のときには、 $\omega t = 90^\circ$ において最大値を生じ、その波形はオ2.4図のようになり、(2.17)式が成立する。含有高調波が逆位相に入ると、前と同様の制限条件のもとに(2.18)式が成立する。

以上のことから推察されるように、オ3, 7, 11, ... 調波等、(2.16)式を満足する高調波群と、オ5, 9, ... 調波等、(2.19)式を満足する高調波群とは、必ずみ波の性質が θ_n に関し逆の関係になる。これについては、後述を進めると徐々に、さらに明確に理解されるであろう。

オ2.2図で、 $\theta_n = 0^\circ$, $180^\circ/\pi$ の直線は当然のことながら、(2.17), (2.18)式を満足している。

必ずみ波の必ずみ率 B_E は

$$B_E = (B_n / B_1) \times 100 (\%) \quad (2.20)$$

で与えられる。

オ2.2図において、原点から放射状に引いた直線群(ノ点鎖線)の勾配は、 B_n/B_1 であるから、この直線上では必ずみ率 B_E が一定である。

ここで、磁束の必ずみ率 B_E と誘起電圧の必ずみ率 V_E の関係について考えよう。電圧の高調波分振幅を V_n とすれば

$$V_n / V_1 = n \cdot B_n / B_1 \quad (2.21)$$

の関係があることから

$$V_E = n \cdot B_E \quad (2.22)$$

すなわち、磁束波形がわずかにいすんどり、電圧波形には相当大きな必ずみを生ずる。この事実、後述の尖利波形解析時にしばしば考慮される。

(2.22)式の関係を利用すれば、オズス図から対応する電圧波形のひずみ率も知れる。

2.2 同じ実効値を示すひずみ波

一般に、ひずみ波の実効値電圧 V_{eff} は各調波の振幅を V_1, V_n とすれば

$$V_{eff} = \sqrt{(V_1^2 + V_n^2)/2} \quad (2.23)$$

が与えられる。これを变形すると

$$\left(\frac{V_1}{\sqrt{2} V_{eff}}\right)^2 + \left(\frac{V_n}{\sqrt{2} V_{eff}}\right)^2 = 1 \quad (2.24)$$

これによって、同じ実効値 V_{eff} を示す V_1 と V_n の関係は原点を中心とした半径 $\sqrt{2} V_{eff}$ の円で示される。

次に、これを磁束について考える。一定の実効値電圧を示す磁束波形において、その基本波振幅 B_1 と高調波振幅 B_n 間の関係は(2.2)式を变形して

$$\left(\frac{B_1}{K}\right)^2 + \left(\frac{B_n}{K/n}\right)^2 = 1 \quad (2.25)$$

ここで、

$$K = V_{eff} / \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot \delta \quad (2.26)$$

すなわち、長軸 K 、短軸 K/n の楕円で示される。この楕円上にあるすべてのひずみ波の実効値電圧は同じであるが、その最大磁束密度はひずみ率、位相角の値により変化する。

実効値電圧が変化するとこれらの軌跡は相似な楕円群となる。

(2.25)式が示すように、位相角 θ_n は実効値電圧に関係しない。一定の実効値電圧を得るためには、3個の独立変数 B_1, B_n, θ_n のうち θ_n と B_1, B_n のいずれか1個の計2個が自由に選べる。これに対し、2.1節の最大磁束密度を一定にするために必要な条件では、オズス図で 0° と $180^\circ/n$ の曲線で囲まれる範囲にありさえすれば、 B_1, B_n, θ_n のうち任意の2個を自由に選べる。

有効値電圧とひずみ率が共に一定な条件下では，(2.21)式の制約を欠けて自由に選べるのは位相角 θ_n のみとなる。

2.3 同じ波形率を有するひずみ波

波形率 FF は (2.7) 式のように定義した。これを有効値電圧 V_{eff} と最大磁束密度 B_m で表示すると (2.2)，(2.7) 式から

$$FF = V_{eff} / (4f \cdot N \cdot S \cdot B_m) \quad (2.27)$$

これを波形率係数 F で表示すると

$$F = V_{eff} / (\sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot B_m) \quad (2.28)$$

したがって，波形率が一定ということはとりもたず有効値電圧と最大磁束密度の比が一定であることを意味する。

(2.8) 式を変形して

$$\left(\frac{B_l/B_m}{F} \right)^2 + \left(\frac{B_n/B_m}{F/n} \right)^2 = 1 \quad (2.29)$$

上式は，波形率が一定のとき B_l/B_m と B_n/B_m の関係は，長軸 F ，短軸 F/n の楕円で表わされることを示している。ここで注意すべきことは，長軸 F ，短軸 F/n の楕円上では，最大磁束密度がすべて等しいということと (2.29) 式は示していないことである。波形率，最大磁束密度の両者が一定な条件を満たす部分は，この楕円上でオースワートの 0° と $180^\circ/n$ の曲線に囲まれる範囲に限られる。 F ， B_m 一定の条件を満たすこれらの楕円群を， F をパラメータとしてオースワート図に点線で示す。この場合には，2.1，2.2節の場合より制限条件が1個増えるので，自由度は1個減って， B_l ， B_n ， θ_n のうち任意にとり得るのは二つだけである。その一つにも各種の制限条項があるので，次にこれについて考察する。すなわち，波形率と最大磁束密度の両方が一定ということとは，言葉をかえれば，最大磁束密度と有効値電圧が共に一定ということになる。

2.3.1 最小の波形率

オースワート図を見れば明らかなように，極端に小さな波形率のひずみ波を作

ることはいずれもない。最小の波形率を与える点とは (2.29) 式の円周と (2.17) 式の直線が接する条件から求められる。

一般に、円周と直線の交点は二個所存在する。(2.17), (2.29) 式より、それらの交点の座標 B_1/B_m , B_n/B_m は

$$B_1/B_m = (\pi^2 \pm \sqrt{\pi^2(F^2-1)+F^2})/(\pi^2+1) \quad (2.30)$$

$$B_n/B_m = (1 \pm \sqrt{\pi^2(F^2-1)+F^2})/(\pi^2+1) \quad (2.31)$$

で与えられる。

(2.17) 式が接線になるためには、(2.17), (2.29) 式が等式を成たなければならない。ゆえに、(2.30), (2.31) 式より

$$\pi^2(F^2-1)+F^2=0 \quad (2.32)$$

ゆえに、

$$F = \pi/\sqrt{\pi^2+1} \quad (2.33)$$

(2.33) 式が最低の波形率に対応した F を与える。その点の座標は

$$\left. \begin{aligned} B_1/B_m &= \pi^2/(\pi^2+1) \\ B_n/B_m &= 1/(\pi^2+1) \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

したがってこの点の電圧のひずみ率 V_E は

$$V_E = 100/\pi \quad (\%) \quad (2.35)$$

(2.33) 式より $\pi/5$, $\pi/9$ 調波を混入したひずみ波で作り得る最小の波形率は、それぞれ 1.0537, 1.0892, 1.1039 と計算される。

すなわち、各位相角 θ_n において得られる最低の波形率も考えられるが、これを計算で求めるのは不可能に近い。そこで、2.1 節で述べた要領で、電子計算機により計算した結果をオスロス図に F_{min} とした点線を示せば、含有高調波の次数 n の如何にかかわらず、 F_{min} の曲線は $0^\circ \sim 180^\circ/n$ のうちの半分の範囲にしか存在しない。残り半分の範囲では $F=1$ が最低の波形率係数である。すなわち、この範囲で正弦波の波形率より小さい波形率を得

ることとはできない。また傾斜角が $90^\circ/\pi$ の場合には、高調波の含有率が何れの大まかに何れまで波移行係数 F はほぼ一定で、 $F \approx 1$ のものである。

2.3.2 最大の波移行率

いずれの調波を含有するひずみ波においても、 B_1/B_m が変化する極限において最大の波移行率を示す。すなわち、含有基本波成分が無限小になる状態での最大の波移行率 F_{max} を示し、その値はオス2図と(2.29)式を参照して

$$F_{max} = \pi \quad (2.36)$$

(2.36) 式より、第3, 5, 7調波の混入レバひずみ波で作り得る最大の波移行率は、それぞれ3.3322, 5.5536, 9.9965 と計算される。そして、これ以上の波移行率はとり得ないのである。

2.4 ひずみ率と波移行率

ひずみ率は(2.20)式が示すように各調波の振幅のみの関数である。これに対し、波移行率は(2.7)式が示すように各調波の振幅と最大破壊応力の関数である。したがって、ひずみ率と波移行率の間には一対一の対応関係はなく、同じひずみ率であっても波移行率の異なるひずみ波が存在し得る。電圧のひずみ率 $V_E (= \pi B_E)$ と F の関係は、 θ_n が与えられるとつはじめて一義的に決まるのであって、この関係をオス5図(次頁)に示す。(a), (b), (c)図は含有高調波の次数がそれぞれ第3, 5, 7次の場合を示す。図において、点線が示す曲線 F_{min} は、オス2図の曲線 F_{min} に対応して各角度における最低の波移行率点である。また、曲線 M_1 はマイナーループの限界を示し、オス2図の曲線 M_1 に対応する。曲線 M_1 , B_{min} については後で詳しく述べる。

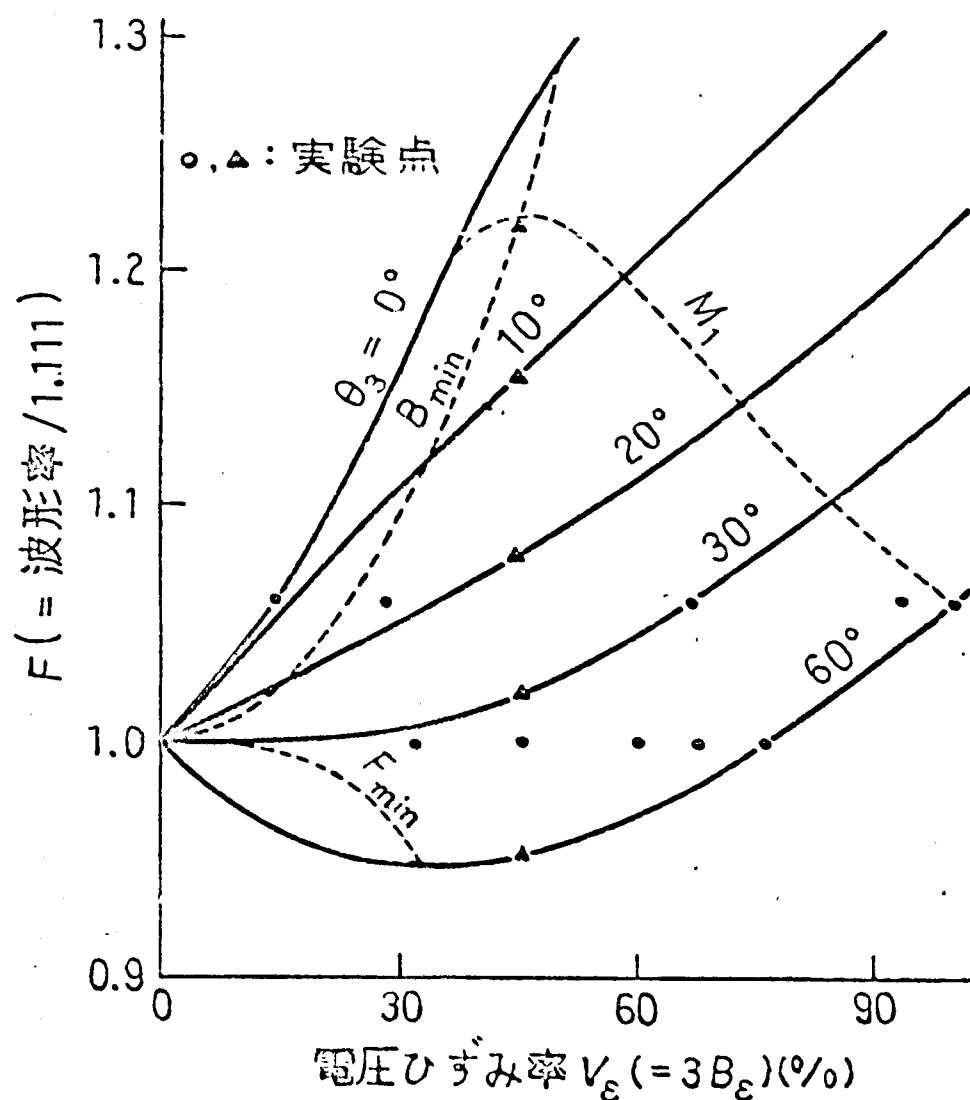
含有高調波の次数が(2.16)式を満足する系列のひずみ波では $\theta_n = 180^\circ/\pi$, また(2.19)式を満足する系列では $\theta_n = 0^\circ$ の曲線(オス5図の一番下の曲線)は、これを解析的に計算することが出来る。すなわち、(2.17), (2.20), (2.22), (2.29)式より

$$F = \pi \sqrt{1 + (V_E/100)^2} / (\pi + V_E/100) \quad (2.37)$$

また、(2.16)式で $\theta_n = 0^\circ$ 、(2.19)式で $\theta_n = 180^\circ/\pi$ の曲線について、マイナーループが存在しない範囲の曲線（オ2.5図の一番上の曲線で、 M_1 より下の部分）は、同様に計算できる。すなわち、(2.18)、(2.29)式より

$$F = \pi \sqrt{1 + (V_E/100)^2} / (\pi - V_E/100) \quad (2.38)$$

これ以外の角度については解析的に求めることが困難なので、2.1節の要領で計算機によって計算した。



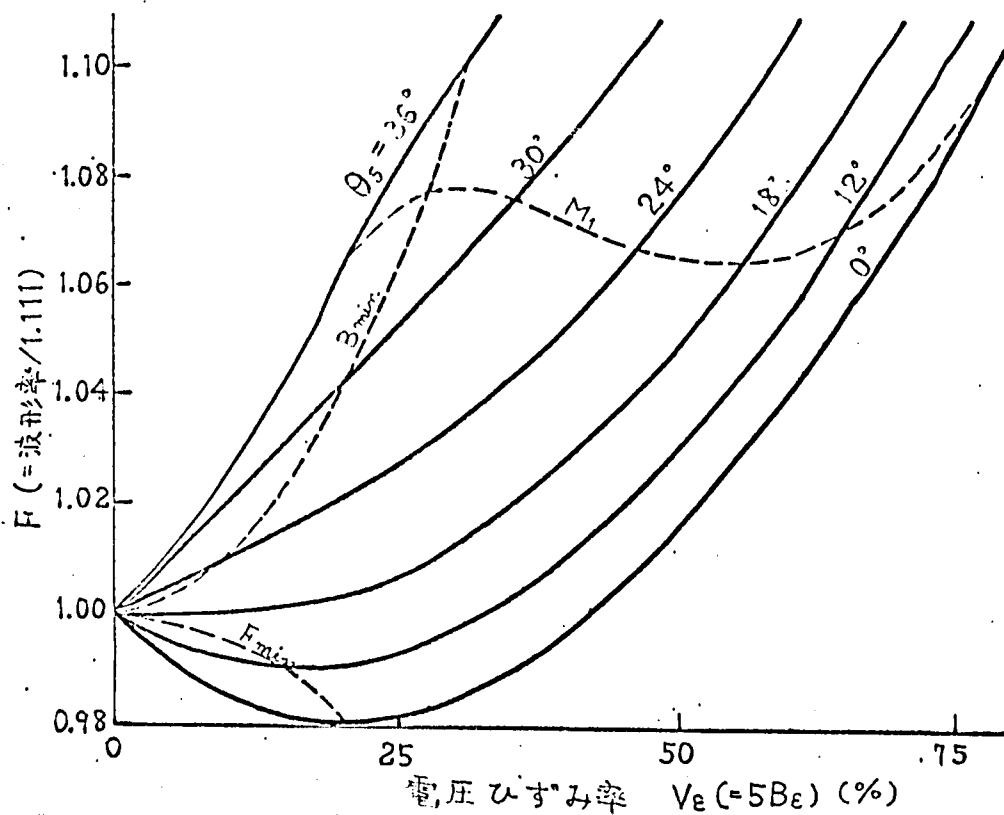
(a)、オ3調波を含む場合

曲線 F_{min} ; 各角度において最低の波移率を示す点と結んだ曲線

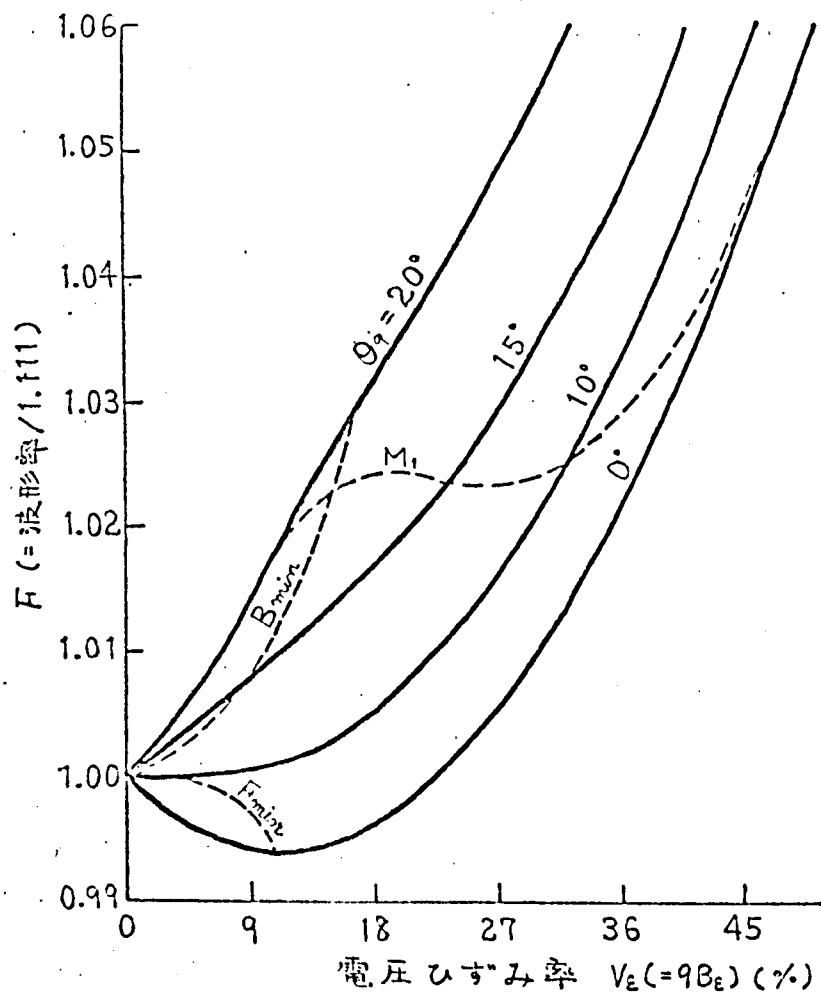
曲線 M_1 ; マイナーループ発生限界

曲線 B_{min} ; 各角度において B_m/B_1 が最小値を示す点と結んだ曲線

オ2.5図 ひずみ率と波移率係数 F の関係



(b) 5次調波を含む場合



(c) 9次調波を含む場合

図2.5 電圧ひずみ率と波形状係数Fの関係

オ 2.5 図をみると $90^\circ/\pi$ の曲線は, (2.16) 式を満足するはずみ波では $180^\circ/\pi$ 側へ, (2.19) 式を満足するはずみ波では 0° 側へ片寄っている。したがってはずみ率が一定であれば, オ 2.5 図等では $180^\circ/\pi$, オ 2.5 図等では 0° のあたりで位相角が少々変化しても波形率は実用上ほとんど変化しない。

2.3 節で述べたように, $\theta_n = 0^\circ \sim 180^\circ/\pi$ の範囲のうち半分の角度の範囲では, 正弦波の波形率より小さい波形率をとることはできない。しかし, 残り半分の角度の範囲では, はずみ波でありながら正弦波と同じ波形率を得ることができる。電圧のはずみ率 V_e が大きくなると, F は θ_n に関係なく $F = \pi$ に収れんする。電圧のはずみ率が極めて大きくなると θ_n による波形率の変化は微小となる。また, π が大きくなるとはずみ率が大幅に変化しても, 波形率はそれほど変化しない。オ 2.5 図から, 電圧のはずみ率が増加したからといって必ずしも波形率が増加するとは言い切れないことがわかる。

一般に, はずみの程度を示すのにはずみ率あるいは波形率が定義されているが, これでは波形は定まらずその両者が表現する必要がある。波形率とはずみ率の違いは, 前者には上, 下限があるのに対し, 後者は零から無限大に変化し得ることと, はずみの極端に大きなもの, 小さなもの, あるいは含有高調波の次数の高いものについて波形率をうんぬんすることは通じない。

世上, 波形のはずみの程度を表すのに, はずみ率で表示しても, 波形率で表示しても同じように考える者が多いが, 両者の関係はこのように複雑であるから, その使い分けについては慎重を要する。

含有高調波の次数が既知ならば, 波形率とはずみ率を測定することにより, オ 2.5 図を利用して調波分析ができる。

2.5 マイナーループ

本節においては, まず同じマイナーループ含有率を示すはずみ波について述べ, 次に, 電圧のはずみ率とマイナーループの振幅係り比とその値

等の関係を明らかにする。

オ2.2図にマイナーループの発生限界を曲線 M_1 として細線で示す。曲線 M_1 より下の範囲にある B_1/B_m , B_n/B_m , θ_n の組み合わせからなるいずみ波はマイナーループを形成しない。 M_1 はマイナーループを1組(2個)形成する限界曲線であるが、一般に含有高調波の次数が n のいずみ波では、1サイクル中に最大 $(n-1)/2$ 組 ($n-1$ 個) のマイナーループを作り得る。ここで、1組というのは、正・負各半サイクル中に各1個計2個同じ大きさのマイナーループが得られるが、これを合わせて1組と呼ぶ。オ2.2図(ハ)、(ロ)には、波形いずみが大きくなると、オ2組目のマイナーループを形成し始める限界 M_2 、またオ2.2図(ロ)には、さらに3、4組目のそれらも曲線 M_3 , M_4 として記入した。次に、これらの曲線の算出方法を述べる。

オ2.1図からわかるように、マイナーループの発生限界にある磁束波形は、発生限界点において変曲点をもつている。したがって、(2.11)式の微分値が等根を有する条件から曲線 M_1 , M_2 , は求められるはずである。しかしながら、高調波の次数が低い、特定の位相角の点以外ではこの方法の適用が極めて困難なので、マイナーループの含有率 B_n/B_m が $0 < B_n/B_m < 0.01\%$ をマイナーループ限界とみなして、2.1節の章でこの条件を満足する波形群を計算機によって選び出した。

オ2.2図(ハ)にはマイナーループの含有率一定の条件として $B_n/B_m = 15, 35\%$ の場合も細線で示しているが、これは解析的に全波形中 $|B_n/B_m - a| < 0.1\%$ を満足するものを計算機で選び出すことによって得られた。ここで、 a は所望のマイナーループ含有率である。

オ2.5図には、最初に現われるマイナーループの限界における電圧のいずみ率と波形率の関係を曲線 M_1 (点線) として示している。図から F が 1.0607 (オ3調波), 1.0623 (オ5調波), 1.0187 (オ7調波) 以下であれば、 θ_n のいかにいかにわらずマイナーループを生じ得ないこと

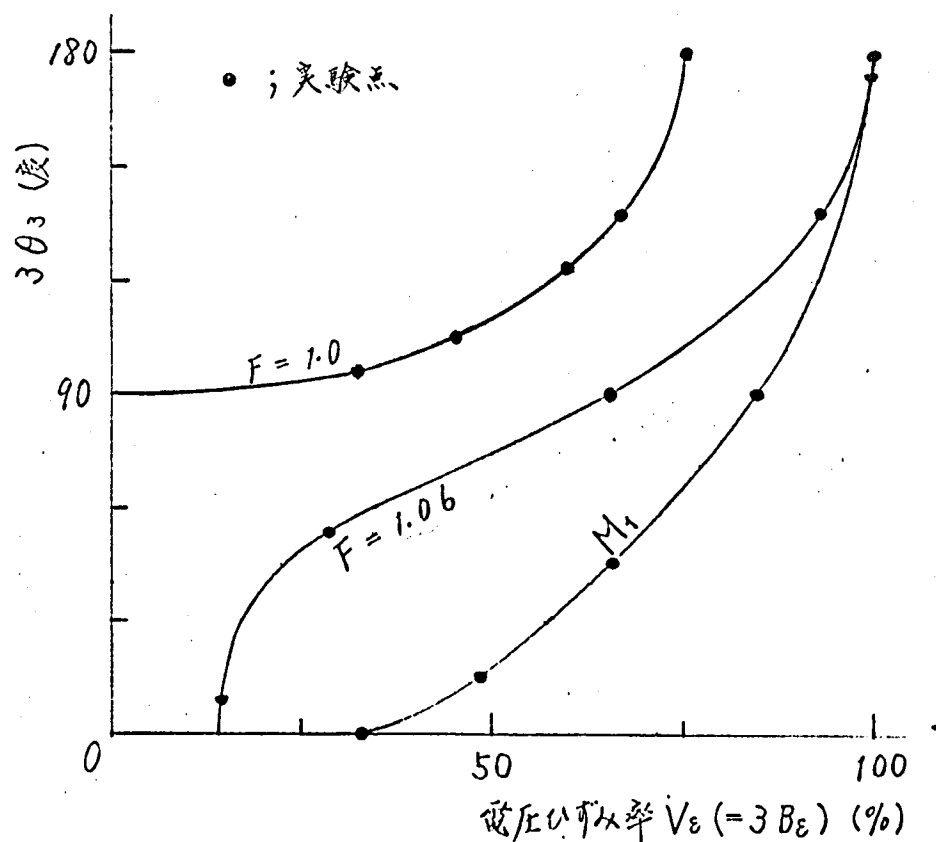
※ 特定位相角におけるマイナーループ限界の算出方法については、付録2-1を参照されたい。

がわかる。別の言葉で表現すると、波移率が 1.1751 (オ 3 調波), 1.1799 (オ 5 調波), 1.1315 (オ 9 調波) 以上になると位相角によってはマイナーループが存在し得ることを示している。これを電圧のひずみ率 V_E で表現すると,

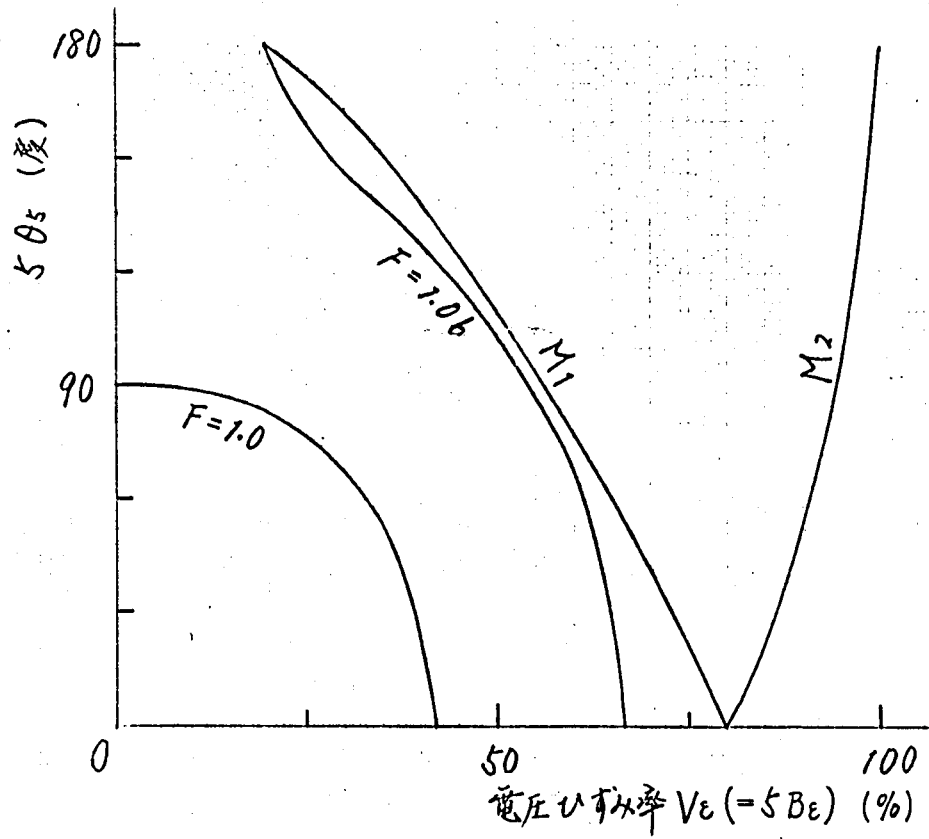
$$V_E = 100/\pi \quad (\%) \quad (2.29)$$

がマイナーループを生じ得ない限界にほなる。この V_E の値は (2.25) 式が示すように、その調波ごとい得る最小の波移率を与えるひずみ率と一致する。一方、電圧のひずみ率がそれぞれ 100 (オ 3 調波), 80 (オ 5 調波), 49 (オ 9 調波) % 以上では必ずマイナーループを形成する。また、マイナーループ無しにほり得る最大の F は, 1.225 (オ 3 調波), 1.1040 (オ 5 調波), 1.0562 (オ 9 調波) である。すなわち, 1.2606 (オ 3 調波), 1.2262 (オ 5 調波), 1.1731 (オ 9 調波) 以上の波移率をもつひずみ波には, 必ずマイナーループが存在する。これらの値はいずれも付録 2.7 の方法で解析的に求めたものである。

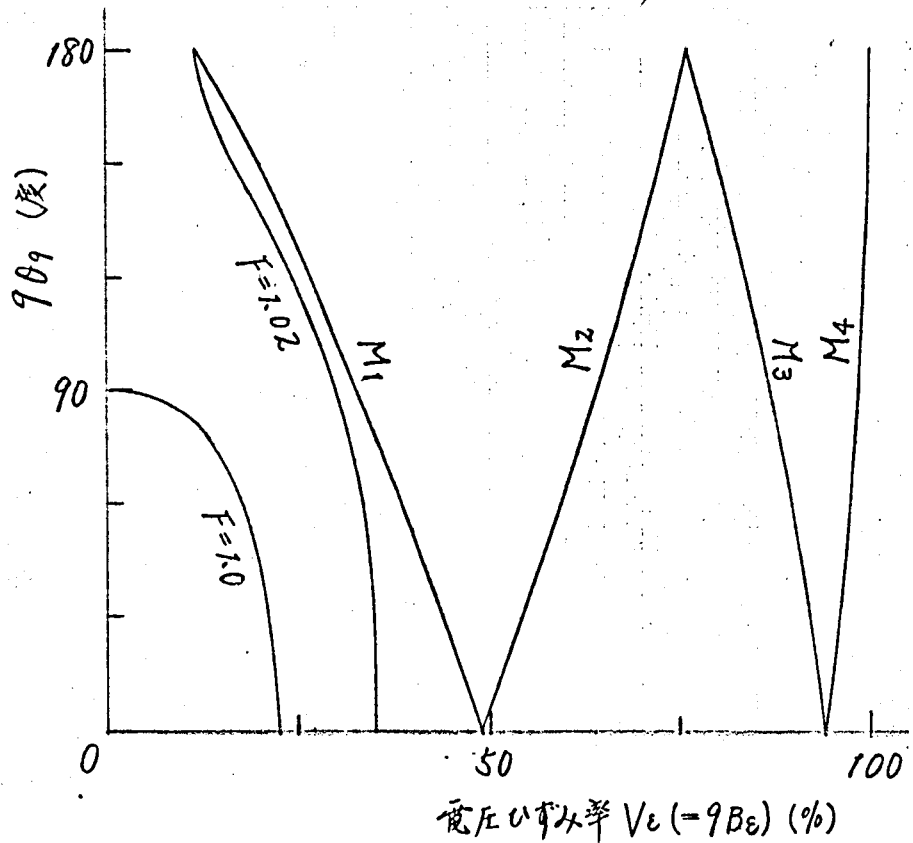
オ 2.6 図にマイナーループ限界における電圧のひずみ率と位相角の関係



オ 2.6 図 (a) オ 3 調波を含む場合



(b) θ 5 調波を含む場合



(c) θ 9 調波を含む場合

曲線 $M_1 \sim M_4$; マイナーループ発生限界

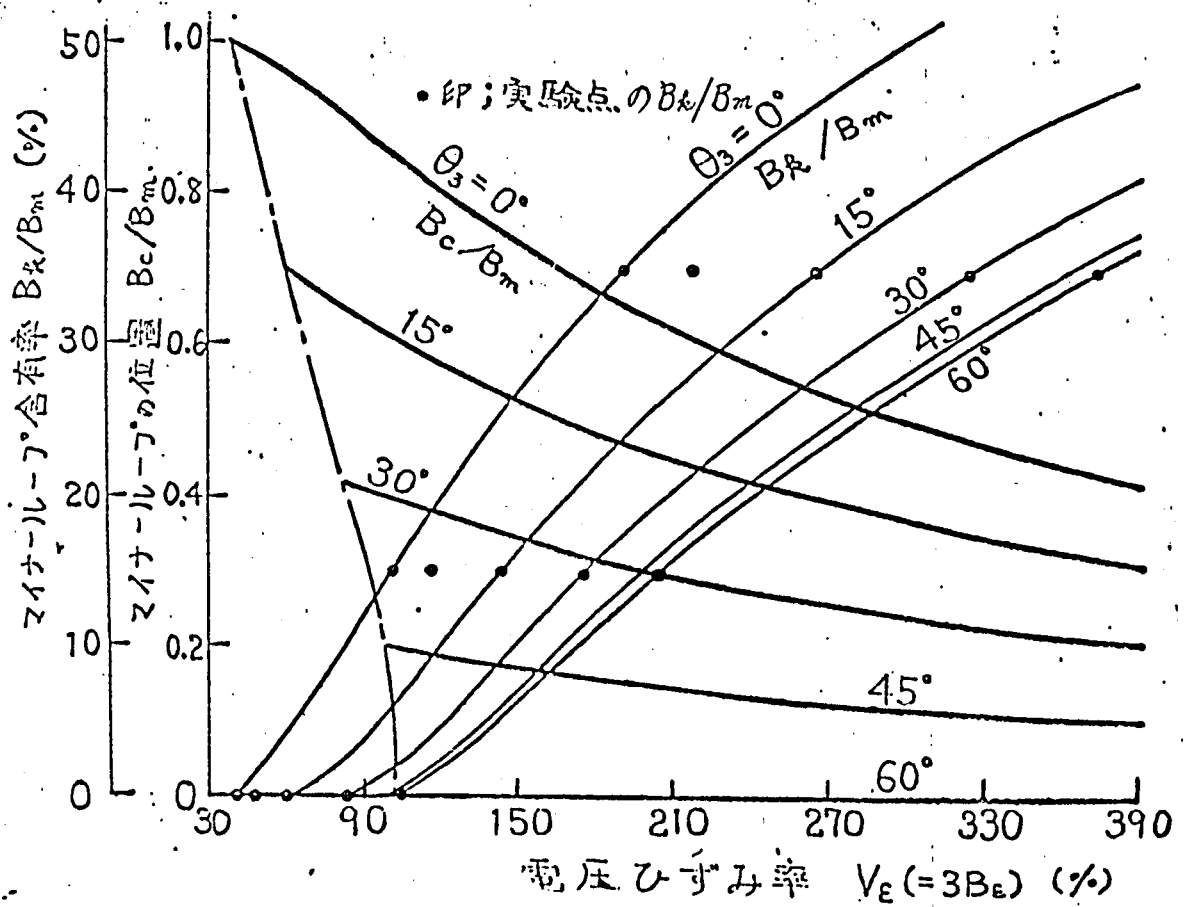
曲線 F ; 波形係数一定の曲線

オ 2.6 図 θ ずみ率と位相角の関係

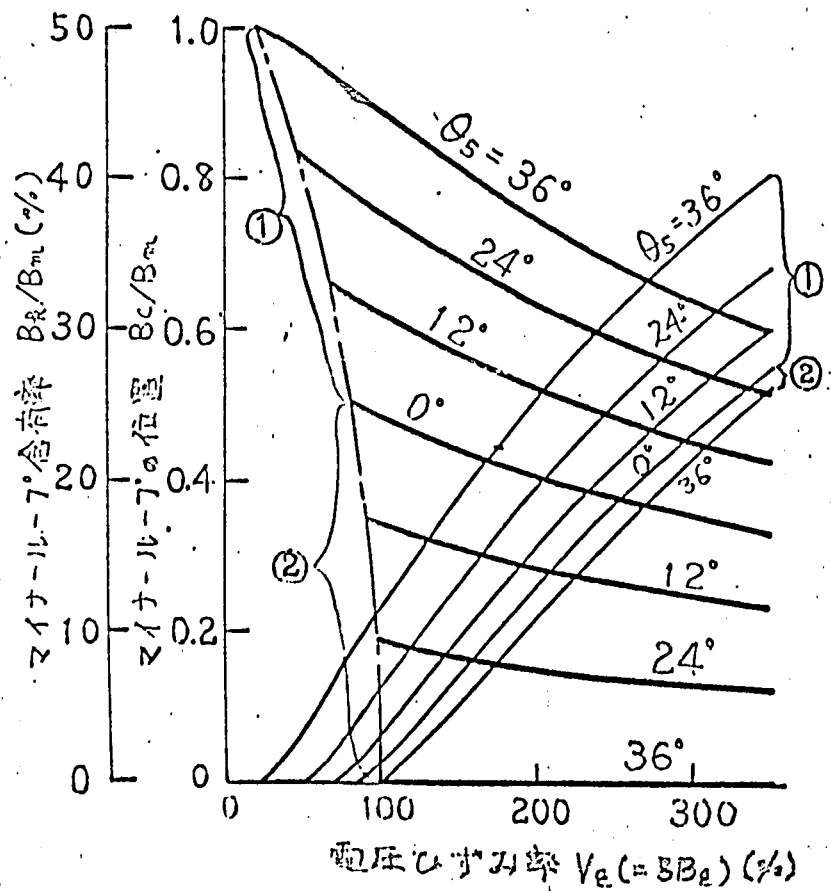
を示す。(a), (b), (c) 図はそれぞれオ3, 5, 9 調波を含有する場合で、曲線 $M_1 \sim M_4$ はオ2・2 図のそれらに対応する。図からわかるように、電圧のひずみ率を一応にして位相角を増加させると、マイナーループの組数は不変であるが、オには1組増加する。一方、位相角を一応にしてひずみ率を増加すると、一般にマイナーループの組数は零から1組ずつ増加して最後に最大組数 $(\pi-1)/2$ となる。ただし、 θ_n が 0° には $180^\circ/\pi$ においては、一般に2組ずつ増加する。この現象についてはオに後で検討する。電圧のひずみ率が100%以上になると、すべての波形は最大数 $(\pi-1)$ 個のマイナーループを含有する。これによって電圧のひずみ率が(2.39)式を満足すると、やはり100%のときの物理的性質が明確になった。

参考のため、正弦波と同じ波形率の曲線も $F=1.0$ とし示した。さらに、マイナーループ無しにとり得る最大の波形率に近い値として、オ3, 5 調波では $F=1.06$, オ9 調波では $F=1.02$ の曲線も示した。含有高調波の次数が高くなると、わずかの波形率の変動でマイナーループを形成することがわかる。

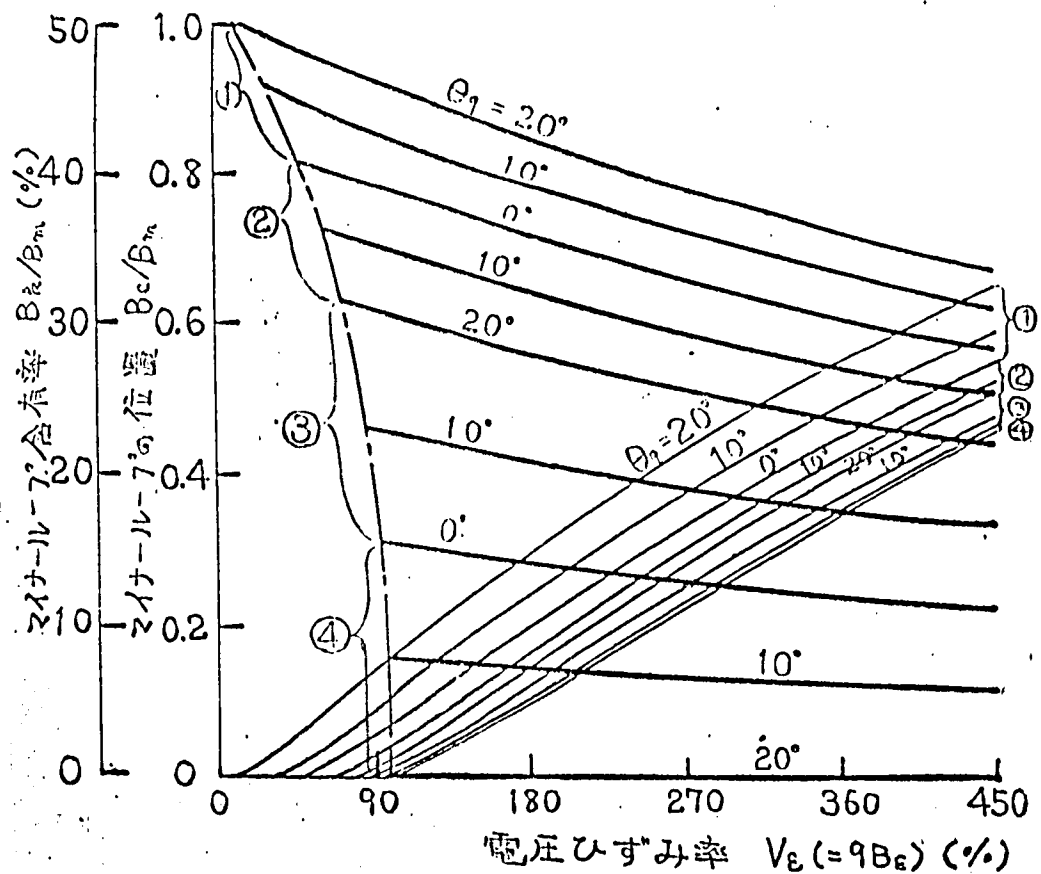
オ2・7 図(次頁)に計算機で求めた電圧のひずみ率 V_e とマイナーループ含有率 B_n/B_m (細線) および位置 B_c/B_m (太線) の関係を位相角 θ_n をパラメータとして示した。位置 B_c の定義についてはオ2・1 図を参照されたい。図で1点鎖線はマイナーループ限界における B_c/B_m を示す。同じ角度の B_n , B_c が(a) 図では1組であるのに対し、(b); (c) 図ではそれぞれ2, 4組あるのは、マイナーループがオ3 調波では最大1組, オ5, 9 調波ではそれぞれ2, 4組生じるためである。(b) 図には組番号①, ②, オに(c) 図には組番号①~④を付したが、これはオ2・2 図のマイナーループ限界曲線 M の添字に対応している。すなわち、電圧のひずみが大きくなると、まず組番号1のマイナーループが発生する。さらにひずみを増加すると組番号2, 3, ... の順に、順次新しいマイナーループの組が発生するのである。そしてそれらの間には、組番号の若いマイナーループの方が、大きい組番号のマイナーループよりも B_n/B_m のよ



オ 2.7 図 (a) オ 3 調波を含む場合



(b) オ 5 調波を含む場合



(C) 高調波を含む場合

B_n ; マイナーループの振幅 B_m ; 最大磁束密度

B_c ; マイナーループの位置 θ_n ; 高調波の位相角

①~④; マイナーループの組番号

オ2・7図 ひずみ率とマイナーループ含有率および、その位置の関係

B_c/B_m が大きいという関係がある。

次に、位相角、電圧のひずみ率によるマイナーループの大きさや、発生位置の変化の様子や、マイナーループの組番号とそれパヒステリシス曲線上で占める位置、大きさの相互関係等について考察する。

まず、位相角 θ_n 一足の場合を考える。電圧のひずみ率 V_E が大きくなるにしたがってマイナーループの振幅 B_n/B_m は増加するが、発生位置 B_c/B_m はそれだけ減る。に最大高まり減りし、電圧ひずみ率が大きくなると極限においては位相角に無関係に $B_n/B_m = 100(\%)$ 、 $B_c/B_m = 0$ に収束する。これは基本波の流入レバの極限状態を考えれば当然で、結局マ

マイナーループがだんだん成長して、ついにすべてのマイナーループがメー
ジャーループに重なることを意味する。

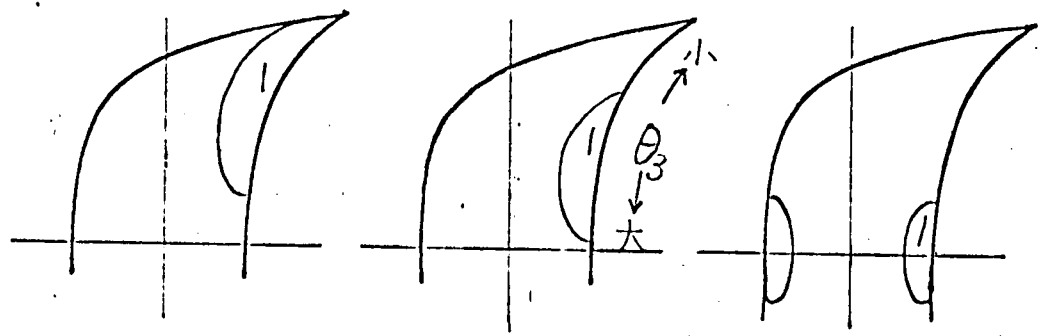
オス・7図でたとえば(女)図の場合、 $\theta_5 = 0$ の曲線は組番号①のものと
②のものが共通になっているが、これは後述のようにヒステリシス曲線上
でマイナーループが同じ高さ、同じ大きさで形成されることを意味する。
このような共通曲線をもつひずみ波では、ひずみ率を増加するにつれてマ
イナーループが2組づつ増加する。 0° および $180^\circ/\pi$ では波形が 90° 対称波
になる関係上、組番号順に2組づつ B_{2k}/B_m 、 B_{2k+1}/B_m の新しいグループ
を生ずるのである、このことは、オス・2図あるいはオス・6図を参照され
ば一層よく理解できる。

次に、各調波の振幅を一定(V_E 一定)として、位相角 θ_n だけを変化
した場合を考える。オス・8図(次頁)は最大磁束密度が一定でしかもマイ
ナーループを有するひずみ波のヒステリシスループにおいて、マイナール
ープの振幅 B_{2k} 、位置 B_{2k+1} が位相角によって変化する様子を定性的に図示
したもので、マイナーループの番号はオス・7図の組番号に対応する。(A)
図はオス調波の場合で、このような(2.16)式を満足する系列に属する
ひずみ波をオス調波系列と呼ぶ。この系列のひずみ波においては、マイナ
ーループの最大発生組数が奇数組となる。(女)、(c)図はそれぞれオ
ス、 π 調波の場合で、このような(2.19)式を満足する系列のひずみ波を
オス調波系列と呼ぶ。この系列においては、マイナーループの最大発生組
数が偶数組となる。

オス調波系列のひずみ波では、奇数番目のマイナーループがメー
ジャーループの上り曲線上(オ1象限)に、上から組番号順に、また偶数番目のそ
れは下り曲線上(オ2象限)に、上から組番号順に位置することがオス・7
図から理解される。

オス調波系列のひずみ波では、偶数番目のマイナーループがメー
ジャーループの上り曲線上に、上から組番号順に、また奇数番目のそれは下り曲線
上に、上から組番号順に現われる。

各マイナーループの振幅は、組番号の若いもの、すなわち上部に位置す

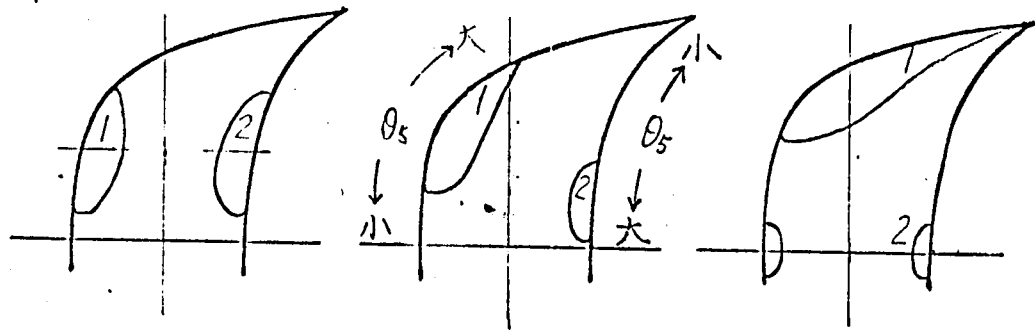


$$\theta_3 = 0^\circ$$

$$0^\circ < \theta_3 < 60^\circ$$

$$\theta_3 = 60^\circ$$

(a) 1 鋼板を含む場合

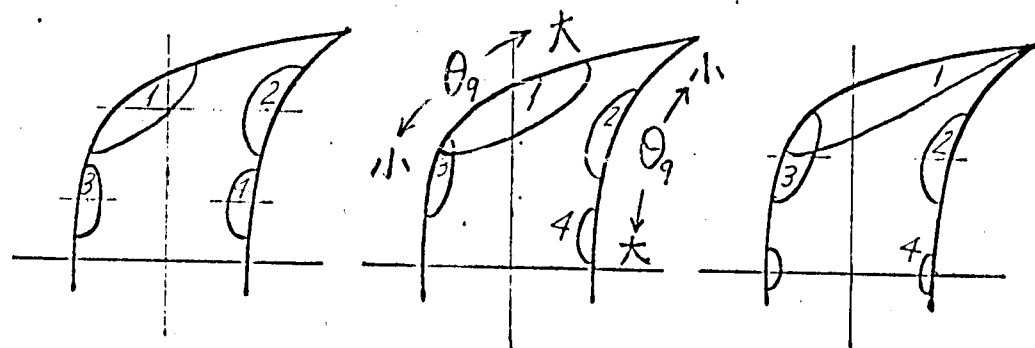


$$\theta_5 = 0^\circ$$

$$0^\circ < \theta_5 < 36^\circ$$

$$\theta_5 = 36^\circ$$

(b) 2 鋼板を含む場合



$$\theta_9 = 0^\circ$$

$$0^\circ < \theta_9 < 20^\circ$$

$$\theta_9 = 20^\circ$$

(c) 4 鋼板を含む場合

才 Z・8 図 電圧の位相率を一定にして位相角を変化
しは場合のマイサーラーの動き

るものほど大きい。

θ_n が 0° の場合，オ3調波系列のひずみ波では，組番号1のマイナーループがオ1象限側の頂上にあり，組番号2と3のマイナーループは1グループとなつて，それぞれ下り，上り曲線上に同じ高さに，同じ大きさでできる。組番号4，5以下も同様に2個づつ1グループになつて，同じ高さに同じ大きさでできる。他方，オ5調波系列のひずみ波では，組番号1，2のマイナーループが1グループとなつて，それぞれ下り，上り曲線上に，同じ高さに同じ大きさでできる。組番号3，4以下も同様に2個づつ1グループになつて，同じ高さに同じ大きさでできる。もううん，各グループの B_R/B_m ， B_C/B_m は，前のグループのものより小さい。

θ_n が $180^\circ/n$ の場合には， 0° の場合と逆の関係となる。すなわち，オ3調波系列では，組番号1，2のマイナーループが1グループとなつて，同じ高さに同じ大きさでできる。組番号3，4以下も同様であるが，最後のグループは真横 ($B_C=0$) に位置する。他方，オ5調波系列では，組番号1のものがオ2象限側の頂上に，最後の組番号のものが真横にできる。組番号2，3のマイナーループは1グループとなつて，同じ高さに，同じ大きさでできる。組番号4，5以下も同様である。いずれの場合も， θ_n が増加するとすべてのマイナーループの位置は時計方向に回転する。すなわち，上り曲線上にあるマイナーループ群の位置 B_C/B_m は減り，下り曲線上にあるマイナーループ群のそれは増大する。電圧のひずみ率が大きいときは，位相角による B_R/B_m ， B_C/B_m の変化は少ない。含有高調波の次数 n が大きい場合も，位相角による B_R/B_m ， B_C/B_m の変化は少ない。したがって位相角を大幅にかえても，ヒステリシス曲線上でのマイナーループの移動範囲はわずかだ，たとえばオ3調波の場合， $\theta_3=0^\circ$ では頂上にマイナーループを生じ， $\theta_3=60^\circ$ では真横にマイナーループを生ずるが，オ9調波では，オ1の組番号のマイナーループは $\theta_9=20^\circ$ のとき頂上に生ずるが， $\theta_9=0^\circ$ のときは真横よりほんのかに上に位置する。電圧のひずみ率が同じであれば，高調波の次数が高いほどマイナーループの振幅は小となる。オ2.8図は電圧のひずみ率が同じ場合の概略図なので，(a)，(b)，

(C) 図を比較すればこのことが理解できる。

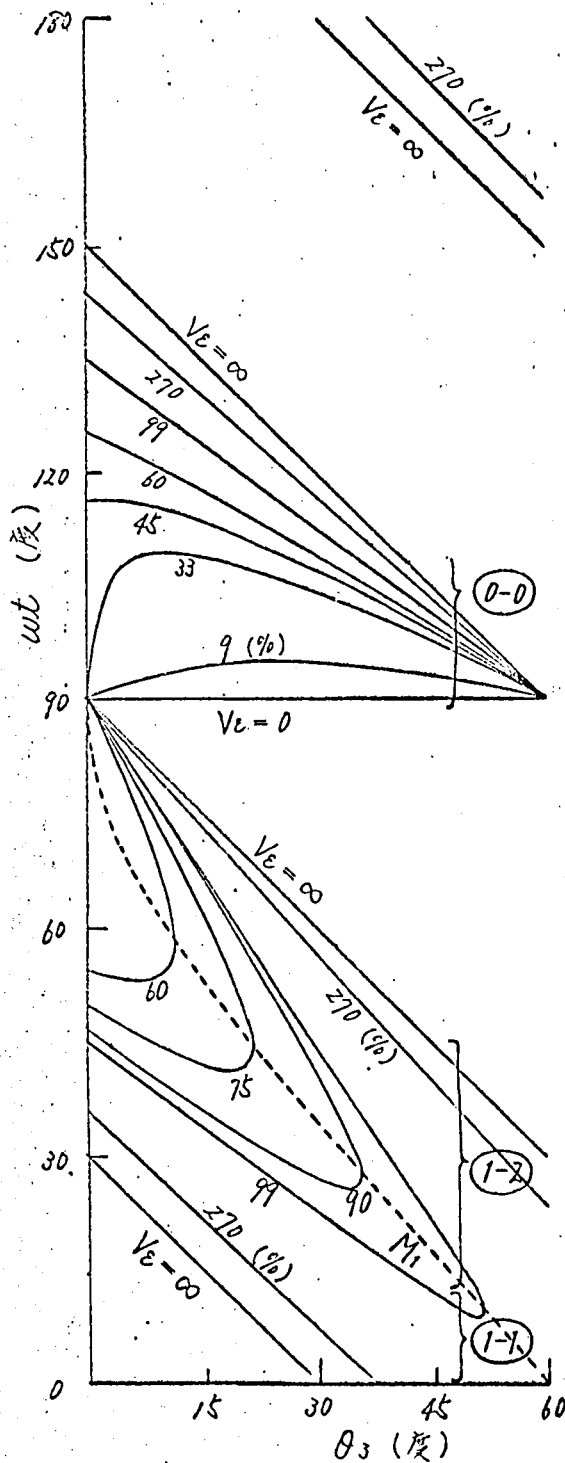
オ 2.8 図は θ_n が $0^\circ \sim 180^\circ/n$ の場合を示しているが、 θ_n が $-180^\circ/n \sim 0^\circ$ の場合は、オ 2.8 図の上り曲線上のマイナーループと下り曲線上のマイナーループを入れ替えに図示になる。たとえば、オ 2.8 図 (C) の例では、上り曲線上に、上から番号 1, 3, 5 の下り曲線上に、上から 2, 4 の順にマイナーループが位置する。

オ 2.7 図を利用すれば、マイナーループの含有率が一定の波群もとりに出せる。マイナーループの含有率を一定にして、位相角を増加させに場合には、オ 2.8 図の各マイナーループの位置は、電圧のひずみがあり大きくない範囲では時計方向に回転する。

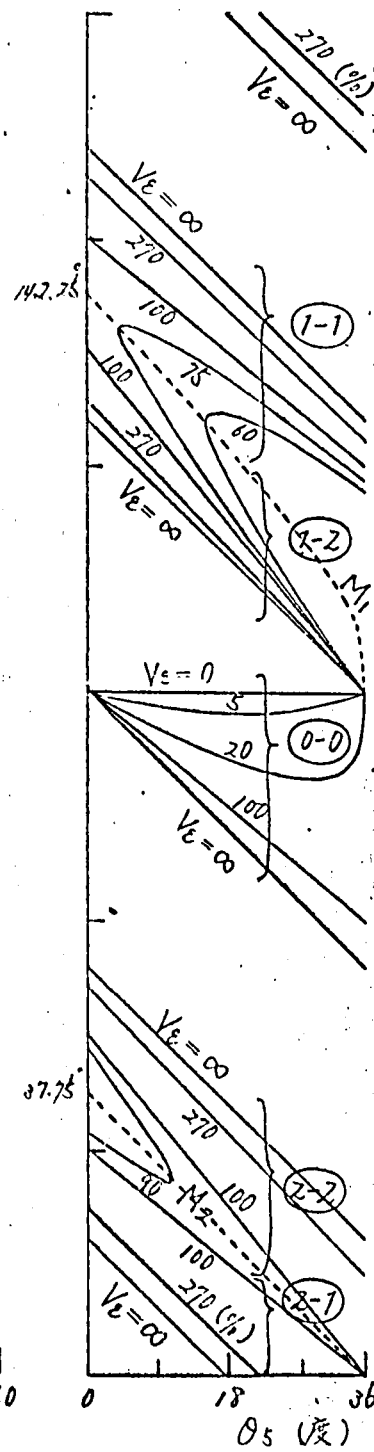
オ 2.7 図を利用すれば、指定された高さにマイナーループを形成するひずみ波群もとりに出せる。しかしながら、高さ B_c/B_m と振幅 B_n/B_m の両者が指定されると、これを満足するひずみ波は非常に制約を受ける。マイナーループの含有率 B_n/B_m とひずみ率あるいは波群率が指定された場合、これを満足する波群はたゞ1個しかないが、オ 2.2 図を使えばこれを導き出すことが出来る。しかしながら、これらのパラメータ相互間には一定の関係が必要で、たとえば極端に小さなひずみ率であつてもはならない。波群率とひずみ率が与えられると、マイナーループの振幅 B_n/B_m 、位置 B_c/B_m は決められまい、これを自由に決め得ないことはもう明らかである。

マイナーループが存在する場合には、平均値電圧計の読みから极大値密度を知ることが出来ないことについてはずでにオ 1 章で述べたが、たとえばオ 2.2 図の B_n/B_m 一定の曲線上では、 B_c に関係なく平均値電圧計の指示は一定である。

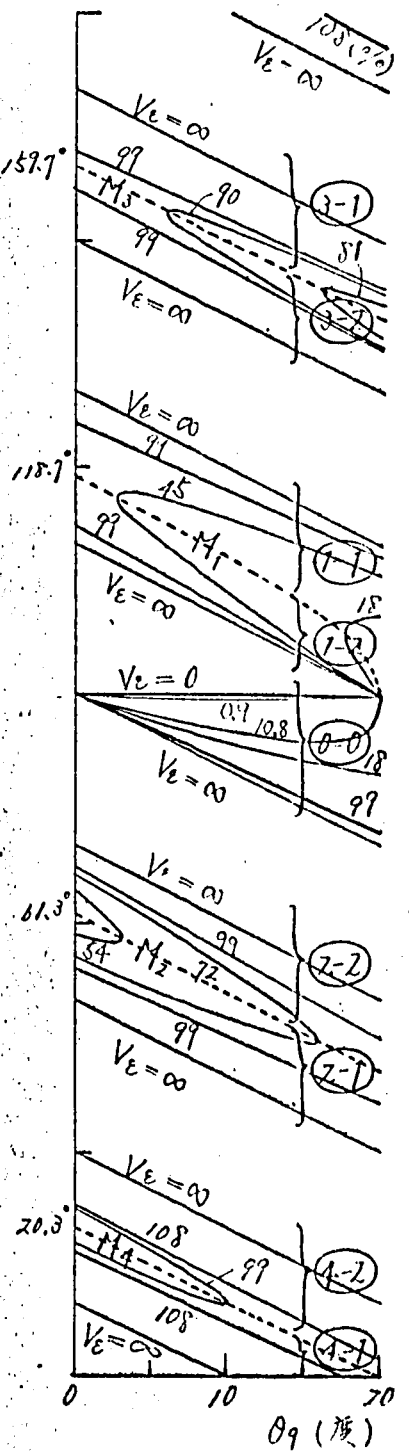
ところで、ある組番号のマイナーループがメージャーループの上り曲線上にできるか下り曲線上にできるかをオ 2.8 図で説明したが、これはオ 2.7 図からは規定されない。これは (2.11) 式に於いて、極値の生じる ωt の値を算出しはじめに明らかになる問題である。そこでオ 2.9 図 (次頁) に高調波の位相角 θ_n と極値を与える ωt の関係を電圧のひずみ率 V_n をパラメータとして示した。(A), (B), (C) 図はそれぞれ含有高



(a) 才3鋼液を含む場合



(b) 才5鋼液を含む場合



(c) 才9鋼液を含む場合

曲線 $M_1 \sim M_4$; マイナーループ発生限界(点線)

(0-0) ; 最大値の生ずる部分

(1-1) ; 才1組のマイナーループに属する最大値が生ずる部分

(1-2) ; 才1組のマイナーループに属する最小値が生ずる部分

(2-1) ; 才2組のマイナーループに属する最大値が生ずる部分

(2-2) ; 才2組のマイナーループに属する最小値が生ずる部分

(3-1) ; 才3組のマイナーループに属する最大値が生ずる部分

(3-2) ; 才3組のマイナーループに属する最小値が生ずる部分

(4-1) ; 才4組のマイナーループに属する最大値が生ずる部分

(4-2) ; 才4組のマイナーループに属する最小値が生ずる部分

才2・9 鋼液の使用角と極値を生ずる角度の関係

調波の次数が3, 5, 9調波の場合で, 曲線 $M_1 \sim M_4$ (点線) はマイナーループ限界を示し, オス・ス図のそれらに対応する。図で電圧のいずみ率 $V_E = \infty$ とは基本波の存在しない状態であるから, この場合は直線になることが容易に理解される。

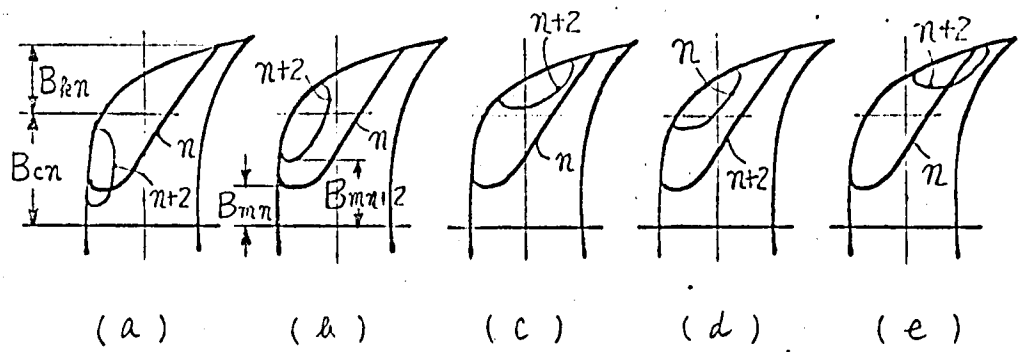
オス調波系列のいずみ波では, ωt の小さい方からマイナーループ限界 M_n, M_{n-2}, \dots, M_1 が生じ, 次に最大値が 90° 以下にはそれを少し過ぎた点に, さらに M_2, M_4, \dots, M_{n-1} の順にマイナーループ限界が存在する。また, $\theta_n = 0^\circ$ で, マイナーループをもたないいずみ波は, $\omega t = 90^\circ$ において最大値を生ずるが, マイナーループが発生するようになると, 最大値は 90° より上に生ずる。

オス調波系列のいずみ波では, ωt の小さい方からマイナーループ限界 M_n, M_{n-2}, \dots, M_2 が生じ, 最大値が 90° 以下にはそれより少し小さい点に, さらに M_1, M_3, \dots, M_{n-1} の順にマイナーループ限界が存在する。また, $\theta_n = 180^\circ/n$ で, マイナーループをもたないいずみ波は, $\omega t = 90^\circ$ において最大値を生ずるが, マイナーループが発生するようになると, 最大値は 90° より下に生ずる。

いずれの系列のいずみ波も, 各マイナーループ限界線(点線)の両側で極値を生じ, 下側が極大値, 上側が極小値を示し, 各グループの曲線は ωt が 90° 以下であれば下に凸, 90° 以上であれば上に凸の形状となる。いずみの少ない波形では, ωt が増加すると, まず極大値が生じ, 極小, 極大, ……と続いて極値が出現するが, $\omega t = 0$ の線と交わる曲線群に属するいずみの多い波形では, ωt が増加するとまず最初に極小値が現われる。

次に, マイナーループの重なり具合を検討する。オス・10図(a)(次頁)は検討対象のいずみ波で作られる重なり例で, (b)~(e)は作り得ない組み合わせの例である。これらはマイナーループの振幅 B_n/B_m , 位置 B_0/B_m が組番号によってどのように変化するかを詳しく検討しに附属わがことである。

なお, 本章の計算を計算機で行う場合のフローチャートを付録2.2に示した。



$$\underbrace{B_{mn} > B_{mn+2} \quad B_{cn} > B_{cn+2} \quad B_{kn} > B_{kn+2} \quad B_{cn} > B_{cn+2}}_{\text{存在せず (非存在理由)}}$$

存在

B_{mn} ; 極値

B_{kn} ; マイナーループの振幅

B_{cn} ; マイナーループの高さ

添字 n は マイナーループの組番を示す

オズ・10 図 マイナーループの重なり方

第3章 ひずみ派の鉄損

前章の解析により，ひずみ派の性質がかなり明確にはつたので，本章ではこれをもとにひずみ派鉄損について検討する。却加派形は，第二章と同様に単一高調波を含有するひずみ派とする。

一般に，鉄損がヒステリシス損，うず電流損，および残留損よりなることは周知の通りであるが，商用周波数領域におけるけい素鋼板の鉄損 W (W/kg) は，ヒステリシス損 W_h (W/kg) と，うず電流損 W_e (W/kg) からなり，次式が成立すると仮定する。

$$W = W_h + W_e \quad (2.40)$$

$$W_h = W_{hf}(B_m) + 2 \sum W_{hi}(B_h, B_c, B_m, \zeta) \quad (2.41)$$

$$W_e = W_{ei}(V_{eff}) = W_{ez}(F \cdot B_m) \quad (2.42)$$

(2.41)式のオ1項はメージャーループのヒステリシス損を表わし，最大磁束密度 B_m の関数と考える。オ2項はマイナーループのヒステリシス損を示す項で，メージャーループならびにマイナーループの振幅，およびその位置の関数と考える。これはマイナーループがメージャーループの上昇中にできるか，下降中にできるかで損失が異なることを示すための添字で位相角 θ_n に関連する。なお， W_{hi} はマイナーループ1個当りのヒステリシス損を表し， Σ はマイナーループの組数合計を表わす。

(2.42)式において，うず電流損は実効値電圧の関数と考え，(2.25)式の関係を使って磁束密度で表わす。 (2.41) ~ (2.42)式において， W_{hf} ， W_{hi} ， W_{ei} 等の関数形は決定しないが，それぞれ B_m ， B_h ， V_{eff} に関し単調増加関数と仮定する。

たとえば変圧器の鉄損測定時には，最大磁束密度と高調波の位相角が一定で，各調波の振幅が変化することが多いが，このように同一種類の測定対象では，波形ひずみを生じる原因が一定しているため，振幅 B_1 ， B_n ，位相角 θ_n が，一定の相関関係をもって変化することが多い。そこで，(2.40) ~ (2.42)式が成立するものと仮定して，各々の場合について鉄損を比較検討してみる。

3.1 最大磁束密度一定の場合

これは (2.40) ~ (2.42) 式を満足すれば、メージャループのヒステリシス損失が一定ということであり、すでに第2.1節で述べた事項はそのまゝ、鉄損に結びつく。

オ2.5図はいずみ率と波形率の関係を示したもので、最大磁束密度はいくらでもよい。そこで、オ2.5図において最大磁束密度と位相角が一様はいずみ波群を考えらる。電圧のいずみ率、すなわち高調波の含有率を増すと、曲線 F_{min} との交点より小さい V_E の部分では、いずみ率の増加と共に波形率が減少するので、(2.28) 式より実効値電圧 V_{eff} も減少する。したがって、(2.42) 式よりうず電流損、また (2.40) 式より全鉄損も減少するという一見奇妙な現象が生ずる。この現象が生ずる位相角の範囲は $0 \sim 180^\circ/\pi$ 中の半分、すなわちオ3調波系列では $90^\circ/\pi \sim 180^\circ/\pi$ 、オ5調波系列では $0^\circ \sim 90^\circ/\pi$ に限られる。もちろん、(2.25) 式を満足する V 以上では、いずみ率が増すにつれてうず電流損も増加する。たとえば、変圧器の試験時には励磁電流のいずみの影響を受け、印加電圧波群が若干いずみ⁽⁷⁾、単相鉄心では、無負荷損が正弦波電圧印加の場合より増加する。これはオ3調波磁束が同相に混入するに因る。また、三相変圧器鉄心ではオ5調波磁束が $\theta_5 = 36^\circ$ で混入するに因り、やはり鉄損が増加する。三相鉄心変圧器のように独立磁路を有する変圧器鉄心では、印加電圧が正弦波^{(14), (15)} であつても各磁路に20%程度のオ3調波磁束が同相に混入するので、単一磁路の場合より鉄損が増加する。これらはいずれもオ2.5図より説明できる。

次に、最大磁束密度といずみ率の両者が一定な場合を考える。これはオ2.2図の1点鎖線と示す放射線上にあるいずみ率を意味し、うず電流損失のみが波形率に対応して変化する。オ2.5図 (A) のようなオ3調波系列のいずみ率では、位相角 θ_n が増加するにつれて波形率は減少し、うず電流損、したがって全鉄損も減少する。一方、オ2.5図 (B), (C) のようなオ5調波系列のいずみ率では、 θ_n が増加すると波形率も増加し、したがってうず電流損、全鉄損も増加する。

最大磁束密度と印加電圧実効値の両者が一定な場合は、波形率も一定と

なり，オ2.2図のF—足の曲線がこれを満足する。この曲線上にあるいずみ波群の突効値電圧 V_{eff} はすべて等しく，(2.28)式より

$$V_{eff} = \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot F \cdot B_m \quad (2.43)$$

ところで，最大磁束密度が $F \cdot B_m$ である正弦波の突効値電圧もこれと同じ値を示す。ということとは，いま考えているいずみ波群は，波高値 $F \cdot B_m$ の正弦波が示すうず電流損と同じ一足のうず電流損を与えるということになる。すなわち，いずみ波の波高値のF倍の正弦波によるうず電流損と同じうず電流損を生ずる。これによって， $F=1.0$ を満足するすべてのいずみ波は，いずみ波と同じ最大値を有する正弦波と，まったく同じヒステリシス損失およびうず電流損を与える。この条件を満足する位相角の範囲は， $0^\circ \sim 180^\circ/\pi$ 中の半分，すなわちオ3調波系列のいずみ波では $90^\circ/\pi \sim 180^\circ/\pi$ ，オ5調波系列では $0^\circ \sim 90^\circ/\pi$ に限られる。オ2.2図上で $F=1.0$ を満足する曲線は，(2.29)式より長軸1，短軸 $1/\pi$ の楕円となる。次に， $F=1$ だととり得る最大のいずみ率を計算する。オ2.2図において原点から引いた直線の勾配が B_L であることを考慮すれば，最大のいずみ率を与える角度は，オ3調波系列のいずみ波では $180^\circ/\pi$ ，オ5調波系列では 0° であることが知れる。これによって，(2.17)式の直線と，長軸1，短軸 $1/\pi$ の楕円の交点最大のいずみ率を与えることになる。その交点は(2.30)，(2.31)式より

$$\left. \begin{aligned} B_1/B_m &= (\pi^2 - 1)/(\pi^2 + 1) \\ B_n/B_m &= 2/(\pi^2 + 1) \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

これによって

$$V_e = 200\pi/(\pi^2 - 1) \quad (\%) \quad (2.45)$$

すなわち，オ3調波では，電圧のいずみ率が75%，オ5，9調波では，それぞれ41.6667，22.5%になるまでは，正弦波と同じ鉄損を与えるいずみ波が存在し得るのである。

$F < 1.0$ の部分では、いずみ波と同じ波高値をもつ正弦波よりむしろ低い鉄損値を示す。これは和田氏が理由不明と述べられたことを理論的に説明するもので、和田氏は B_1 が比較的大で B_m が小さい場合か、と現象が発生すると述べているが、⁽¹³⁾ たとえば $\theta = 60^\circ$ の場合 $B_0/B_1 < 25\%$ ばかりの現象が発生するのである。 $F < 1.0$ を満足するためには、(2.8) 式より $B_1 < B_m$ で、かつ (2.45) 式以下の電圧いずみ率でなければならぬ。すなわち、 $F < 1.0$ の範囲ではマイナーループは存在し得ない。

マイナーループが存在しない範囲では、波形率の同じいずみ波はすべて同一の鉄損値を示す。マイナーループの存在する部分では $B_m = -1$ 足、 $F = -1$ 足、という二つの条件を同時に満足する二種類のいずみ波は存在し得ないことがオオス図よりわかる。したがって、この部分では波形率が同じで同一の鉄損値を示さない。

3.2 印加電圧実効値一定の場合

実効値電圧計の指示値を基準にして測定した二つの鉄損測定記録を比較する場合等がこれに相当し、いずみ電流損が一定になる。この場合の B_1 、 B_m の関係は、2.2節で述べたようにバ円のオノ象限全体がこれを満足し、このバ円上にありさえすれば磁相角は任意でよい。また、前節でも述べたようにオオス図に示す電圧のいずみ率と波形率の関係は (2.14) 式の制限条件に関係なく一般的に成立する。したがって、今回もオオス図を利用して電圧のいずみ率と波形率の間の関係が求められる。 F が求まれば (2.28) 式より

$$B_m = V_{eff} / (\sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot F) \quad (2.46)$$

となり、そのメーシヤヒステリシス損は振幅 $V_{eff} / (\sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot F)$ の正弦波のそれに等しくなる。

まず、実効値電圧といずみ率の両方が一定の場合を考える。(2.2) 式に (2.20)、(2.22) 式を代入して

$$V_{eff} = \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot B_1 \sqrt{1 + (V_e/100)^2} \quad (2.47)$$

したがって、この場合には基本波および高調波の振幅も一定となる。オ2.5図より、位相角が増加するにつれて、オ3調波系列のいずみ波ではメージャ ヒステリシス損 W_{Hj} が増加し、オ5調波系列のいずみ波では W_{Hj} が減少することになる。何故なら、(2.46)式が示すように、 F が変化するとそれに対応して最大磁束密度も変化するからである。

オ2.5図で電圧のいずみ率が大きくなると、(2.36)式が示すように F の値は F_0 に接近し、位相角による F の変化率は微小になる。すなわち、高調波の含有率が高くなるとメージャ ヒステリシス損 W_{Hj} の位相角による変化は極めて少ないことになる。また、前述のように電圧のいずみ率が大きくなるとマイナーループ含有率 B_R/B_m も 100% に近づき、マイナーループヒステリシス損 W_{Rj} の位相角による変化も少なくなる。そのうえ、電圧のいずみ率の大きい部分では F が大きく、全鉄損中に占めるヒステリシス損の割合が小さいという関係もあって、位相角の変化による鉄損変化はほとんど生じない。そして、この傾向は高調波の次数が高くなるほど著しい。

次に、実効値電圧と位相角の両者が一定の場合には、オ2.5図の曲線 F_{min} 上で最大のメージャ ヒステリシス損を示し、これより電圧のいずみ率が増しても減ってもメージャ ヒステリシス損は減少する。

鉄損測定を行なう場合、 $F > F_0$ の時には、平均値電圧計の指示を基準にとれば、正弦波の鉄損よりいずみ波の鉄損の方が多くなるが、実効値電圧計の指示を基準にとれば、正弦波の鉄損より少くなる。

3.3 基本波磁束密度一定の場合

オ2.2図は元来、 $B_m = 1$ とした描いたものであるから、そのまゝ本節に適用することはできないが、横軸を B_1/B_m の目盛にようすに、その差数の B_m/B_1 の目盛で読めば、この図はそのまゝ $B_1 = 1$ に正規化された曲線になる。オ2.2図はそのために横軸を2重の目盛で目盛っている。そうするとこのときの磁束 (B_2) は、磁束のいずみ率であると同時に高調波の振幅そのものも表わしている。

まず、位相角が一定の場合について考える。オ2.2図の曲線 B_{min} (点

$$V_{eff} = \sqrt{2} \pi f \cdot \mathcal{N} \cdot S \cdot F \cdot B_1 \quad (2.48)$$

才 2.2 図の曲線 B_{min} に対応する曲線を才 2.5 図にも点線 B_{min} で示して
 いたが、曲線 B_{min} は曲線 F_{min} と反対の $90^\circ/\pi$ の角度範囲にしか存在してい
 ない。その理由は、これ以外の位相角では必ず $B_1 < B_2$ となるためである。

- 101 -

一方、これをオ・5図についてみれば、曲線 B_{min} より右の部分では、高調波の含有率が増すに比例して、うず電流損、ヒステリシス損は、共に増加するが、曲線 B_{min} より左の部分では、高調波の含有率が増すに比例して、うず電流損 W_c は増加するが、メージャヒステリシス損が減少するため、全鉄損中にはめるうず電流損の比率いかんによって全鉄損が増加する場合も、減少する場合もある。

次に、基本波と高調波の振幅が共に一定で、位相角を変えの場合を考える。これは突効値電圧一定という条件に等しく、オ・6図で検討済みであるが、材質の影響について付言すれば、方向性けい素鋼板の方が熱間圧延のものより、高調波含有率の小さい方から、位相角による鉄損変化が少なくなる。何故なら、この場合突効値電圧が一定であるからうず電流損が一定であり、一方冷間圧延のけい素鋼板の方が熱間圧延のものより百分率ヒステリシス損 η ($=W_h/W \times 100$) が小さいために最大磁束密度の変化に伴う全鉄損の変動が少ないからである。

最大磁束密度が基本波の振幅と等しいはずみ波の鉄損は、基本波のみの場合の鉄損より必ず大である。オ・11図の $B_m/B_1=1$ の線上では必ず $F>1$ であるため、うず電流損が正弦波の場合より増加するからである。

第4章 鉄損に影響する諸因子の実験的検討

実験はオス，3章で検討したことをもとに，正弦波鉄損からいずみ派鉄損を算出する一般的方法の実験的長づけを主眼として行なう。試料は厚さ 0.35mm ，鉄目の鉄同圧延すい素鋼板 S09F，冷同圧延無方向性すい素鋼板 S10 および冷同圧延方向性すい素鋼板 G10 を用い，基本派周波数は $50, 60\text{Hz}$ とし，これにオス調派を重じようとして実験した。

4-1 測定装置

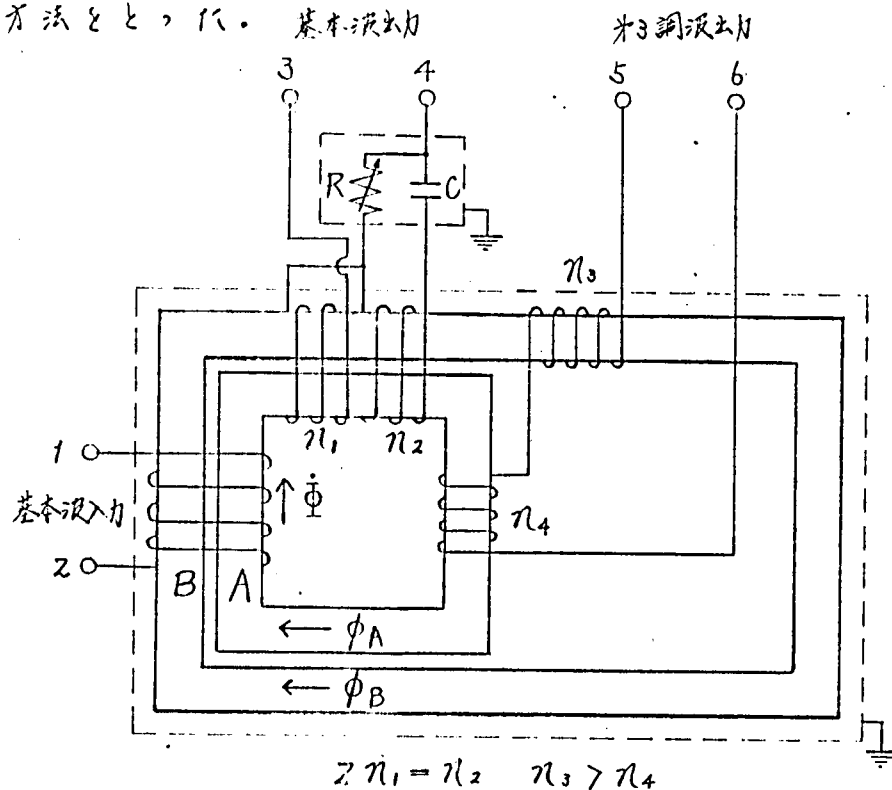
4-1-1 いずみ派の電源

電源としては正弦波発電機による方法と電子管式の二方法が考えられるが，サンプリング式 X-Y レコーダで派形を記録する関係上，電源の周波数安定度と電圧安定度に対し，うわめて過酷な条件を必要とするので，これらの特性の良好な電子管式電源を採用した。

発振管の特性は，周波数安定度 0.01% ，いずみ率 0.2% ，電圧安定度 0.05% 以内のものを使用した。特に出力電圧の安定度は重要であって，方向性すい素鋼板のように方形 B-11 特性を有する材料の飽和点の近傍では，わずかの電圧変動が大幅な励磁電流の変化をもたらし，その結果増幅器の出力電圧を変動させ，ヒステリシス曲線の形状を変える。増幅器は単管出力 300VA のものを用い，その特性は，定格抵抗負荷時のいずみ率が 0.1% 以内で，また内部インピーダンスを低下させるために電圧の正負かゝるを行ない，出力安定度（ロードレギュレーション）を負荷が $0 \sim 100\%$ 変化しても 0.5% 以内にとどめた。さらに，電源電圧の変動に対しては負負かゝるを行ない，ラインレギュレーションを電源電圧 10% 変化に対して 1% 以下にした。位相特性（入出力間の位相差）も問題になるので，これを 1° 以内に押えた。

高調波電源は基本派に同期している必要があるので，オス・12 図のオスでオス調派をとり出した。すなわち，独立磁路を有するオス・1 図（ホ）の構造の三相鉄心の 1 脚のみを単相励磁して，各磁路に含まれるオス調派分磁脚注 * 試料中に加えられる磁束のいずみ率は $1/9$ になる。

束を利用する方法をとる。基本波出力



オ2.12図 基本波に同期したオ3調波電圧のとり出し方法

オ2.12図に於いて、端子1, 2は入力端子で、基本波電圧で鉄心を励磁する。そのとき脚に誘起する磁束量は正弦波であるが、磁路A, Bに誘起する磁束 ϕ_A , ϕ_B は、^{*}両磁路長が異なるため高調波を含有する。端子3, 4は基本波電圧の出力端子でR, Cは、それぞれ位相調整用の可変抵抗とコンデンサを示す。端子5, 6はオ3調波の出力端子で、各磁路のコイルの巻数 n_3 , n_4 を適宜に選べば、基本波成分電圧をほぼ零にすることが出来る。

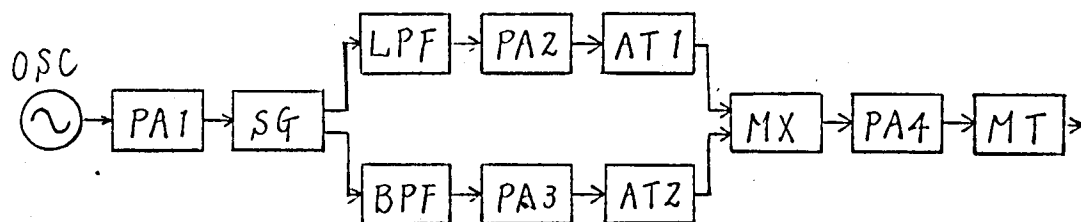
オ2.13図に於きみ波電源回路のブロック線図を示す。図に於いて、OSCは基本波電圧を発生する正弦波発振器で、オ1段電力増幅器PA1に誘われる。SGはオ2.12図のオ3調波発生器で、基本波分は低域フィルタLPF、電力増幅器PA2、減衰器AT1を経てミキサMXに至る。また、オ3調波分は帯域フィルタBPF、電力増幅器PA3、減衰器AT2を経てMXに至る。MXで合成されるみ波は、最終使用増幅器PA4で増幅、整合トランスMTでインピーダンス整合をとって試作に印加される。

BPFとては、周波数特性の良好なマルチカルフィルタを使用したが、
脚注 * 単相独立磁路鉄心の所構については付録23参照。

これは機械的振動によつて誘導電圧を生ずるので、防振ゴムで接続し、減衰器 AT1, AT2 は並列 T 型回路で構成された基本波およびオミ調波の振幅調整用で、ひずみ波全体の振幅調整は OPC で行なう。

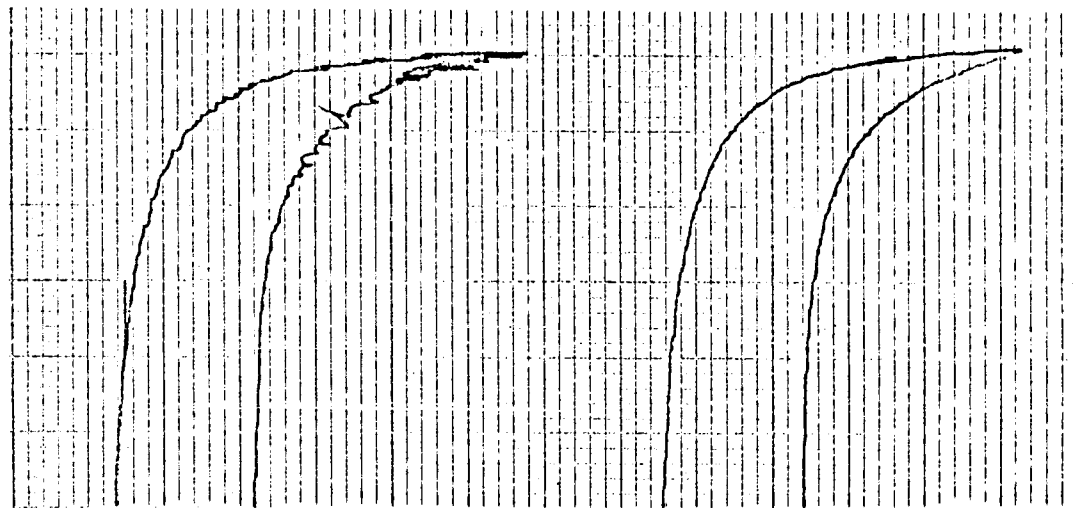
位相調整は、SG 中にあるオズ・12 図の可変抵抗 R で基本波分の位相を変化させることによつて行われる。この方法によると、位相調整に伴う振幅変化が少なく、また、オミ調波側で位相調整を行なうよりもほぼ等しい調整が可能である。

このようにして、基本波およびオミ調波電圧を作り、おのれの位相に位相、振幅を所定値に調整し、電源相互間の干渉なしに板測定試件にひずみ波電圧を印加することができよう。



オズ・13 図 ひずみ波電源回路の構成図

以上の電源回路の総合特性を正確に測定することは困難である。その理由は、リアクトル負荷で、しかもそのインピーダンスがノサイクル中に時間とともに変化するためである。もし、電圧の安定度が悪ければ、X-Y レコーダ上でオズ・14 図 (a) (次頁) のように B-H 曲線の飽和部に振動が生じるが、安定度がよいと、(b) 図のように B_m 部分がめいりより正確に記録される。また、安定度が良好であれば、ループを何回描かしても同じ図形を描く。このような方法で、実用上じゅうぶんと思われる安定度の目安をつけられ、安定度を向上させるには個々の機種の特性以外に、回路各部のインピーダンス、シールド、接地等の適正化が特に重要である。オズ・12 図の点線部はもううんのこと、すべての部品、配線は徹底的にシールドを行ない、誘導の防止に努めよう。



(a) 安定度不良の場合 (b) 安定度良好の場合
 図 2-14 電源電圧安定度の違いによる B-H 曲線の比較

4.1.2 測定回路

鉄損測定装置としては 2 kg 用 25 cm エプスタイン試験器を使用する。測定回路の構成線図を図 2-15 に示す。いずれの各調波振幅 B_1 , B_3 および位相角 θ_3 は、エプスタイン 2 次巻線に於ける調波除去用帯域選択フィルタ BE , 基本波除去用高域フィルタ HPF を入れて各調波に分離し、デジタル形平均値電圧計 V_{f1} , V_{f3} およびカウンタ DM によって測定し、値を換算して計算する。いずれの波高値および実効値は、エプスタイン 2 次側にそれぞれデジタル形平均値電圧計 V_f , 実効値電圧計 V_{eff} を挿入して測定するとともに、 B_1 , B_3 , θ_3 から式 1 , 2 章の方法で計算し、もののとの間に差違がないことを確かめる。

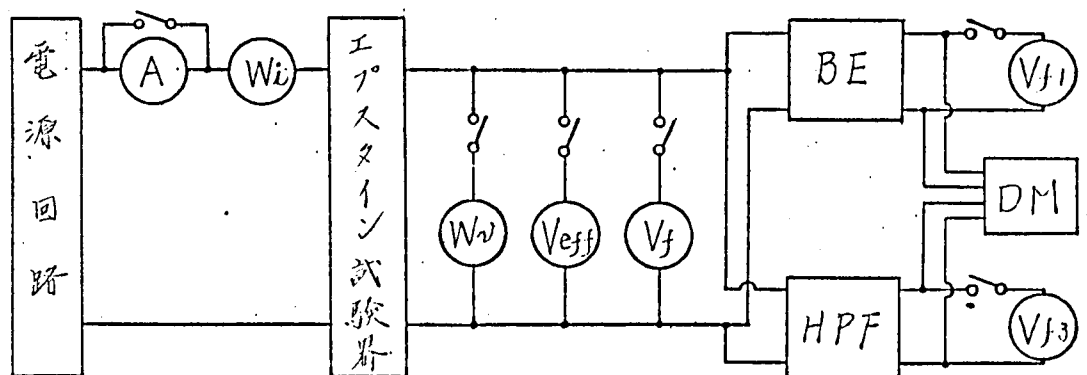


図 2-15 測定回路

有効値電圧計 V_{eff} および電流計 A は周波数特性の良好な熱電移を使用した。電力計は低力率電流計形を使用した。 W_L , W_H はそれぞれ電力計の電流、電圧線路を示す。鉄損測定時には並列 T 形 R-C 回路よりなるフィルタ BE , HPF およびデジタル形平均値電圧計 V_f , V_{f1} , V_{f3} 以外のすべての計器類は回路から切り離した。フィルタを回路から切り離すとそのインピーダンスのため高調波の低減を生ずるので、これを回路から切り離すことはできない。したがって、フィルタ中の損失は鉄損測定値から差し引いた。また、フィルタ中の電圧降下は補正曲線を利用して補正した。デジタル形電圧計は内部インピーダンスが $1\text{ M}\Omega$ もあるのでその損失は無視できる。測定器はすべて 0.5 級以上のものを使用した。

4.2 実験計画とその結果

4.2.1 最大磁束密度と有効値電圧の両者一定の実験

マイナーループが存在しない範囲では、鉄損が最大磁束密度と有効値電圧のみの関数で表わされるということをも (2.40) ~ (2.42) 式で仮定した。逆にいえば、最大磁束密度と有効値電圧が一定のいずれの波辟は、すべて同じヒステリシス損と銅電流損を示すということである。したがって、本項の条件のもとで、各種のいずれの波辟について実験したヒステリシス損と銅電流損が一定の値をとれば、(2.40) ~ (2.42) 式が成立することを実証したことになる。

最大磁束密度と有効値電圧の両者一定であれば、波辟率も一定である。

表 2.1 表 $F=1.0$ の実験条件

No	V_L (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F=\sqrt{B_1^2+9B_3^2}/B_m$
1	31.8	± 32	0.95299	0.10102	1.00001
2	44.7	± 35	0.91302	0.13604	1.00008
3	59.4	± 41	0.85984	0.17025	1.00009
4	66.9	± 46	0.83115	0.18525	1.00000
5	75.0	60	0.80000	0.20000	1.00000

から、まず F の値を正弦波と同じ鉄損が得られる 1.0 とし、オ 2.1 表に示す各種のひずみ率の波形について実験した。

磁束密度の広い範囲にわたって、(2.40) ~ (2.42) 式が成立することを実証するため、最大磁束密度は 5, 6, 7, 8.5, 10, 12 kg について行なった。これ以下の磁束密度では電圧計の誤差が多くなり、またこれ以上の磁束密度では、電圧計のひずみが多くなり、信頼な結果が期待できないので、実験範囲はこの程度にとどめた。

$F=1.0$ では $\theta_3 > 30^\circ$, $V_E \leq 75\%$ の範囲しか実験できないので、すべての角度、大きなひずみ率でも実証するため、マイターループ法に切り替える最大の $F=1.06$ で同様の実験を行なった。最大磁束密度は $F=1.0$ の場合と同じに切り、オ 2.2 表に示すように最大 99.6%までのひずみ率を有する各種のひずみ波形について実験した。これらの実験点はオ 2.5 図 (a) 及びオ 2.6 図 (a) に \bullet 印で示した。

オ 2.2 表 $F=1.06$ の実験条件

N0	$V_E(\%)$	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F=\sqrt{B_1^2+9B_3^2}/B_m$
21	14.4	± 3	1.04929	0.05037	1.06011
22	28.5	± 18	1.01934	0.09684	1.05994
23	66.0	± 30	0.88175	0.19465	1.06008
24	93.0	± 46	0.77634	0.24067	1.06018
25	99.6	± 58	0.75101	0.24933	1.05996

次に実験方法を具体的に説明する。いま、最大磁束密度 $B_m=10$ kg だとオ 2.1 表 N03 の実験を行なう場合を考える。 θ_3 , B_1 , B_3 の値はオ 2.1 表より $\theta_3=41^\circ$, $B_1=0.85984$ (Wb/m²), $B_3=0.17025$ (Wb/m²) とする。まず、オ 2.5 図の DM を読んで θ_3 をこの値に調整する。 V_{f1} , V_{f3} に生ずる電圧は (2.2) 式より

$$\left. \begin{aligned} V_{f1} &= \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot B_1 - \phi_1 \\ V_{f3} &= 3\sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot B_3 - \phi_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

こゝで、 δ_1 、 δ_3 はそれぞれフィルタ BE, HPF 中の電圧降下で、前述のように校正曲線より求められる。 V_{f1} 、 V_{f3} を (2.49) 式の値に設定するばう、次に V_f 、 V_{eff} を測定し、それらが次式を満足していることを確認する。

$$V_f = \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot B_m (1 + 2 B_k / B_m) \quad (2.50)$$

$$V_{eff} = \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot F \cdot B_m \quad (2.51)$$

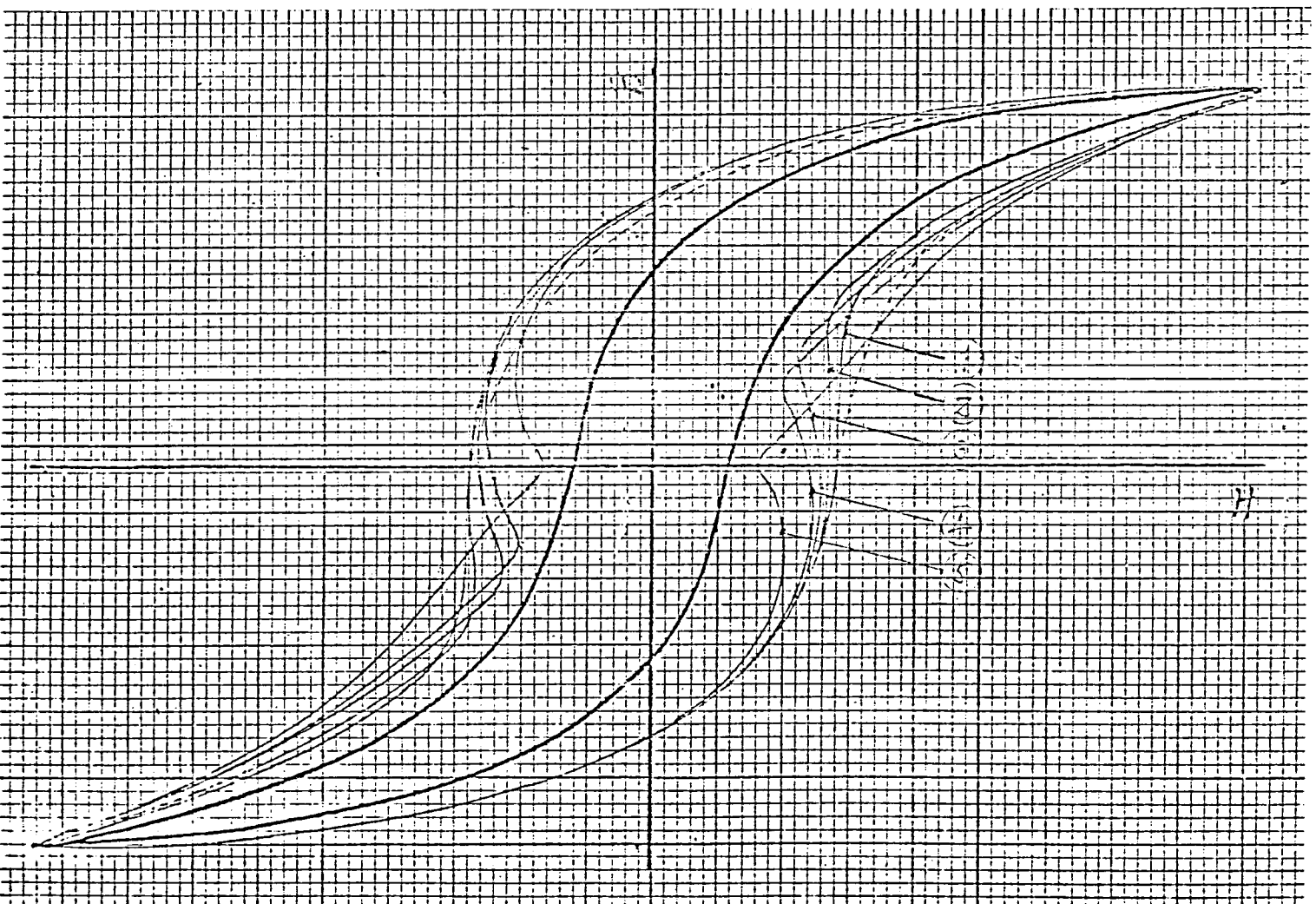
(2.50) 式は (2.9) 式に対応する式で、マイナーループが存在しない場合には $B_k = 0$ となる。(2.49)、(2.50) 式で平均値電圧と有効値を表示しているのは、平均値電圧計の指示値が有効値目盛で表わされているためである。(2.51) 式の F はオ 2.1 表より求められる。

鉄損の測定結果はいずれも $\pm 3\%$ 以内の誤差で理論値と一致した。こゝで理論値とは、 $F = 1.0$ の場合は、同じ最大磁束密度を示す正弦波の鉄損値をいう。また $F = 1.06$ の場合は、磁束密度が B_m の正弦波のヒステリシス損と磁束密度が $F \cdot B_m$ の正弦波のうず電流損の和をいう。

オ 2.16 および 2.17 図は 50 Hz の 50 Hg, 10 kg におけるヒステリシス曲線で、オ 2.16 図は $F = 1.0$ 、オ 2.17 図は $F = 1.06$ の場合を示す。これらの図において、(a) 図は θ_3 が正の場合、(b) 図は θ_3 が負の場合である。曲線の番号はオ 2.1、2.2 表の番号に対応しているが、位相角が負の場合は表の番号に 10 を加えた番号で示した。参考のため正弦波の交流ヒステリシス曲線を点線で、また直流ヒステリシス曲線を太実線で示した。

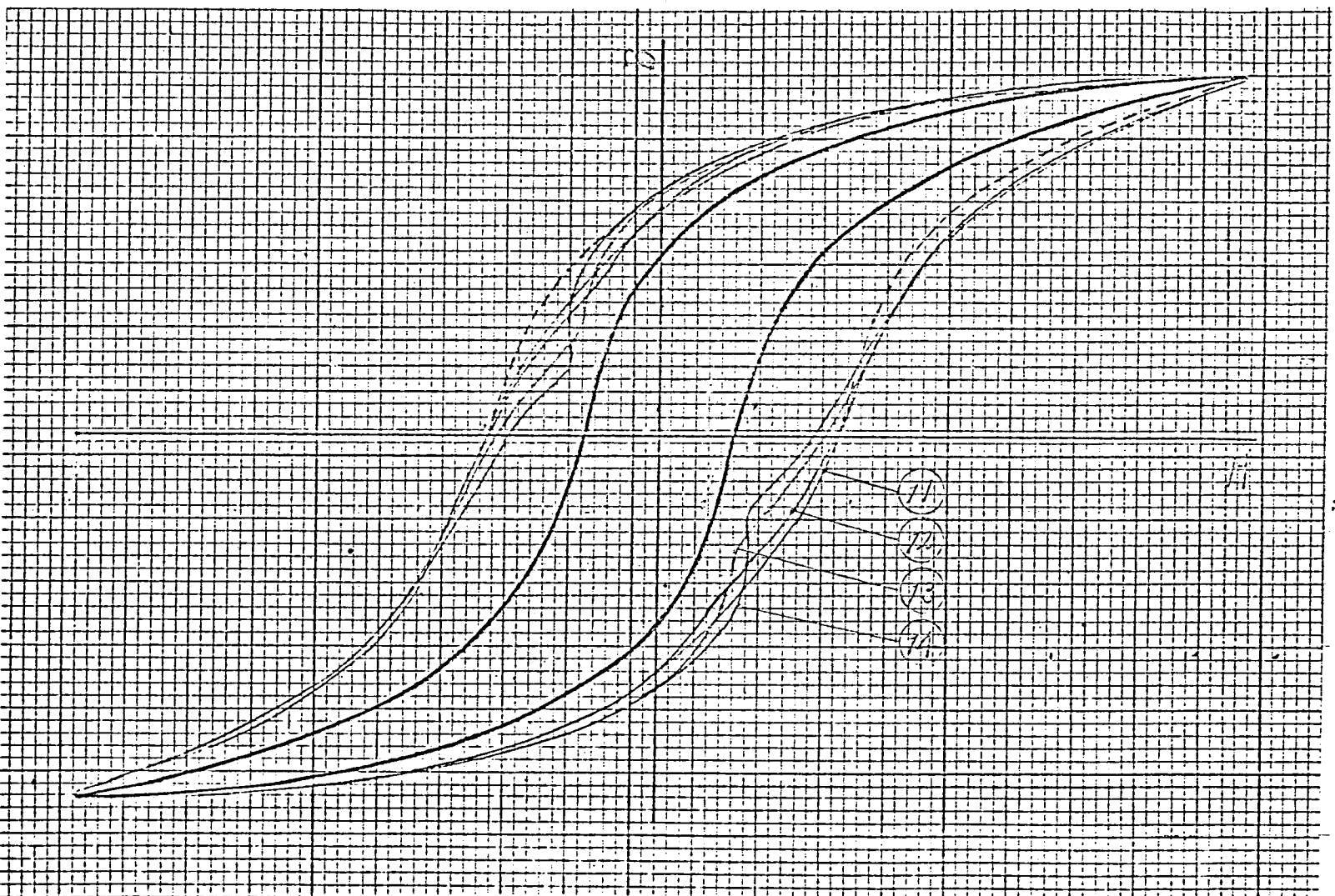
オ 2.18 および 2.19 図はオ 2.16、2.17 図に対応した θ_3 が正の場合の電圧波形を示す。 θ_3 が負の場合の波形はこれらの図の左右を入れ替えたものと同じである。オ 2.18 図は $F = 1.0$ 、オ 2.19 図は $F = 1.06$ の場合で、いずれも図の番号はオ 2.1、2.2 表の番号に対応する。当然のことながら、電圧波形は正弦波、磁束密度、材質に因縁しない。この図から波形率は同じでも、電圧の時間的変化が非常に異なっていることがわかる。^{*}

脚注 * 磁束波形は、(2.22) 式からもわかるように電圧波形ほど大きな差違を示さない。



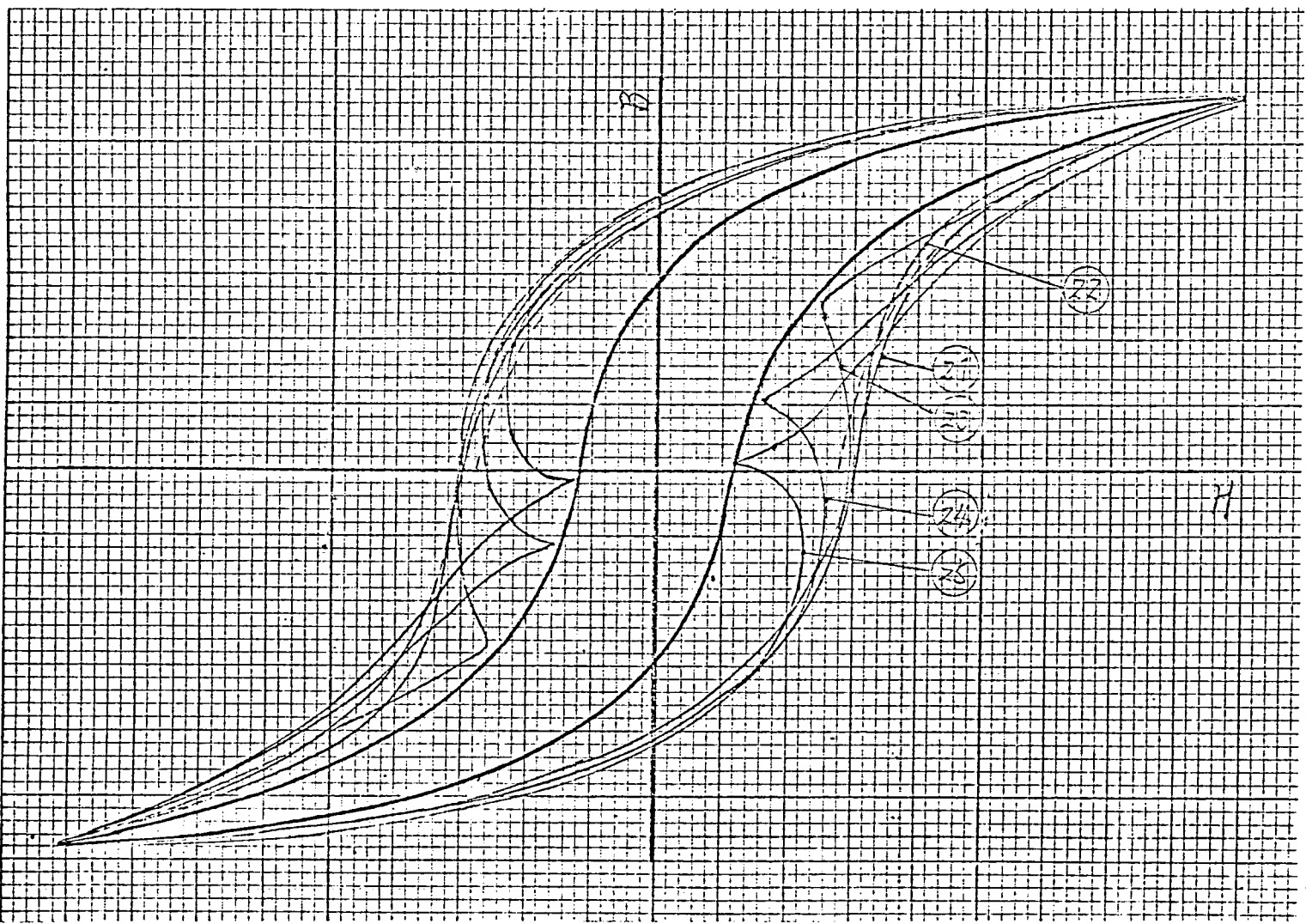
(a) $\theta > 0$ の場合 (図中の各点はオス・1 参照)

オス・16 図 509 F の 50 Hz , 10 Hz , $F = 1.0$ のヒス入曲線



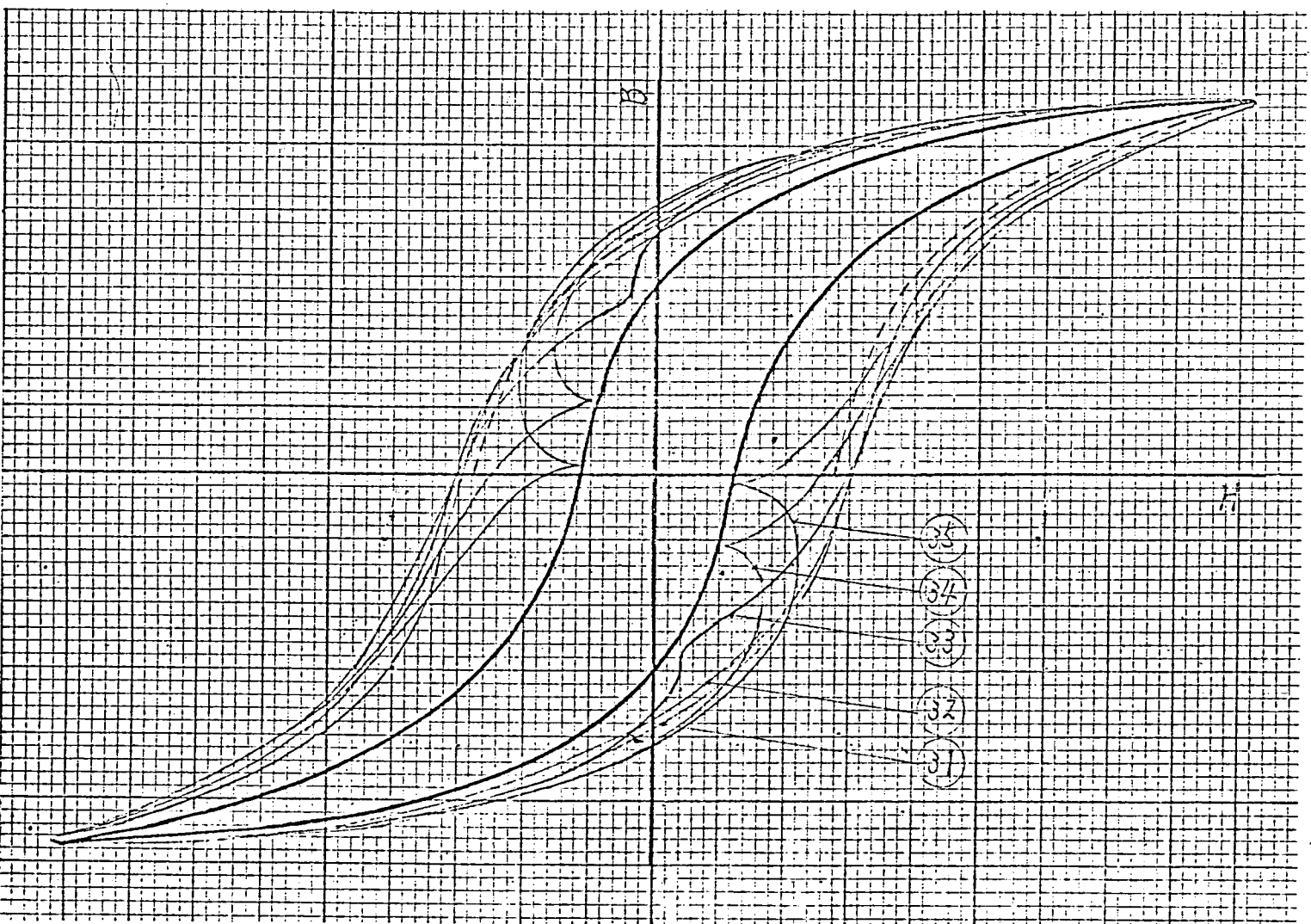
(A) $\theta_0 < 0$ の場合

※ 2.16 図 509F の 50Hz, 10kHz, F=1.0 のときの曲線



(A) $\theta > 0^\circ$ の場合 (図中の番号は表 2.2 表参照)

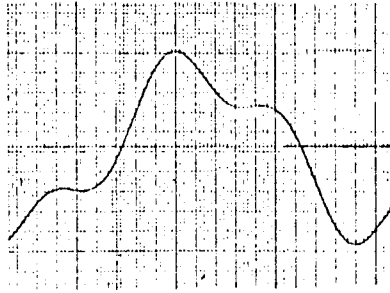
表 2.17 図 S09F の 50112, 1049, $F=1.06$ のヒスリニス曲線



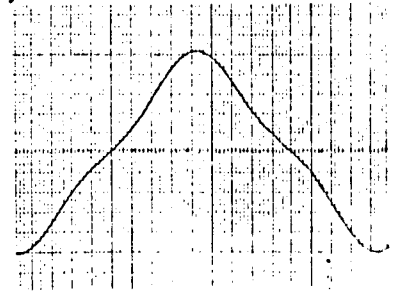
(B) $\theta < 0^\circ$ の場合

* 2.17 図 50 Hz, 10 Hz, $F = 1.06$ のときの結果

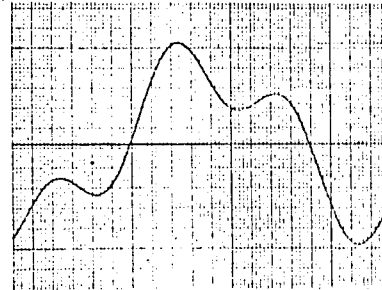
1)



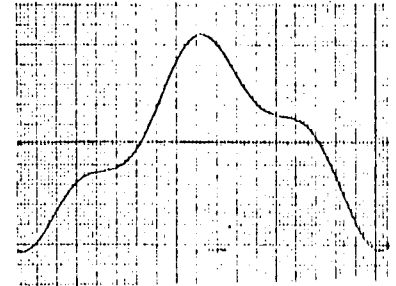
21)



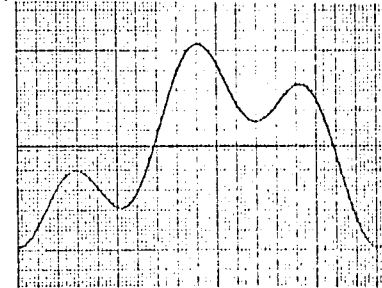
2)



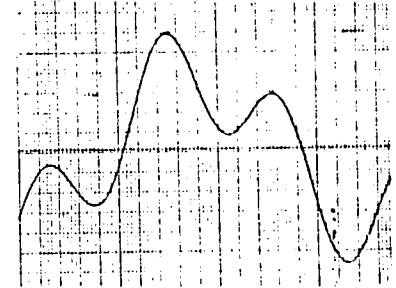
22)



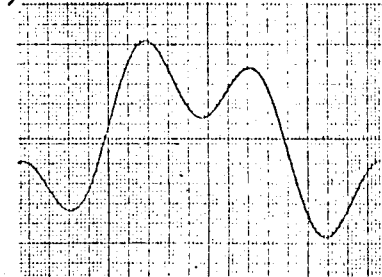
3)



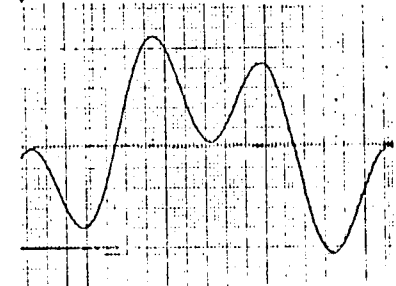
23)



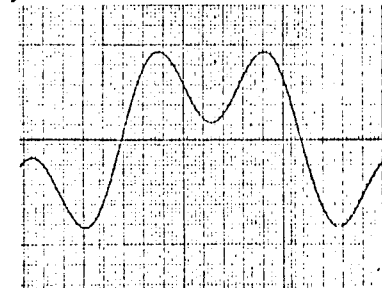
4)



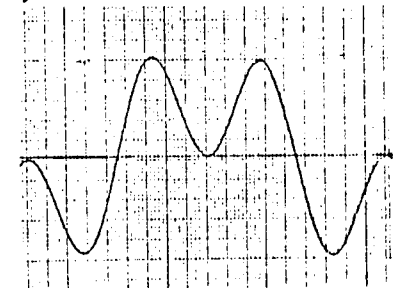
24)



5)



25)



才 2.18 図 $F=1.0$ の場合の誘起
電圧波形 (図の書き
は才 2.1 表参照)

才 2.19 図 $F=1.06$ の場合の誘起
電圧波形 (図の書き
は才 2.2 表参照)

これらの実験の結果，鉄損は最大磁束密度と実験値電圧のみの関数で，液移には依存しないことが明確になった。

4.2.2 最大磁束密度一定の実験（マイナーループを含まない場合）

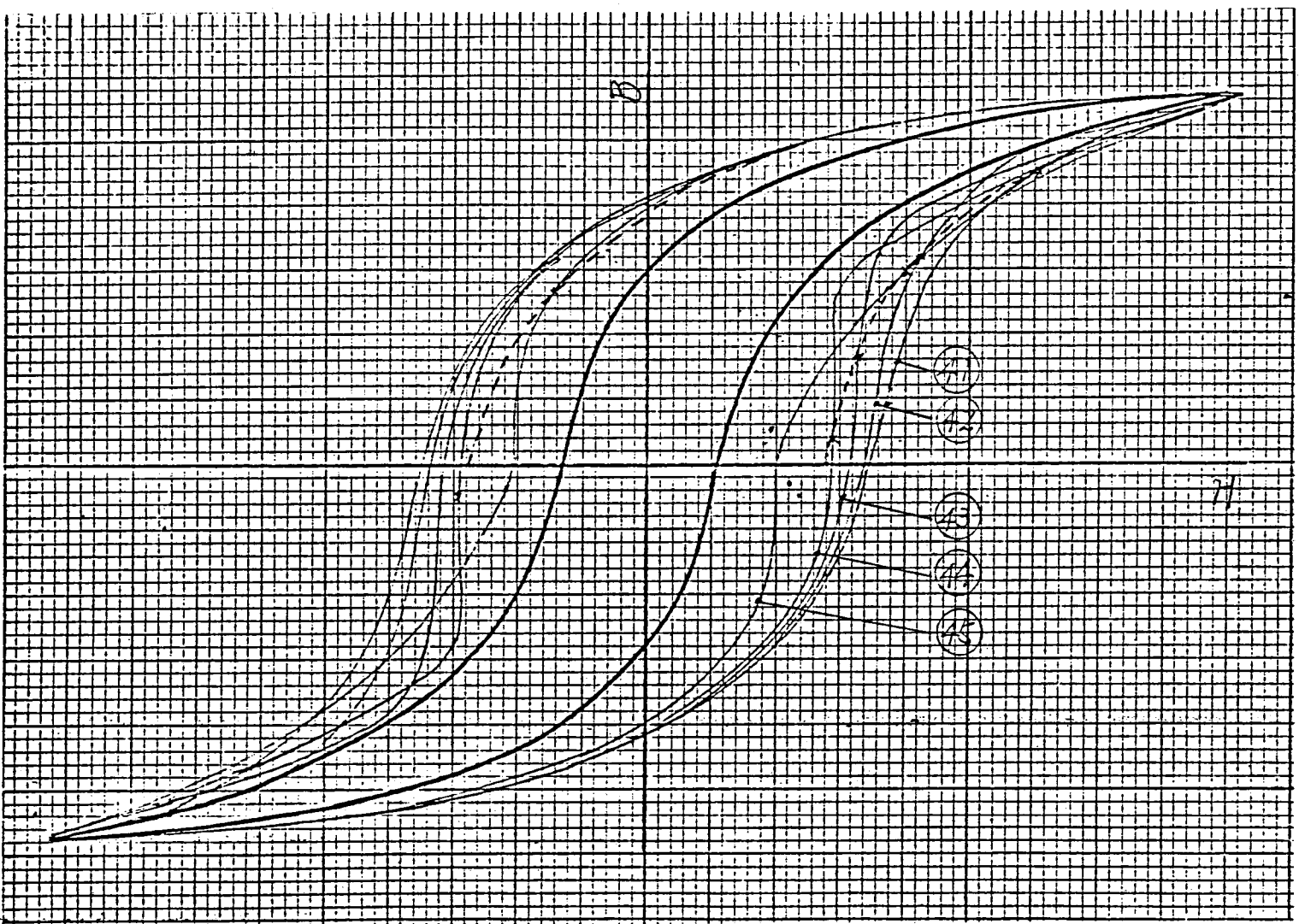
マイナーループを形成しない範囲で液移率をかえてこの実験を行ない，全鉄損を測定することにより，いずみ率の実験値電圧とうず電流損の関係を知ることが出来る。実験方法としては，オ2.5図（a）で電圧のいずみ率一定の線とでの実験，磁相角一定の曲線とでの実験等が考えられる。

オ2.3表 電圧のいずみ率一定の実験条件

No	V_2 (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F=\sqrt{B_1^2+9B_3^2}/B_m$	F^2
41	45	± 4	1.11251	0.16688	1.21996	1.4883
42	45	± 10	1.05799	0.15870	1.16017	1.34599
43	45	± 20	0.98484	0.14773	1.07996	1.16631
44	45	± 30	0.93205	0.13981	1.02207	1.04463
45	45	60	0.86957	0.13044	0.95355	0.90926

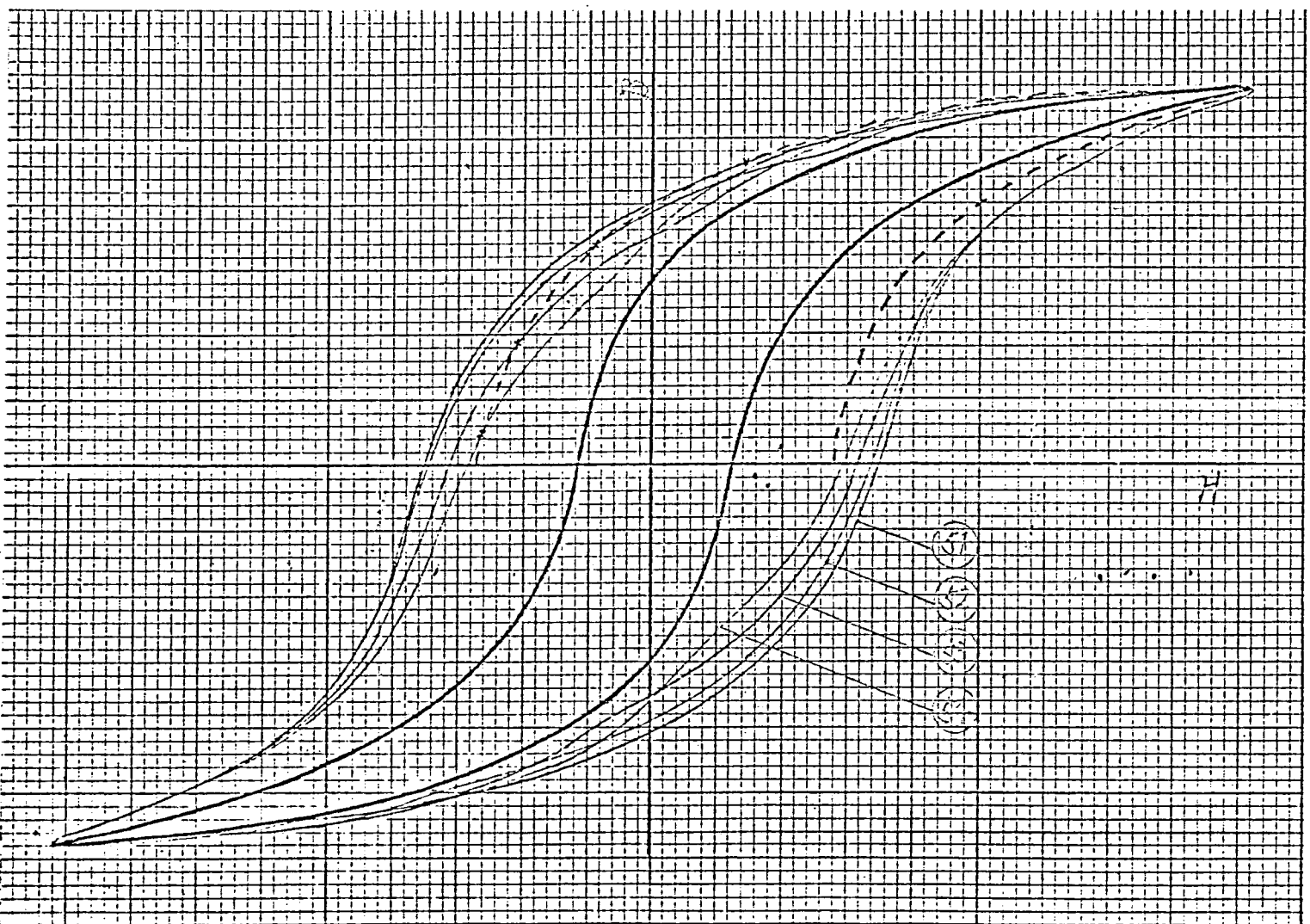
まず，電圧のいずみ率が一定の液移群としてオ2.3表の実験を行なう。オ2.5図（a）にはこの実験点を▲印で示す。電圧のいずみ率を45%に選んだ理由は，オ2.5図（a）からわかるように，このいずみ率のときは最も大きく液移率を変化出来るからである。またFの間隔は後述のオ2.40図を描くのに適当な値に選んだが，これについてはオ5章で詳説する。無方向性けい素鋼板の場合には，最大磁束密度を4.2.1項の実験の場合と同じ値にとることによって磁束密度4.8～14.6 kGの正弦波に相当するうず電流損を測定できた。方向性けい素鋼板の場合には14，16 kGでも測定し，4.8～19.5 kGの正弦波に相当するうず電流損を求めることができた。

509Fの50 Hz，10 kGにおけるヒステリシス曲線をオ2.20図に示す。



(a) $\theta > 0^\circ$ の場合 (図中の数字は表2.3を参照)

表2.20 図 509F の 50 Hz, 10 kV, $V_L = 45\%$ のヒューリシス曲線



(b) $0.3 < 0.0$ 均合

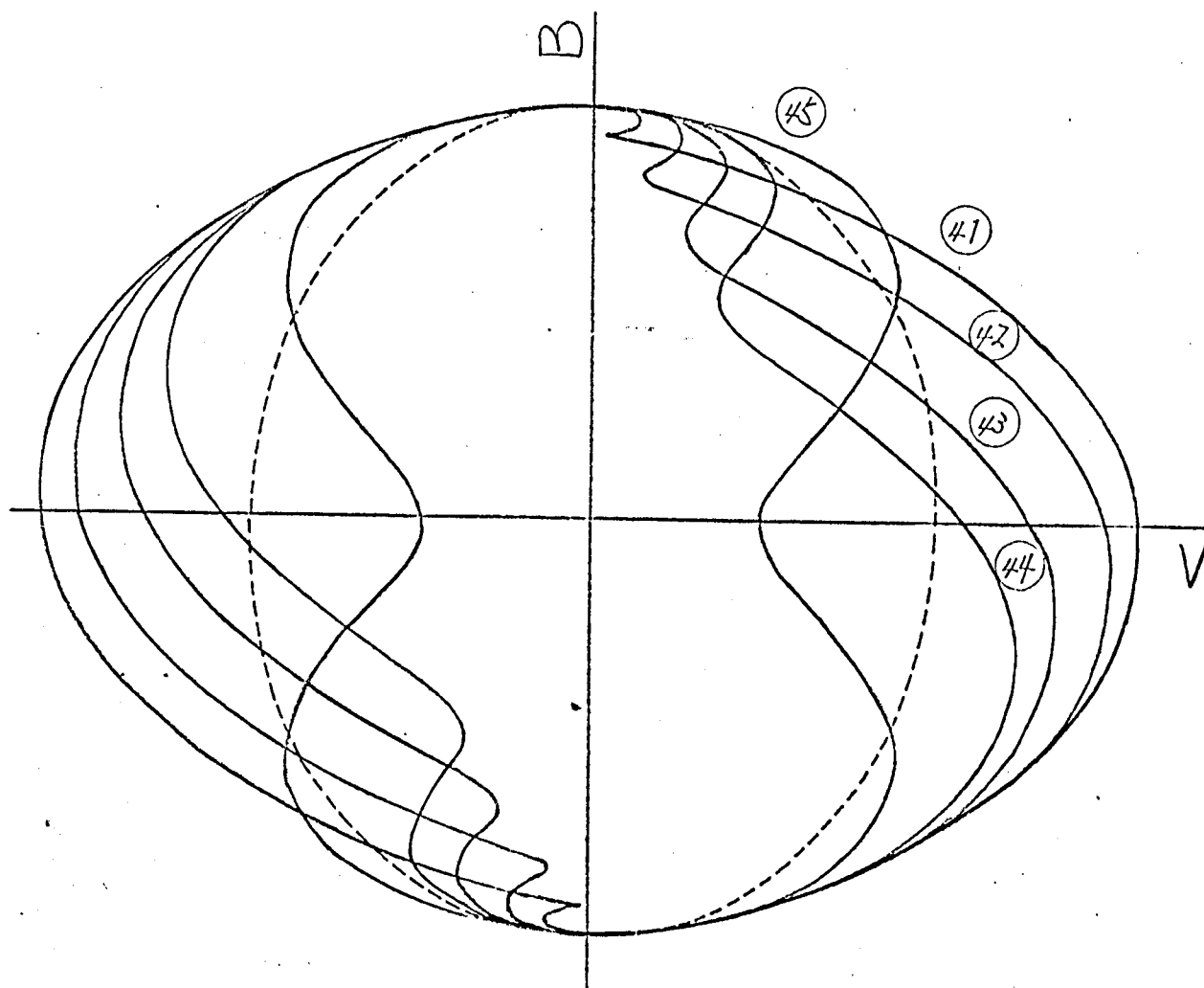
* 2.20 図 509F の 50 Hz, 10 kV, $V_e = 45\%$ の 2 次側 1 次側

参考のため正弦波の交流ヒステリシス曲線を点線で、また直流ヒステリシス曲線を太実線で示した。(a)図は θ_0 が正の場合、(b)図は θ_0 が負の場合で、曲線の番号はオ2.3表の番号に対応している。いずれのヒステリシス曲線も直流ヒステリシス曲線より内側へ入ることはない。このことについてはさらにオ2.4項で詳述するが、最大磁束密度が一様であるからオ1.24図の ϕ_m に対応する電流はいずれも同じである。ところが交流ヒステリシス曲線の横軸はこれに ϕ_e 分が加算されるので、交流ヒステリシス曲線が直流ヒステリシス曲線の内側に入ることはあり得ないのである。ひずみ波の交流ヒステリシス曲線は、正弦波の交流ヒステリシス曲線よりもふくらんだ部分と、くぼんだ部分よりなっている。そして、 $F < 1$ の場合にはくぼんだ部分の面積の方がふくらんだ部分の面積より大きく、 $F = 1$ の場合には両者が丁度等しく、 $F > 1$ の場合にはふくらみによる面積増加の方が大きい。波形率が増加すると、くぼみ部に折点を生じ、ついにはローテーループを形成するにいたる。よって、オ2.3.1項で述べたように $\theta_0 < \theta_0 < 30^\circ$ では必ずふくらみによる面積増加の方が多くなる。

$\theta_0 > 0$ の場合には、ヒステリシス曲線のオ1象限(上り曲線)に折点を生じ、その位置は θ_0 が小さくなるにつれて B_{cr} 点の方へ移動し、同時に折点も目だたなくなる。 $\theta_0 < 0$ の場合には、オ2象限に折点を生ずるが $\theta_0 > 0$ の場合ほどには目立たない。以上のことはオ2.16, オ2.17図についても同様である。

オ2.21図は横軸に電圧、縦軸に磁束密度をとって描いた曲線で、曲線の番号はオ2.3表の番号に対応し、実線は正弦波の場合を示す。したがって、点線は長軸、短軸がそれぞれ座標軸上にある場合となる。当然のことながらこれらの曲線の形状は材質、磁束密度には関係しない。オ1.24図の Y_e が電圧に無関係であると仮定すれば、オ2.21図の横軸はうす電流 i_e に比例する。したがって、曲線が点線より外にある部分では、正弦波のうす電流よりひずみ波のうす電流の方が多くなる。この事実を念頭に置いてオ2.20図をみれば、ひずみ波のヒステリシス曲線と正弦波のヒステリシス曲線との関係が一層明確になる。すなわち、オ2.21図の点線と各実線との交点の

磁束密度は，オ 2.20 図の点線と折曲線との交点の磁束密度に一致する。以後オ 2.21 図のよう電圧—磁束密度曲線を $V-B$ 曲線と呼ぶ。



オ 2.21 図 ひずみ率一定の場合の誘起電圧—磁束密度曲線
(図中の番号はオ 2.3 表参照)

ひずみ率の $V-B$ 曲線の面積を S_F ，正弦波のそれを S_S とすれば

$$\sqrt{S_F/S_S} = F \quad (2.52)$$

が成立する。したがって， $F=1$ のひずみ率では，オ 2.21 図の点線より外側にある部分の面積と点線よりくびれている部分の面積は等しくなる。オ 2.20 図とオ 2.21 図の対応関係については，4.2.4 項でさらに詳しく検討する。

次に，位相角一定の実験点をオ 2.4 表に示す。

オ2.4表 磁相角一定の実験条件

N0	V_E (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F=\sqrt{B_1^2+9B_3^2}/B_m$
61	15	60	0.95738	0.04762	0.96304
62	33.3	60	0.90000	0.10000	0.94868
63	60	60	0.83333	0.16667	0.97183
64	85	60	0.77722	0.22078	1.02268
65	100	60	0.75000	0.25000	1.06066

この場合はオ2.22図に示すように、ヒステリシス曲線の形状がオ2.20図の場合より相似に近くなる（すべての曲線のくびれ点が $\alpha=0$ の線とに近々ある）。また、この場合にはオ2.5図（a）からわかるように、オ2.3表の場合ほどには浪高率を広い範囲に変化できない。

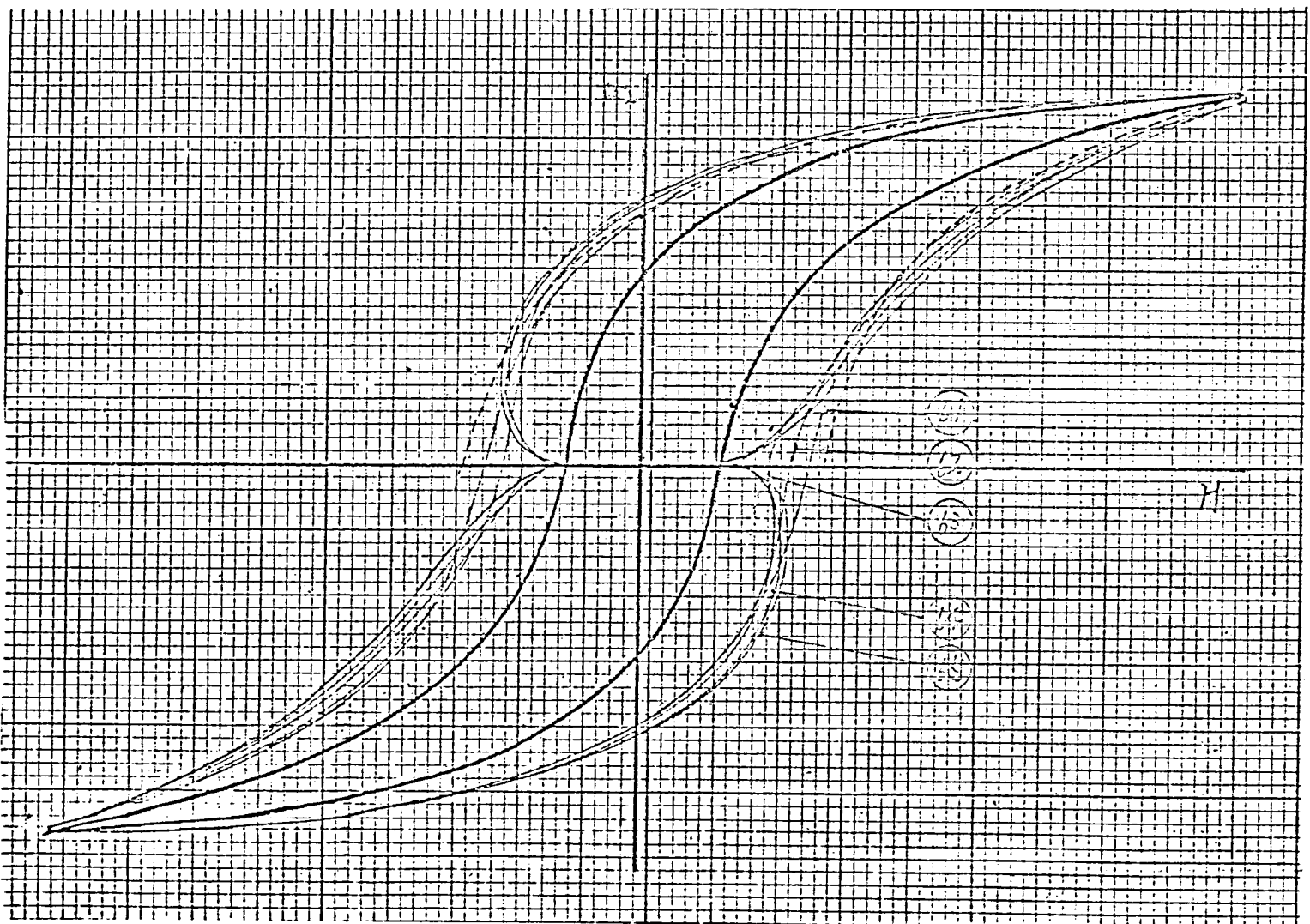
オ2.23図はオ2.3、2.4表の鉄損測定結果を F^2 の関数として描いたもので、（a）図は $\beta 0.9F$ 、（b）図は $\beta 1.0$ 、（c）図は $\beta 1.0$ の場合で、いずれも周波数は 50 Hz である。マイナーループの存在しないオ2.23図程度の狭い F の範囲では、非磁性鋼板の場合にはほとんど直線になるが、鉄質磁性鋼板の場合には高磁束密度になるほどわずかに下に凸の曲線となる。またこれらの曲線の勾配は必ずしも最大磁束密度 B_m の2乗に比例せず、低磁束密度では2以下であるし、高磁束密度では2以上になる。これらの結果は、うず電流損 W_e (W/kg) を求める周知の式

$$W_e = K(F \cdot B_m)^2 \quad (2.53)$$

がすべての F および B_m の範囲に適用できるのではなく、ごく微視的にみれば場合、近似的に成立するにすぎないことを示している。

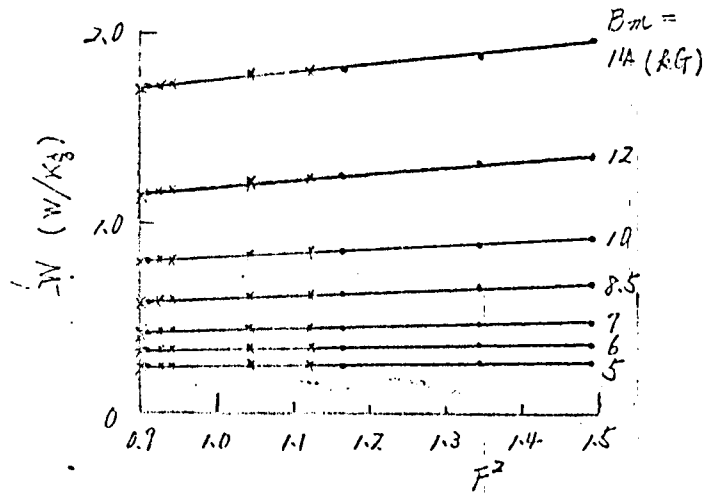
4.2.3 印加電圧変動一定の実験

マイナーループの生じない範囲でこの実験を行えば、必ずみ浪の最高値とヒステリシス損の関係を知らることが出来る。実験点は前項の実験と同

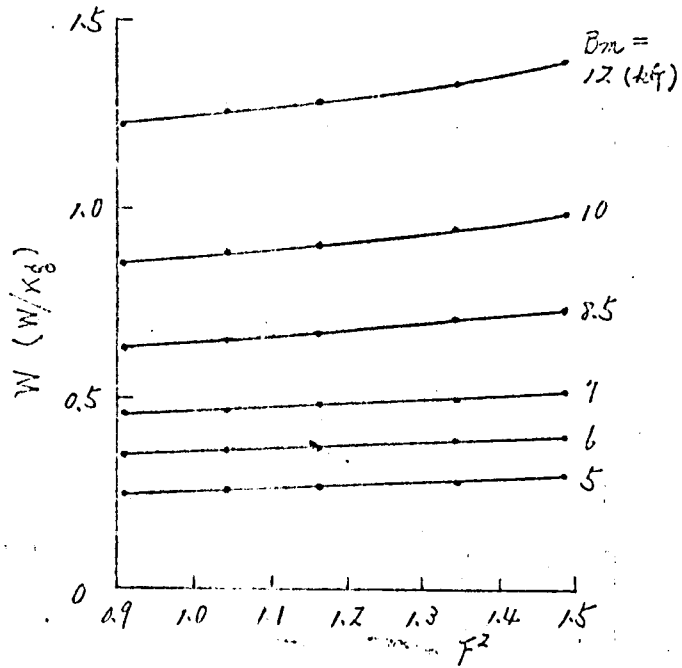


*2.22 図 509F の 50Hz , 10kg はおける位相同一足 ($\theta_1 = 60^\circ$) のヒスリニ入回線 (図中の直線はオズル参照)

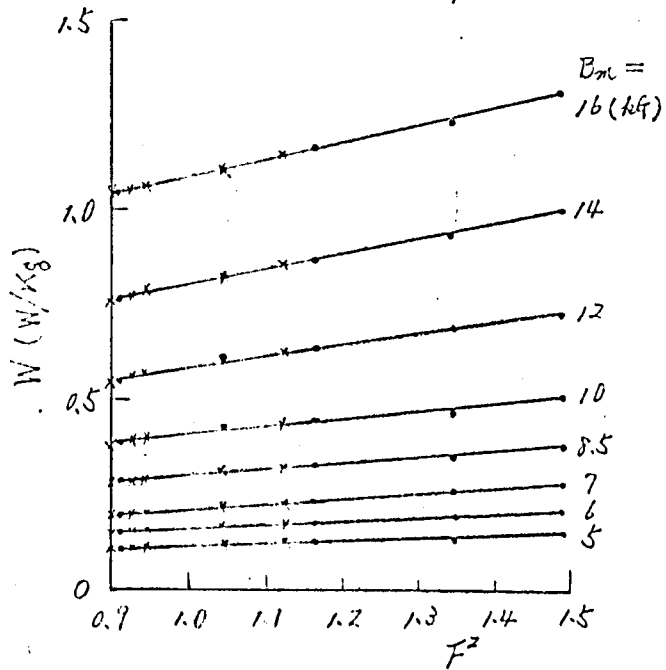
(a) S09Fの場合



(b) S10の場合



(c) G10の場合



○; 表2.3の試験点, ×; 表2.4の試験点

表2.23 図 S011E における F^2 と鉄損の関係

様にオ2.3表によつた。磁束密度のとり方は、鉄損をヒステリシス損と
 ず電流損に分離するのには好都合なように、必ずみ波と同じ周期値電圧を示す
 正弦波の磁束密度が前項と同じ値になるように選んだ。これによつて、
 同様の鉄鋼板の場合には、最大磁束密度4.1~12.6kg、また同様の
 鉄鋼板の場合には4.1~16.8kgの正弦波のヒステリシス損を求めること
 ができた。オ2.40図(154頁)は鉄損測定結果を横軸を $F \cdot B_m$ として描い
 たもので、これについては後で詳述する。

4.2.4 マイナーループ発生限界での実験

マイナーループ発生限界点がいかなる意味をもっているかを検討するに
 め、オ2.6図(a)の曲線M₁上、マ・印の点について実験を行つた。オ
 2.5表にその詳細を示す。

オ2.5表 マイナーループ発生限界の実験条件

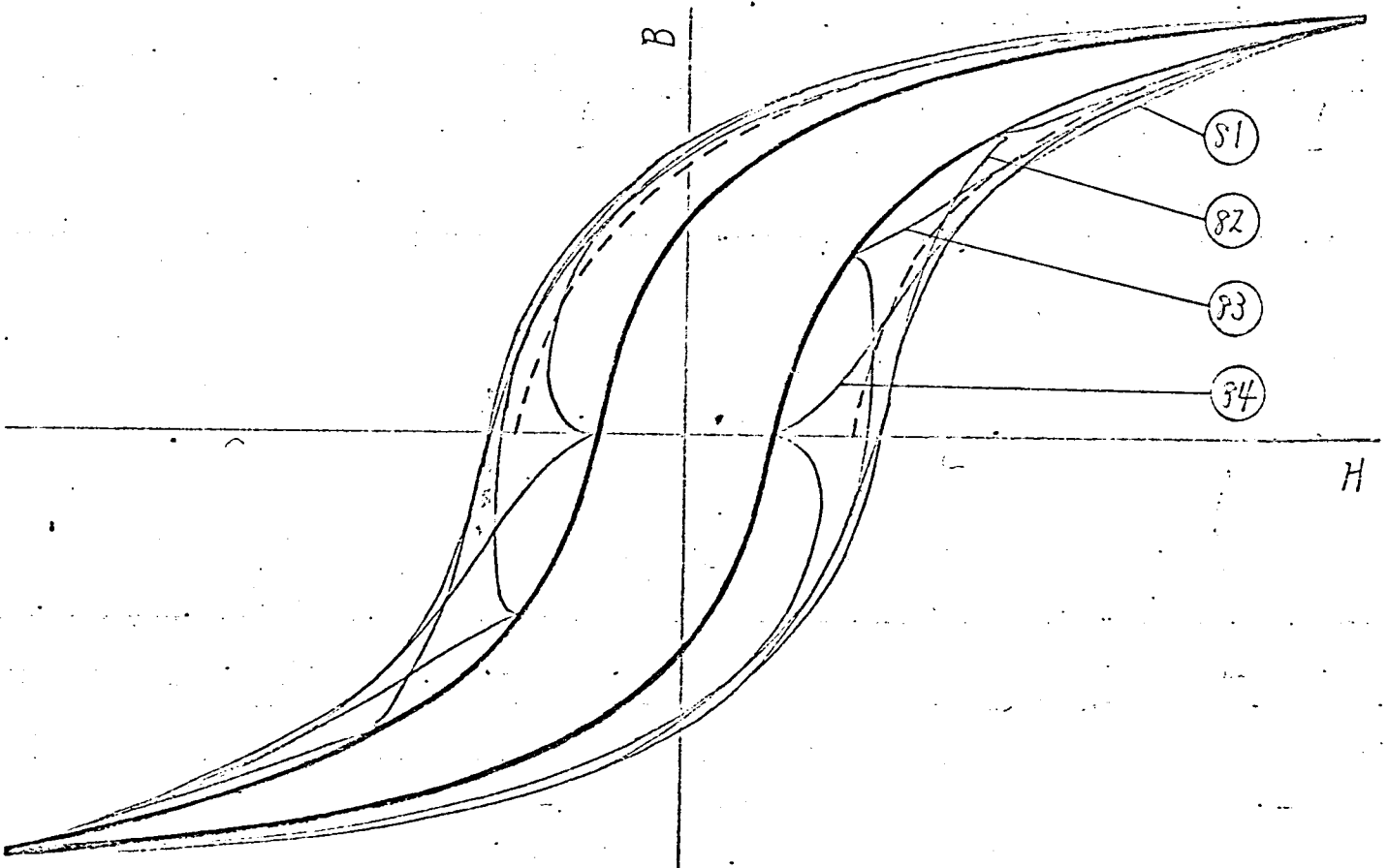
No	V_e (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F = \sqrt{B_1^2 + 9B_3^2}/B_m$	B_m/B_m (%)	B_c/B_m
81	33.3	0	1.12500	0.12500	1.18585	0.0	1.0
82	48.3	± 5	1.10134	0.17621	1.22164	0.0	0.9094
83	65.7	± 15	0.97930	0.21447	1.17175	0.0	0.6941
84	84.6	± 30	0.84393	0.23799	1.10543	0.0	0.4220
85	100	60	0.75000	0.25000	1.06666	0.0	0.0

最大磁束密度 B_m が5, 10, 12 kgの場合について実験を行つたが、
 その中509Fの50Hz, 10kgにおけるヒステリシス曲線をオ2.24図(1
 次頁)に示す。オ2.25図はオ2.24図に対応してV-B曲線である。

オ2.24図でマイナーループ限界点に折点ができる原因は、このためにより
 は磁束変動に変曲点を生ずるため浪形がへん平となり、電圧はほぼ零とな
 る。したがって、この付近では励磁電流中のうず電流損失電流が少くなり、

脚注 * 分離方法についてはオ2.2節参照

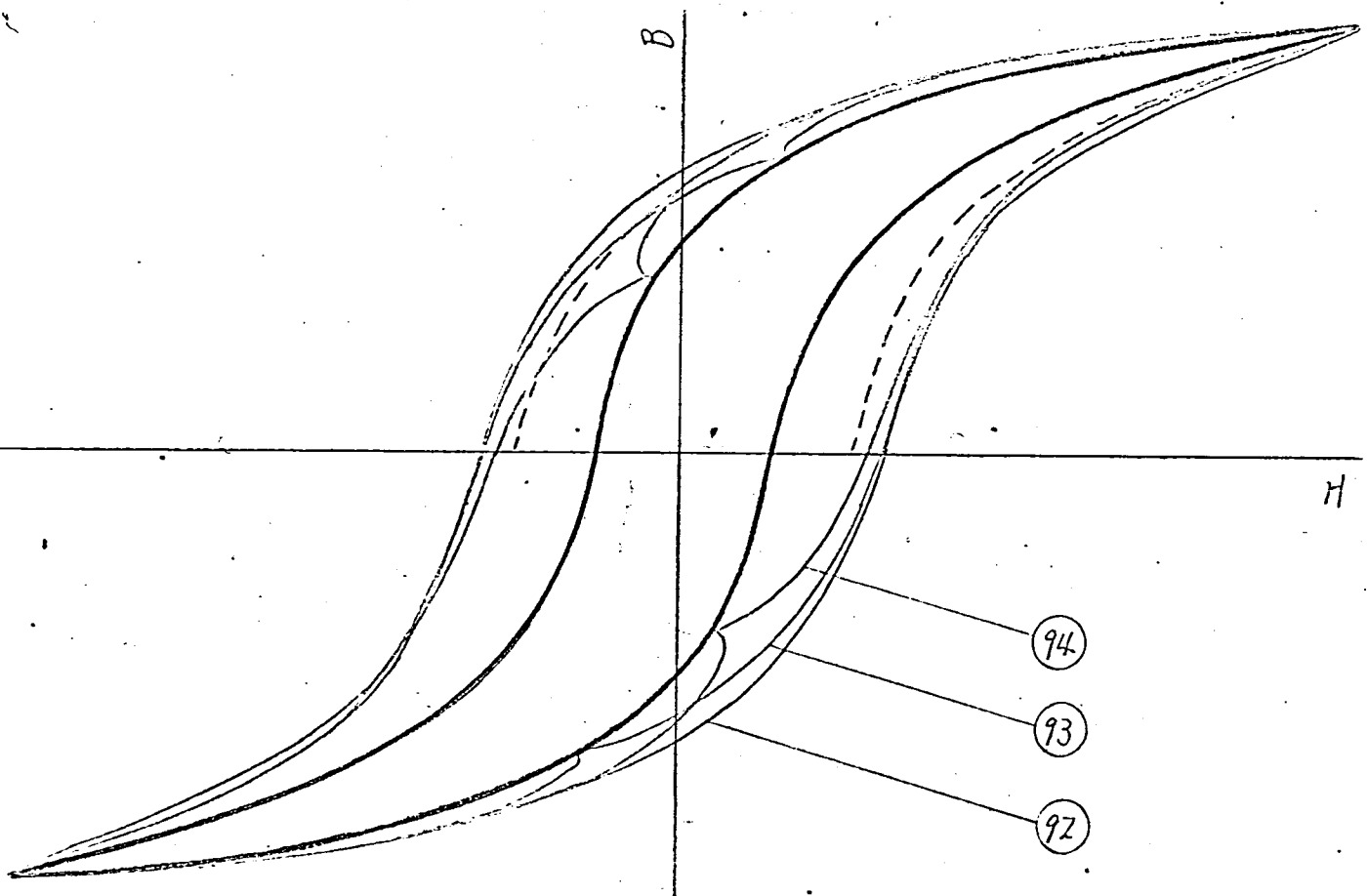
脚注 ** これは(2.43)式より $F \cdot B_m$ で表わされる。



(a) $\theta_0 > 0^\circ$ の場合

(図中の折点は θ の最大値、
 (点線は正負の両方の場合を示す)
 太線は $\theta = 0$ の場合を示す)

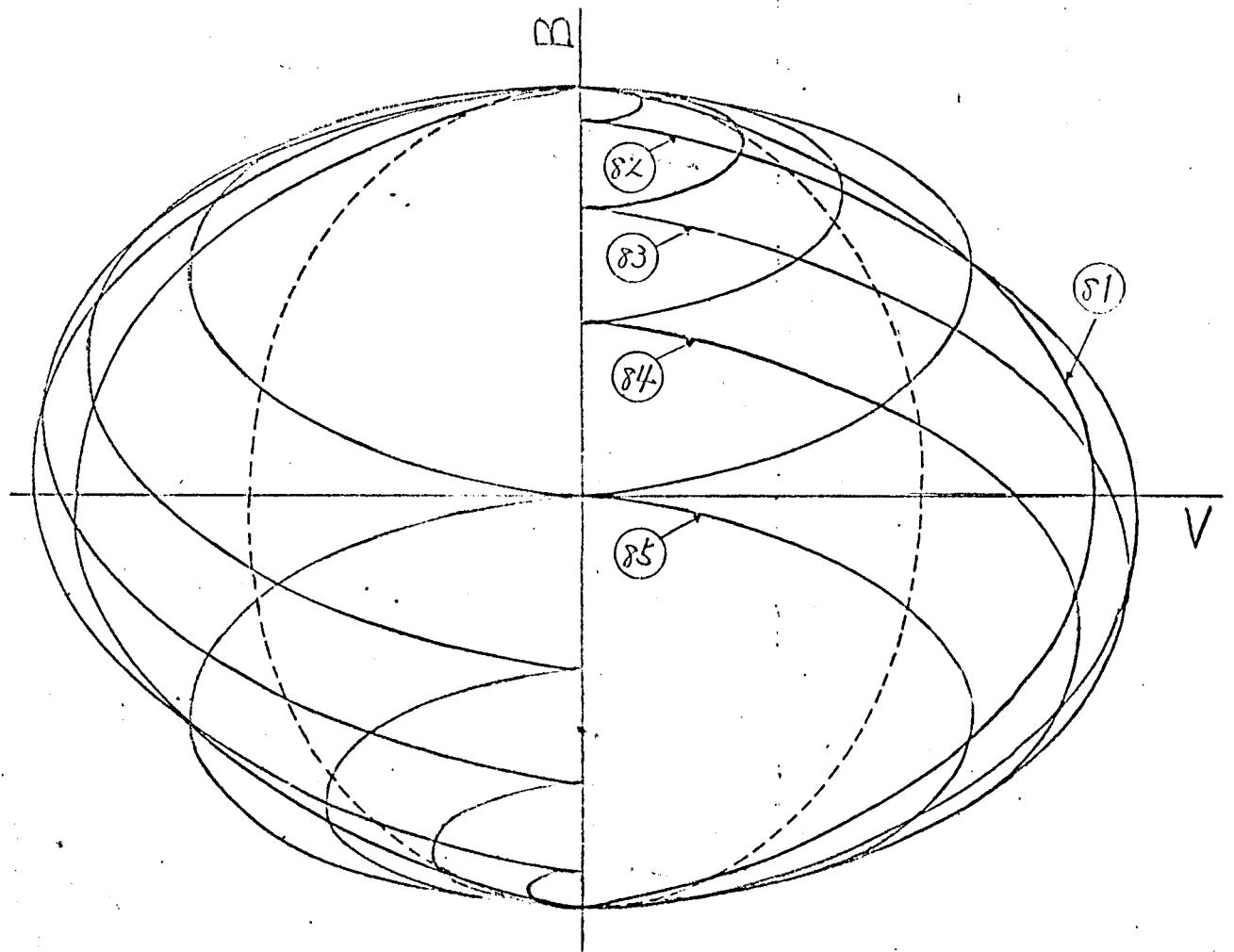
図 2.24 図 50 Hz, 10 mV の正弦波の
 ヒステリシス曲線



(b) $\theta < \theta_0$ の場合 .

(図中の断者はオノと長崎県、
点線は正統派の断命を示す、
点線は正統派の断命を示す)

※2.24図 509F の 5011A, 1044 はおけるオノと長崎県との
ヒスナリミズ関係



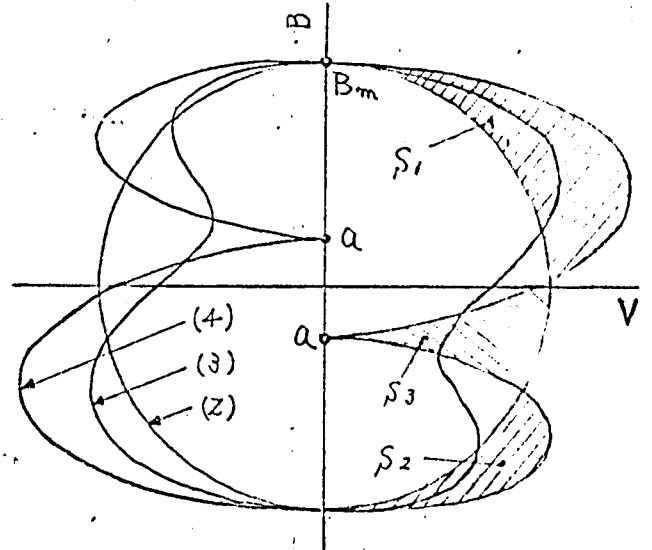
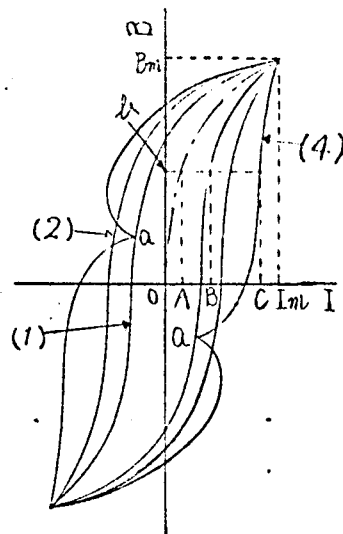
オ・25図 マイナーループ発生限界の誘起電圧—磁束密度関係

(図中の番号はオ・5表参照)
(点線は正磁束の場合を示す)

励磁電流変動に極限が生ずるからである。オ・25図はこのことをめいりゅうに示している。この折点の両さはオ・7図(a)に鎖線で見れば明瞭から読みとれるが、オ・5表にも B_c/B_m で示して。

次に、マイナーループ発生限界がいかなる意味をもっているかを検討する。⁽²⁸⁾ オ・26図(a)は横軸を電流に、縦軸を磁束密度とするヒステリシスループである。図中の曲線(4)において、磁束密度がその瞬間の電流を考えらる。オ・3章のはじめに述べたように、商用周波数成では鉄損がヒステリシス損という電流損からなると考えれば、オ・24図の磁化電流 i_m に対応して電流は $\bar{O}\bar{A}$

で、主磁ヒステリシス損失電流 i_{hm} 、うず電流損失電流 i_{ec} に対する電流はそれぞれ AB , BC で表わされる。オ-26 図 (a) は (a) 図に対する $V-B$ 曲線で、正弦波の場合の曲線 (2) は電圧と磁束密度間に 90° の位相差が存在するため、長軸・短軸がそれぞれ座標軸上にある円となる。また、マイナーループ発生限界の場合の曲線 (4) では、マイナーループ発生位置 a 点に於いて磁束変動に変曲点を生ずるため電圧が零になる。



(a) 電流—磁束密度曲線

(b) 電圧—磁束密度曲線

- 曲線 (1) ; 直流の場合
 (2) ; 正弦波の場合
 (3) ; ひずみ波の場合
 (4) ; マイナーループ発生限界の場合

オ-26 図 ヒステリシス曲線説明図

すい素鋼板中のうず電流が流れる部分のインピーダンスが線形抵抗のみ
 ありなると仮定すれば、電圧とうず電流間に位相差は生じないから、うず
 電流損失電流 i_{ec} は電圧に比例する。したがって (b) 図の横軸は i_{ec} に
 比例し、 B_{m1} 点から a 点までは、うず電流損失電流は零になる。すなわち、
 この瞬間の励磁電流中にはうず電流損失電流は含まれない。

ところで、商用周波領域におけるヒステリシス損失には次の二つの成分が

脚注 * この仮定についてはオ6章で再検討する。

考えられる。

定義1；同派波を無限小にこぼしたの鉄損をヒステリシス損と定義する。

定義2；励磁電流からうず電流成分電流と差を引いた電流による鉄損をヒステリシス損と定義する。

この二つの定義方法の違いについては、オ5章でさらに詳しく説明するが、定義2の場合には1サイクル当りのヒステリシス損が同派波によって変化してもよい。

いま、最大磁束密度 B_m を一定にしておいて α 点の位置を変化させれば、 α 点の軌跡は1個のループを形成する。そしてこのループは定義2に述べたヒステリシス損に対応する。このループの形状が印加電圧の基本派の同派波、つまり派波に関係しなければ、このループは直流ヒステリシス曲線に一致する。すなわち、 α 点は直流ヒステリシス曲線上に位置する。印加電圧の基本派の同派波が50 Hz で測定されたオ2.24図をみると、 α 点は直流ヒステリシス曲線上に位置している。基本派の同派波を60 Hz にした場合も同様に直流ヒステリシス曲線とよく一致した。基本派の同派波をさらに広範囲に変化させ、また含有高調波の次数がオ3調波よりさらに高い調波の場合についてマイナーループ発生限界の実験を行えば、定義1のヒステリシス損と定義2のヒステリシス損が同じかどうかを確認できるはずであるが、そのためには、実験装置の改良を要するので未検討である。

以上を要約すると、商用同派波領域までは定義1と定義2はほぼ一致し、マイナーループ発生限界のヒステリシス曲線群の包絡線は、直流ヒステリシス曲線に一致する。

電圧—磁束密度曲線についてはさらに次のような性質がある^{*}。

磁束密度派波 b と (2.11) 式で表わせば、電圧 v の派波は電磁誘導の法則

$$v = N \cdot S \cdot db/dt \quad (2.54)$$

より

脚注 * 特別の場合の $V-B$ 曲線については付録2.4参照

$$v = W \cdot N \cdot S \{ B_1 \cdot \cos \omega t + n \cdot B_n \cdot \cos n(\omega t + \theta_n) \} \quad (2.55)$$

となる。

$\theta_n = 0^\circ$ の場合には (2.11), (2.55) 式より

$$\left. \begin{aligned} h &= B_1 \sin \omega t + B_n \sin n\omega t \\ v &= W \cdot N \cdot S (B_1 \cos \omega t + n \cdot B_n \cos n\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

同様に, $\theta_n = 180^\circ/n$ の場合には

$$\left. \begin{aligned} h &= B_1 \sin \omega t - B_n \sin n\omega t \\ v &= W \cdot N \cdot S (B_1 \cos \omega t - n \cdot B_n \cos n\omega t) \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

上式をみるに, 磁束密度波形は奇関数, 電圧波形は偶関数で, いずれも対称波であるから, 次のことがいえる。すなわち, 位相角 θ_n が 0° または $180^\circ/n$ のひずみ波群の $V-B$ 曲線は, マイナーループの有無にかかわらず座標軸に関して上下・左右ともに対称な形状になる。

計算の結果によれば, オ3調波系列のひずみ波では $\theta_n = 0^\circ$, オ5調波系列のひずみ波では $\theta_n = 180^\circ/n$ の場合, マイナーループを生じない範囲のひずみ波の $V-B$ 曲線は, オ2.26図(ホ)の正弦波の曲線(ズ)より外にくる。オ2.5図から, これらのひずみ波の波形率係数 F は $F > 1$ となることが知られるが, 上述のことから, これらのひずみ波のヒステリシス曲線は正弦波のヒステリシス曲線よりふくうむのみで, くぼんだ部分が存在しないことが明確になった。

マイナーループ発生限界の波形では, 位相角 θ_n に無関係にその波形率係数 F は $F > 1$ であることをオ2.5図は示している。したがって, オ2.26図(ホ)の曲線(ホ)と正弦波の場合の曲線(ズ)で囲まれる面積 S_1 , S_2 , S_3 間には

$$S_1 + S_2 > S_3 \quad (2.58)$$

の関係がある。特に, オ3調波系列では $\theta_n = 0^\circ$, オ5調波系列では $\theta_n = 180^\circ/n$ のマイナーループ発生限界のひずみ波の場合には $S_3 = 0$ となる。

4.2.5 マイナーループ含有率一定の実験

最大磁束密度とマイナーループの含有率 B_R/B_m を一定にし, B_C/B_m を変化させて実験した。 B_R/B_m は 15, 25% に選び, 最大磁束密度は 5, 10, 12 kG で実験した。鉄損は電り計法と, X-Yレコードの描いた面積から計算する方法の二通りで測定したが, オシログラムの面積から計算した鉄損と, 電り計の読みは予想外によく一致し, 差は 4% 以内である。

表 2.6, 2.7 はそれぞれマイナーループの含有率 B_R/B_m が 15, 25% の場合の実験結果を示す。

表 2.6 マイナーループの含有率 15% の実験条件

No	V_E (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F=\sqrt{B_1^2+9B_3^2}/B_m$	B_R/B_m (%)	B_C/B_m
101	101.3	0	1.06157	0.35262	1.49867	15.0	0.8500
102	116.9	± 5	0.95542	0.37235	1.46991	15.0	0.7280
103	144.9	± 15	0.80651	0.38950	1.41981	15.0	0.5314
104	178.0	± 30	0.67589	0.40101	1.37989	15.0	0.3153
105	205.8	60	0.59311	0.40689	1.35713	15.0	0.0

表 2.7 マイナーループの含有率 25% の実験条件

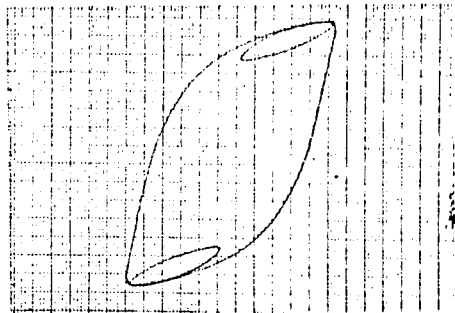
No	V_E (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F=\sqrt{B_1^2+9B_3^2}/B_m$	B_R/B_m (%)	B_C/B_m
121	192.0	0	0.83315	0.53315	1.80344	25.0	0.6500
122	218.8	± 5	0.74059	0.54024	1.78191	25.0	0.5470
123	267.9	± 15	0.61397	0.54825	1.75561	25.0	0.3920
124	326.6	± 30	0.50855	0.55360	1.73692	25.0	0.2858
125	376.2	60	0.44364	0.55637	1.72706	25.0	0.0

測定点はオス・7図(a)にも・印で示した。オス・27, 28図およびオス・29, 30図は509Fの50Hzにおけるオス・6, 7表に対応したヒステリシス曲線で, (a), (b), (c), (d)図はそれぞれ $\theta_3 = 0^\circ, 15^\circ, 60^\circ, 105^\circ$ の場合を示す。(a) ~ (d)図を比較することによってマイナーループの高さ B_c とループの形状との関係がわかる。また, オス・27図とオス・28図あるいはオス・29図とオス・30図を比較することによってマイナーループの含有率と形状との関係がわかる。一般に, マイナーループの含有率が増加するほど, メージャーループはふくらみを増す。また, オス・27図とオス・29図あるいはオス・28図とオス・30図を比較すれば飽和の影響が知れる。飽和部にマイナーループが存在する場合に, 非飽和部に存在する場合よりマイナーループの面積が大きくなる。この傾向はマイナーループの含有率 B_h/B_m が小さい場合に著しい。

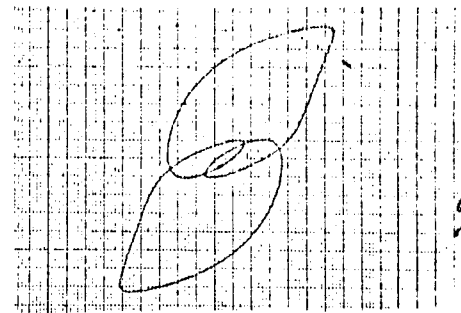
次に, ひずみ波変流のマイナーループ損 W_L について検討する。1回のマイナーループの面積に対応した損失をマイナーループ損 W_L と定義すれば, これにはマイナーループの振幅 B_h に対応したヒステリシス損 W_{hL} の他に, わずかな電流損の一部も流入している。オス・31図は509Fの50Hzにおけるマイナーループ損 W_L をX-Yレコーダの描いた面積から計算した一例である。横軸は位相角 θ_3 の他にマイナーループの高さ B_c/B_m でも目盛っているが, B_c/B_m の値は B_h/B_m によって影響されるので, B_h/B_m が15%の場合と35%の場合を別々に示した。図からマイナーループがヒステリシス曲線の飽和部以外にあれば, 発生高さ B_c , 象限によってはほとんど無関係に一定のマイナーループ損を与えることがわかる。特に, B_h/B_m の大きい時はこの傾向が顕著である。

次に基本波の周波数と同じ周波数で, しかもマイナーループの振幅 B_h と等しい磁束密度の正弦波の鉄損 W_{is} とマイナーループ損 W_L を比較する。 W_L/W_{is} は常に1より大で, この比は最大磁束密度 B_m が大になるほど, また B_h/B_m が小になるほど大くなる。これは, B_m が大きい場合は飽和の影響でマイナーループ損が増加し, また B_h/B_m が小さい場合にはマ

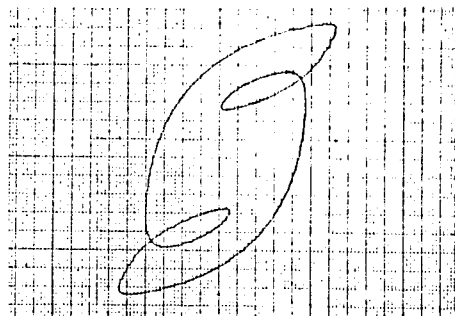
脚注 * 位相角と B_c の関係についてはオス・5図参照



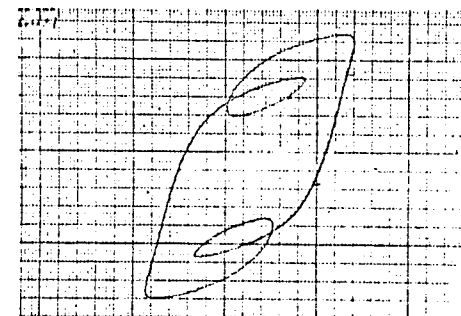
(a) $\theta_3 = 0^\circ$



(c) $\theta_3 = 60^\circ$

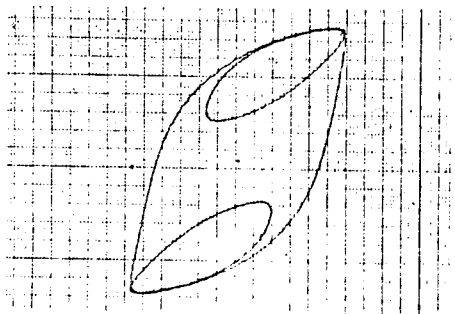


(b) $\theta_3 = 15^\circ$

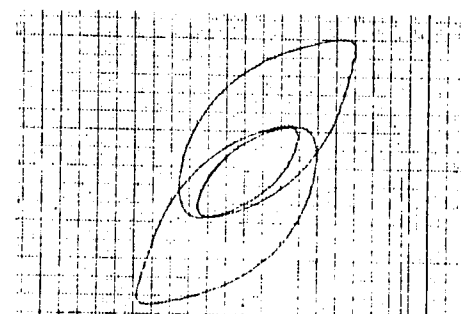


(d) $\theta_3 = -15^\circ$

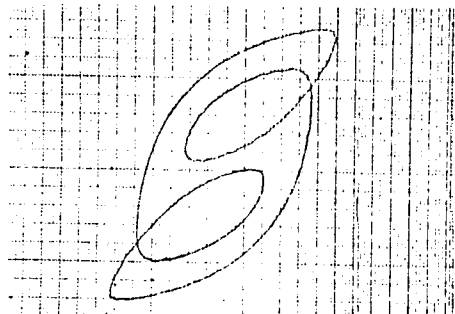
※ 2-27 図 509F の 50 Hz, 5 kV, マイナーループの含有率 15% のヒステリシス曲線



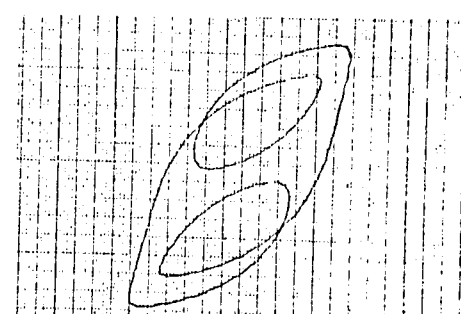
(a) $\theta_3 = 0^\circ$



(c) $\theta_3 = 60^\circ$

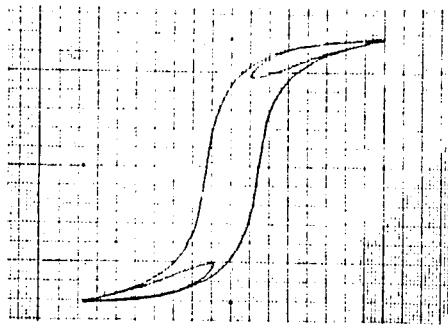


(b) $\theta_3 = 15^\circ$

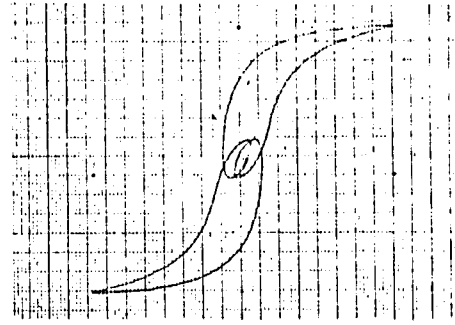


(d) $\theta_3 = -15^\circ$

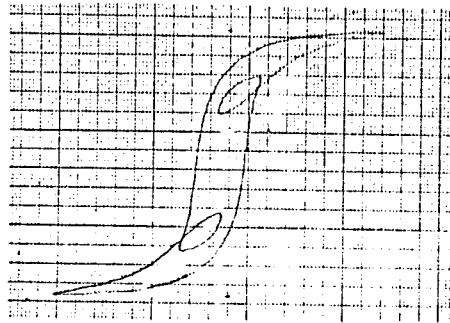
※ 2-28 図 509F の 50 Hz, 5 kV, マイナーループの含有率 35% のヒステリシス曲線



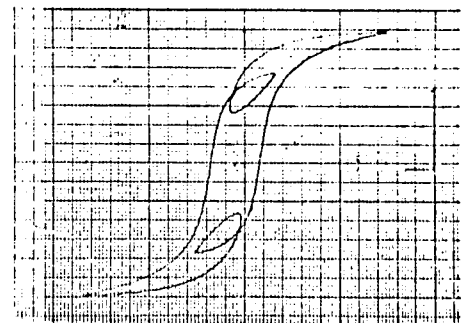
(a) $\theta_3 = 0^\circ$



(c) $\theta_3 = 60^\circ$

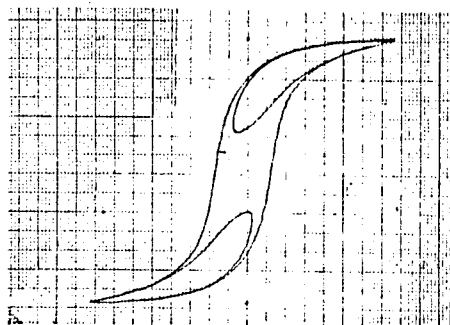


(b) $\theta_3 = 15^\circ$

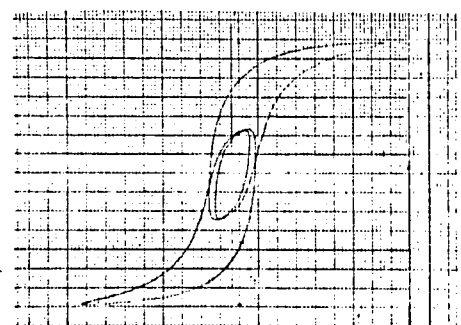


(d) $\theta_3 = -15^\circ$

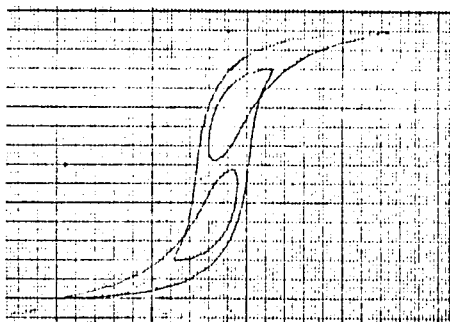
オ 2.29 図 509F の 50 Hz , 12 kV , マイナーループ含有率 15% のヒステリシス曲線



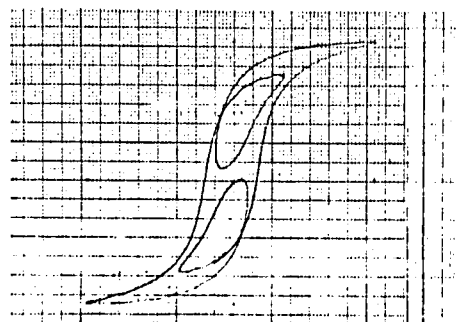
(a) $\theta_3 = 0^\circ$



(c) $\theta_3 = 60^\circ$



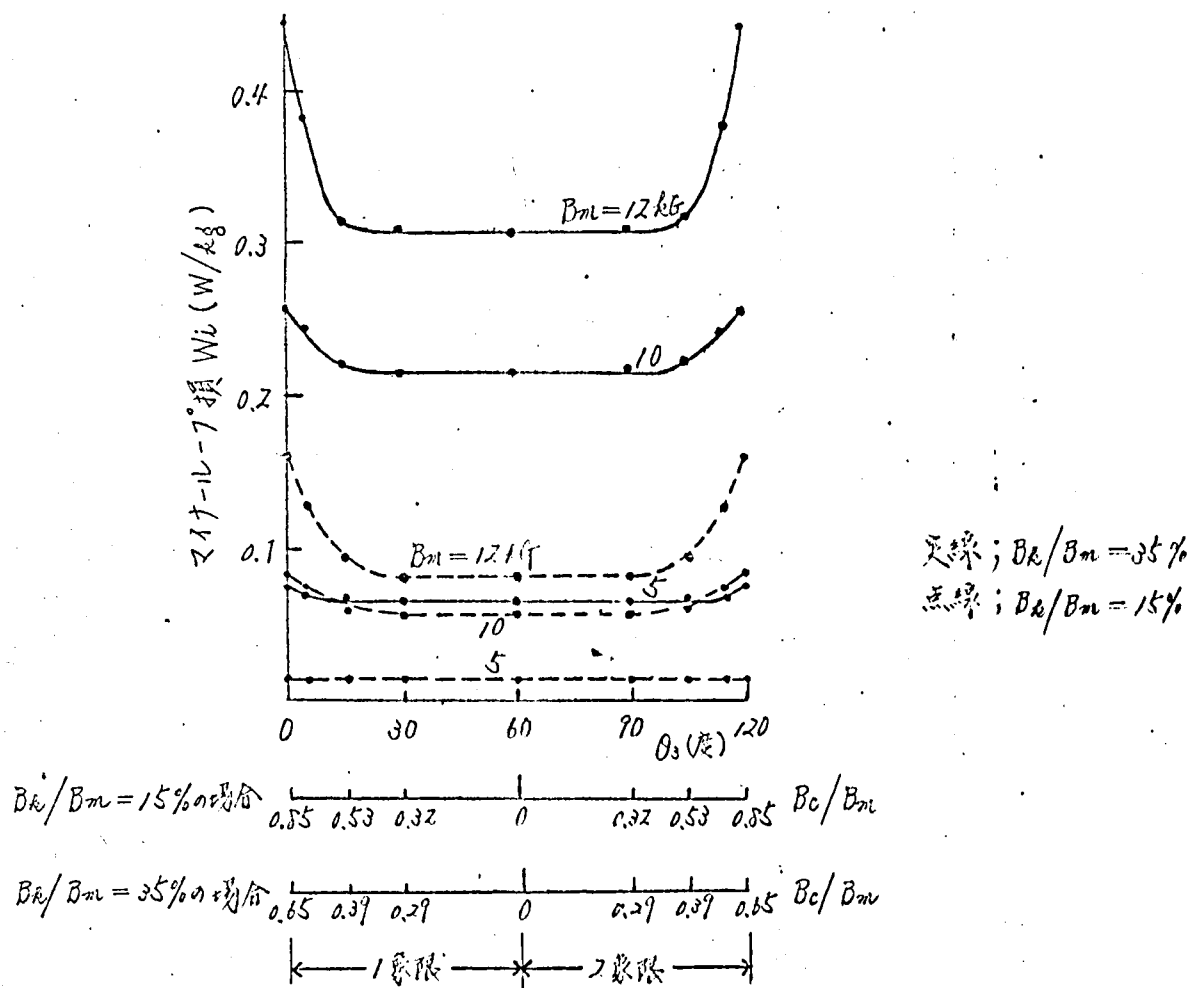
(b) $\theta_3 = 15^\circ$



(d) $\theta_3 = -15^\circ$

オ 2.30 図 509F の 50 Hz , 12 kV , マイナーループ含有率 35% のヒステリシス曲線

マイナーループ形成部分の等価周波数が大きく，たとえば B_R/B_m が 100% に近い場合には，等価周波数は約 3 Hz であるが， B_R/B_m が小さくなると 3 Hz 以上にはより電流値が増加するに因る。等価周波数が増加する理由は，オ 2.9 図で極値間の ω の差を検討すれば理解できる。



オ 2.31 図 509 F の 50 Hz におけるマイナーループ損失

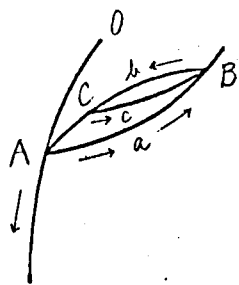
次に，マイナーループの形状について考える。直流のマイナーループについては Madelung の研究 (17) である。

いま，オ 2.32 図に示すように，曲線 OA に沿って磁化されていき，A 点で曲線の向きを変えると，A 点を回帰点と呼ぶ。Madelung の研究によれば，

(i) 点 A を回帰点とする回帰曲線 a は，一本のみである。

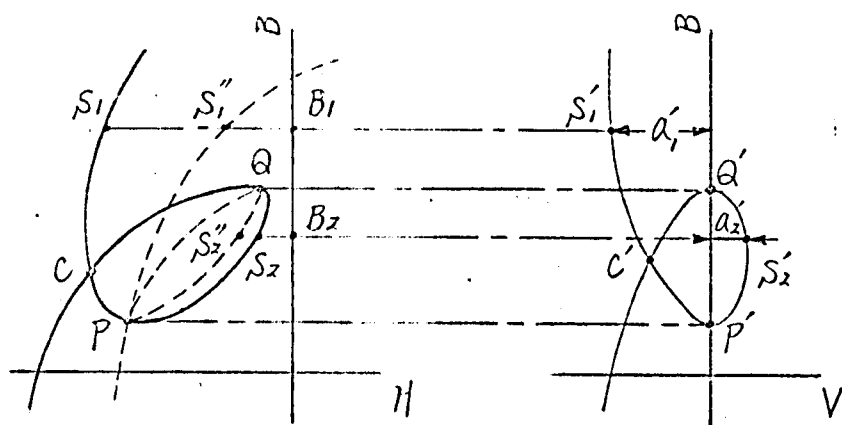
(ii) この a 曲線上の任意の点 B で回帰すれば回帰曲線 a が得られるが，この曲線は必ず点 A に帰する。

(iii) 各曲線上の点 C で同様にして曲線は必ず点 B を通り、さらにこれを延長すれば、それは a 曲線とまったく一致する。



オ2.32図 直流ヒステリシス曲線の形状

オ2.33図は交流の場合のマイナーループと直流の場合のマイナーループの関係を示したもので、(a)図の点線は直流ヒステリシス曲線を、実線は交流ヒステリシス曲線を、また(b)図はその $V-B$ 曲線を示す。(a)図で磁束密度が極値をとる瞬間の P 、 Q 点では電圧が零となるので、 $V-B$ 曲線上の対応する P' 、 Q' 点は B 軸上にある。したがって、この瞬間のうず電流損失電流は零となり、(a)図の実線と点線は P 、 Q 点では一致する。 P 点は前述の直流マイナーループの性質により直流メージャーループ上に存在するが、このことは交流マイナーループを検討する場合重要な要領である。



点線：直流ヒステリシス曲線
実線：交流ヒステリシス曲線

(a) $B-H$ 曲線

(b) $V-B$ 曲線

オ2.33図 交流マイナーループと直流マイナーループの関係

いま磁束の磁束密度, たとえば B_1 , B_2 の瞬間における交流・直流 $B-H$ 曲線 ほうびに $V-B$ 曲線上の点をそれぞれ S_1 , S_1'' , S_1' および S_2 , S_2'' , S_2' とすると, $\overline{S_1 S_1''}$, $\overline{S_2 S_2''}$ はそれぞれ a_1' , a_2' に比例する。この考えから, 交流マイナーループの交点 C は $V-B$ 曲線の交点 C' より下方に位置することがわかる。なぜなら, 直流マイナーループは必ずスージヤループの内側に存在するからである。このように, 電圧—磁束密度曲線は直流ヒステリシス曲線から交流ヒステリシス曲線の形状を理解するのにきわめて有用である。

今までに説明したことからわかるように, マイナーループ損 W_{li} 中に混入している交流損失の割合は $V-B$ 曲線の形状に關係する。ところが電圧は (2.54) 式が示すように磁束密度が与えられただけでは決まらないうで dB/dt が關係する。したがって, マイナーループ損中に占める交流損失の割合を求めることはきわめて困難である。

マイナーループのヒステリシス損 W_{li} については ⁽¹⁸⁾ Ball, ⁽¹⁹⁾ Watson 等の研究がある。Ball によれば, マイナーループのヒステリシス損 W_{li} は次式で与えられる。

$$W_{li} = (\eta + \alpha \cdot B_c^4) B_m^x \quad (2.59)$$

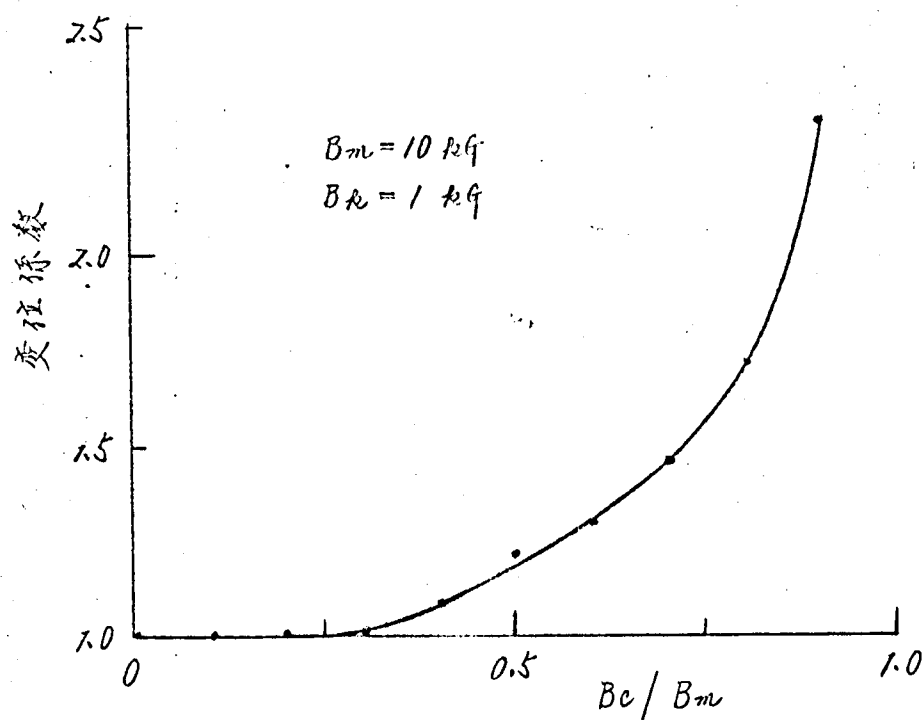
ここで, η , α , x , y は材料定数である。Ball の説と要約すると次のようになる。

- (i) 変位係数は 1 より大である。
- (ii) マイナーループの振幅 B_m が同じ場合には, マイナーループの発生高さ B_c が高いほど W_{li} は大になる。
- (iii) B_c が同じであれば, B_m が大きいほど W_{li} も大きくする。
- (iv) B_c が同じであれば, 変位係数は B_m の値に無関係に一定である。

ここで 変位係数 (Displacement factor) は, 振幅の等しい非対称ヒステリシスループのヒステリシス損と対称ヒステリシスループのヒステリシス損の比と定義する。

Watson によれば B_m が大きくなるほど変位係数は 1 に近づき、また B_c が大になるほど変位係数の増加割合が小さくなる。

積分形磁束計の出力を X-Y レコーダに接続して描かせた直流ヒステリシスループの面積を比較して得られた実験結果の一例をオ 2.34 図に示す。オ 2.34 図は最大磁束密度 B_m を 10 kG、マイナーループの振幅 B_c を 1 kG 一定に保ち、マイナーループの高さ B_c を変化させたもので、材質は $\beta 10$ である。材質は異なるが Ball の実験結果と比較傾向を示し、マイナーループが飽和部にあるほど変位係数は大になっている。



オ 2.34 図 $\beta 10$ の変位係数

オ 2.31 図とオ 2.34 図の関係、すなわちマイナーループ損 W_c 中のヒステリシス損 W_{hc} の寄与率等についてはさらに検討中であるが、次項で、別の角度から W_{hc} の検討を行おう。

4.2.6 最大磁束密度一定の実験 (マイナーループを含む場合)

最大磁束密度を一定に保ち、波形係数 F を大きく変えて実験すれば、マイナーループが存在する場合の鉄損を検討することが出来る。最大磁束密度 5, 10 kG においてオ 2.3, 2.9 表の実験を行なった。

オ 2.8 表 $\theta_3 = 0^\circ$ の実験条件

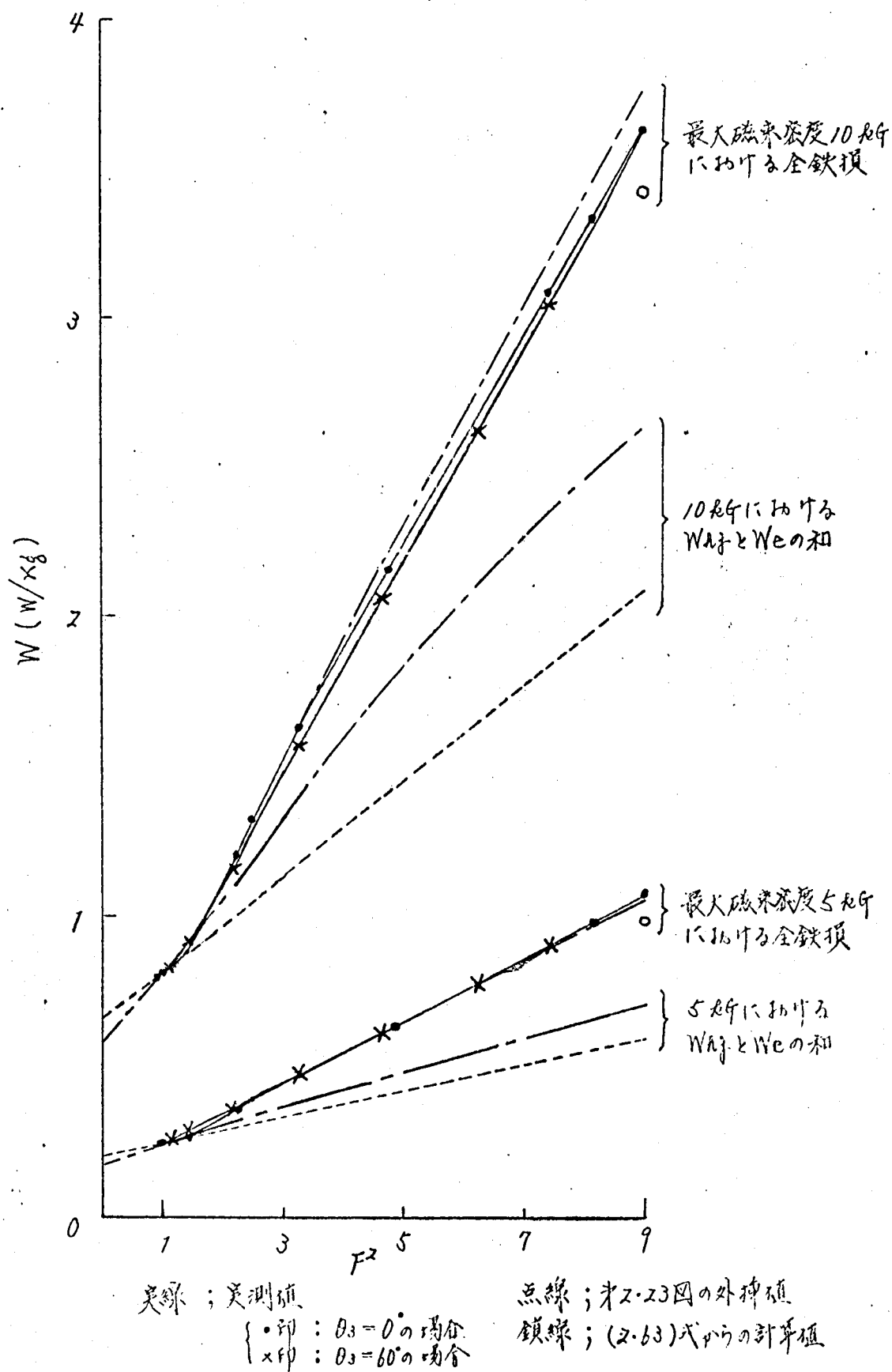
N ₀	V _E (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F = \sqrt{B_1^2 + 9B_3^2}/B_m$	F^2	B_R/B_m (%)	B_C/B_m
141	33.3	0	1.12500	0.12500	1.18585	1.40624	0.0	1.0000
142	99.0	0	1.06331	0.35089	1.49625	2.23876	14.38	0.8567
143	123.0	0	0.99912	0.40964	1.58381	2.50845	20.53	0.7947
144	195.0	0	0.82681	0.53743	1.81192	3.28305	35.53	0.6447
145	390.0	0	0.54621	0.71007	2.19913	4.83617	58.19	0.4109
146	1500.0	0	0.18155	0.90773	2.72924	7.44875	86.31	0.1369
147	3000.0	0	0.09520	0.95201	2.85788	8.16748	92.84	0.0716

オ 2.9 表 $\theta_3 = 60^\circ$ の実験条件

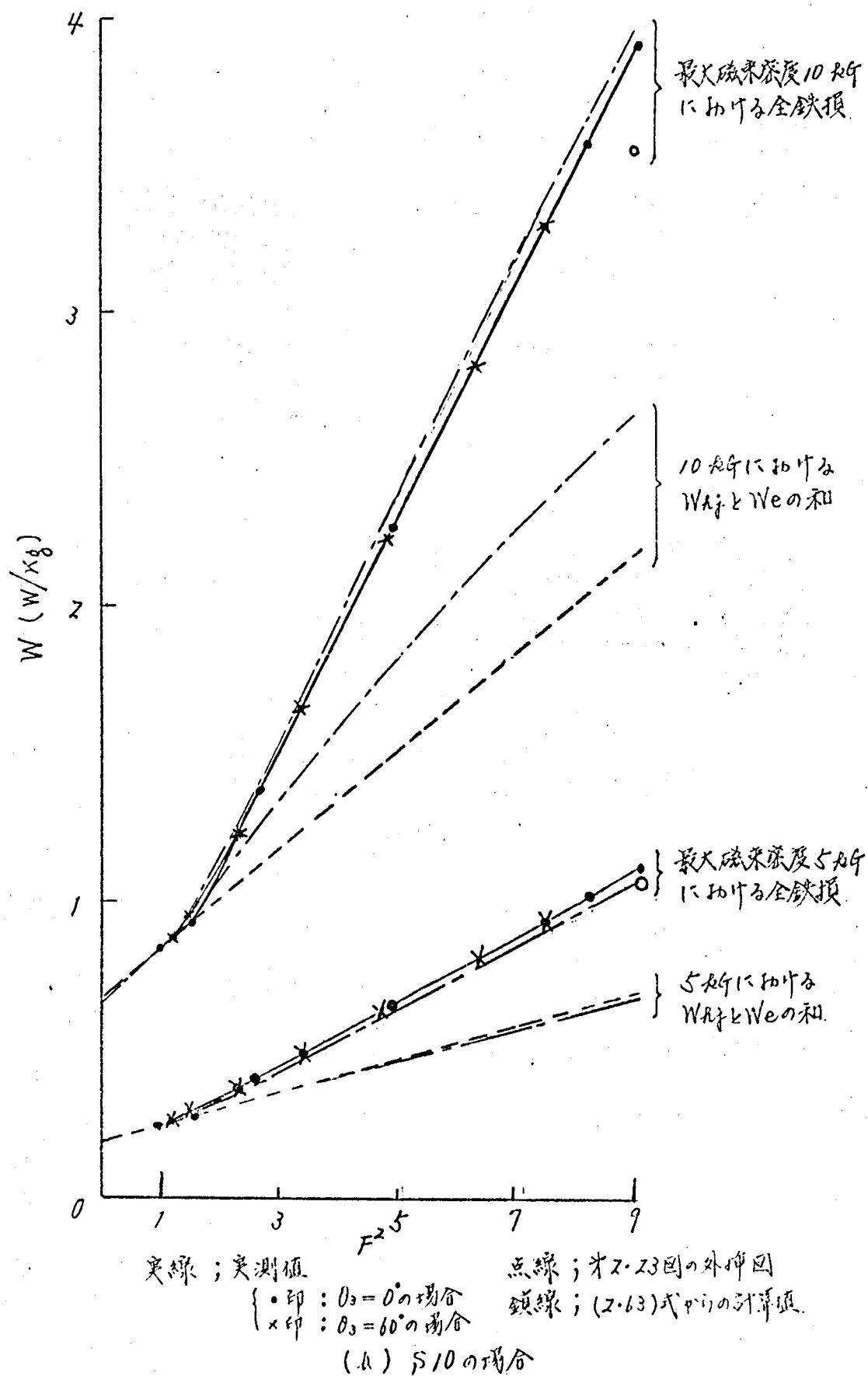
N ₀	V _E (%)	θ_3 (度)	B_1/B_m	B_3/B_m	$F = \sqrt{B_1^2 + 9B_3^2}/B_m$	F^2	B_R/B_m (%)	B_C/B_m
161	100.0	60	0.75000	0.25000	1.06066	1.12500	0.0	0.0
162	144.0	60	0.67568	0.32432	1.18457	1.40321	5.48	0.0
163	255.0	60	0.54100	0.45944	1.48074	2.19259	21.77	0.0
164	429.0	60	0.41177	0.58824	1.81211	3.28374	39.49	0.0
165	750.0	60	0.28571	0.71429	2.16182	4.67347	57.63	0.0
166	1500.0	60	0.16667	0.83333	2.50555	6.27778	75.14	0.0
167	3000.0	60	0.09091	0.90909	2.72879	7.44629	86.40	0.0

実験結果をオ 2.5 図に横軸を F^2 とし示す。図で点線はオ 2.3 図の点線を延長して描いたものである。ところが、オ 2.3 図はオ 2.3 表が示すようにマイナーループを生じない範囲、すなわち、 $F^2 = 0.91 \sim 1.49$ のため短区間のデータをもとに描いたものである。したがって、わずかな測定誤差がオ 2.5 図の F^2 の小さい部分から大きい部分の鉄損値に大きな影響を与える。オ 2.5 図の点線が縦軸と交わる $F^2 = 0$ 点の鉄損はメージャヒステ

リシス損 W_{hj} に対応するはずであるが、このような理由からか、この外挿法では信頼性が少ない。



(a) 509 F の場合
オズ・25 図 基本派の周波数が 50 Hz の場合の F^2 と鉄損の関係



オズ・ス図 基本派の同派数 $\beta 50$ の場合の F^2 と鉄損の関係。

マイナーループを生じない範囲においては、ヒステリシス損は一変であるが、うず電流損は F^2 の増加とともに増し、もし (2.53) 式が広い範囲にわたって成立するとすればその増加は直線的である。F がオ.5 図の M_1 点以上になるとマイナーループのヒステリシス損 W_{h1} が加わるため鉄損は点線より大きな値を示す。鉄損が直線から外れる点の F の値は、オ.5 図 (A) からわかるように、位相角 θ_0 が 60° の場合に最小で、 $\theta_0 = 0^\circ$ の場合はそれより大きく、また $\theta_0 = 4^\circ$ のとき最大値を示す。このため $\theta_0 = 60^\circ$ の方が $\theta_0 = 0^\circ$ の場合より F^2 の小さいうちから鉄損を増加しはじめる。F がさらに増加すると、マイナーループは段々大きくなって、ついに $F^2 = 9$ においてメージャーループに重なり、3 倍の速度でループを描く。したがって $F^2 = 9$ の位置では、各マイナーループのヒステリシス損とメージャーループのヒステリシス損は不変と考え、基本波のみの場合の正弦波のヒステリシス損を W_{h1} とすれば、 $F^2 = 9$ の点におけるヒステリシス損の合計は $3W_{h1}$ となる。また、うず電流損については、これが F^2 に対し直線的に増加するより波形係数が F のひすみ波のうず電流損 W_{ef} は、正弦波の場合のうず電流損 W_{e1} として

$$W_{ef} = F^2 \cdot W_{e1} \quad (2.60)$$

で与えられる。このように考えれば、基本波のみの場合のヒステリシス損とうず電流損がわかっていれば、オ.5 調波のみの場合の全鉄損は計算で求まる。この方法で計算して $F^2 = 9$ における鉄損をオ.5 図に示す。図からこのようは仮定は適当でないことがわかる。

(2.60) 式は基本波とオ.5 調波からなるひすみ波において、基本波の振幅が無限小になった極限状態がオ.5 調波のみの波形であるという観点にたっている。こゝで見方を変えて基本波の周波数を変えにものがオ.5 調波のみが単独に存在する波形であるという見地にたてば

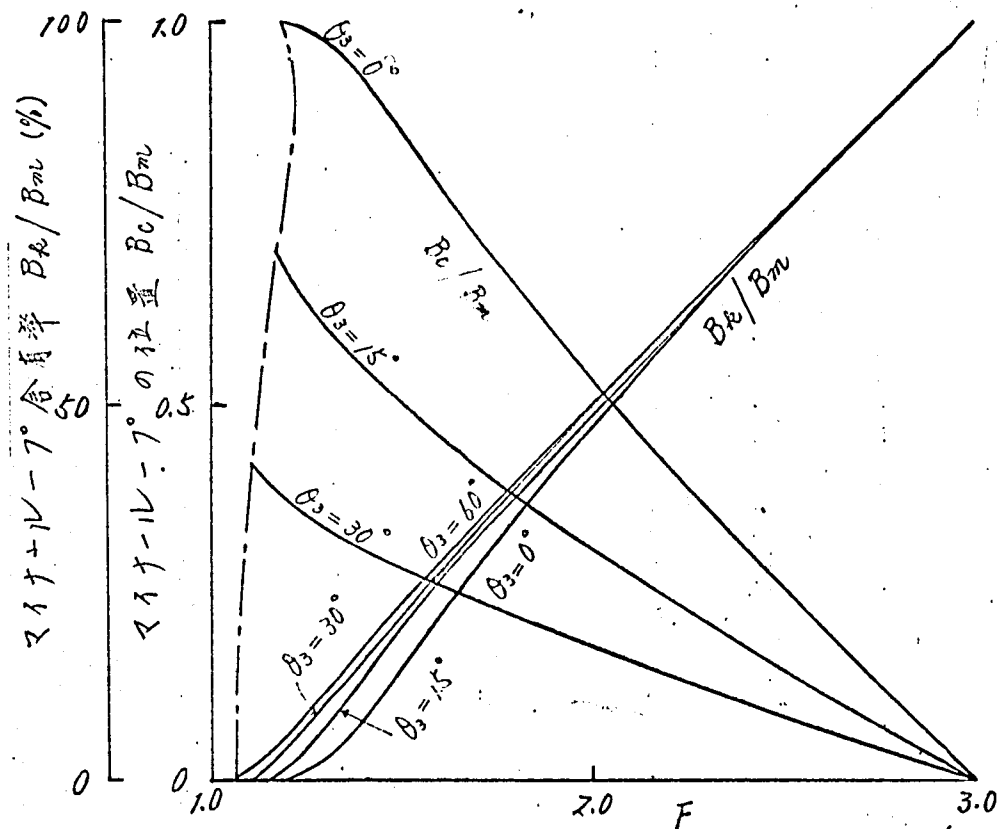
$$W_{en} = (f_n/f_1)^2 W_{e1} \quad (2.61)$$

こゝで、 f_1 、 f_n はそれぞれ基本波およびオ.5 調波の周波数とし、 W_{en}

はオレ調波のみが単独で存在する場合のうず電流損とする。(2.54)式によれば、オレ調波のみの場合の $V-B$ 曲線の電圧は、基本波のみの場合の九倍になるので、ヒステリシス曲線において、うず電流損に対応する部分の面積が九倍になること、またループを描く速度が九倍になることから(2.61)式は導き出される。

結局、(2.60)式と(2.61)式は同じことを見方を変えて表現しただけでよい。

次に、マイナーループを含んだはずみ波の鉄損について考えてみよう。オレ2.36図は派移率係数 F とマイナーループの含有率 B_R/B_m の関係の計算結果で、参考のため位置 B_C/B_m も示した。図から、最大磁束密度 B_m が一定であれば、 F の大きい部分においては、マイナーループの振幅 B_R は位相角により関係なく、ほぼ F に比例することがわかる。



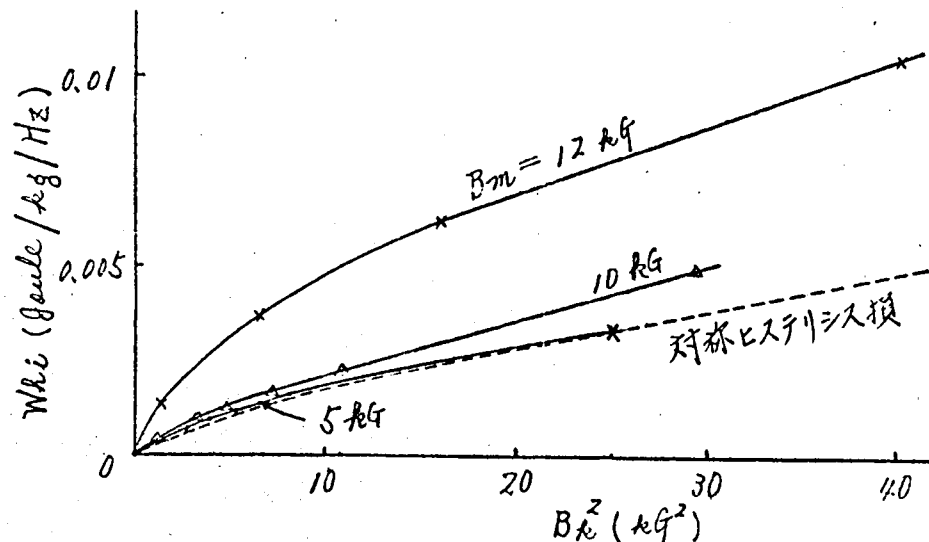
オレ2.36図 オレ調波を含むはずみ波の派移率係数 F とマイナーループ含有率およびその位置の関係

レバゲッテ、マイナーループのヒステリシス損 W_{hi} が

$$W_{hi} = K \cdot B_m^2 \quad (2.62)$$

すなわち、振幅の二乗に比例すると仮定すれば、オス・35 図で W_{hi} 分はほぼ直線的に増加する。ゆえに、オス調波を含むするはずみ波の鉄損はオス・35 図で閉線が点線から外れる点と、オス調波のみが単独に存在する $F^2=9$ の点を結んで直線で近似的に表わされる。前述のように $F=1$ の点と点線から外れる点はきわめて近いので、 $F=1$ の点と $F^2=9$ の点を結んでもさほどの差は生じない。実験結果はこの直線より下にあるが、きわめてこの直線に近いので、はずみ波鉄損の概略値をこのような方法で推定できることがわかった。

(2.62) 式の仮定が近似的に成立することを確かめるためにオス・37 図の実験を行なった。オス・37 図は最大磁束密度を一定にして、頂上にマイナーループを生ずるようにつづいて直流ヒステリシス曲線の面積から計算してマイナーループのヒステリシス損 W_{hi} で、横軸をマイナーループの振幅 B_h



B_m : メージャーループの最大磁束密度

B_h : マイナーloopの振幅

点線は最大磁束密度が B_m の対称ヒステリシスloopのヒステリシス損を示す。

オス・37 図 509F の直流におけるマイナーループの振幅とヒステリシス損の関係

(マイナーループ位置が頂上の場合)

のグラフに示す。図から、マイナーループの振幅 B_m が小さい範囲では、直線から外側に鉄損値を示すが、 B_m が大きくなるとほぼ直線的に増加することがわかる。マイナーループの含有率の小さいときには、ひずみ波の全鉄損に占める W_{hi} の割合がわずかなので、その直線性は問題にならない。

オーストンの実験結果によると、 $F^2 = 1.4$ ($\theta_0 = 0^\circ$ のマイナーループ限界) では、 $\theta_0 = 60^\circ$ の鉄損の方が $\theta_0 = 0^\circ$ の鉄損よりじやっかん多くなっているが、これは 60° の場合には W_{hi} が加算されるためである。 F^2 が中程度のあたりでは、逆に 60° の鉄損の方が少ない理由は、オーストンの図からわかるようにこのあたりでは位相角による B_m の変化が少なく、オーストンの図が示すように、主として B_c による W_{hi} の変化が鉄損に影響するためと思われる。 F^2 の大きいところでは、 B_m/B_c が1に近く、 B_c による W_{hi} の変化も少なくなると、鉄損は位相角にほとんど影響されない。

本実験の結果を要約すると次の通りである。

(i) マイナーループの含有率が大きくなると、ひずみ波鉄損は高調波の位相角にほとんど無関係に F^2 に対し直線的に増加する。

(ii) ひずみ波の鉄損は、基本波およびオミ調波が単独で示す鉄損値を内挿して直線にきわめて近い値を示す。その場合、内挿値は実測値より多目である。

(iii) 後述の二波形率法による鉄損分離の際使用する方法、すなわちオーストンの図を延長してオミ調波の鉄損を計算する方法は、実測値と大幅に異なる。その理由は外挿距離が長すぎることで、うず電流損が広い範囲にわたって周波数や波形率のグラフに比例するという関係が成立しない等のためである。

(iv) 以上の次式で (2.60), (2.61) 式はあまり意味がないが、現象の定性的説明に役立つのでこれを利用して説明を試みる。

4.3 ひずみ波の鉄損⁽³¹⁾

前節までの結果をもとに本節においては、ひずみ波磁束によって生ずる鉄損を推定する方法について述べる。

ひずみ波の鉄損 W を、後述の才 2.40 図の方法で分離したヒステリシス損 W_h および交流電流損 W_e の曲線を使って次式で計算してみる。

$$W = W_h(B_m) + 2 \sum W_h(B_n) + W_e(F \cdot B_m) \quad (2.63)$$

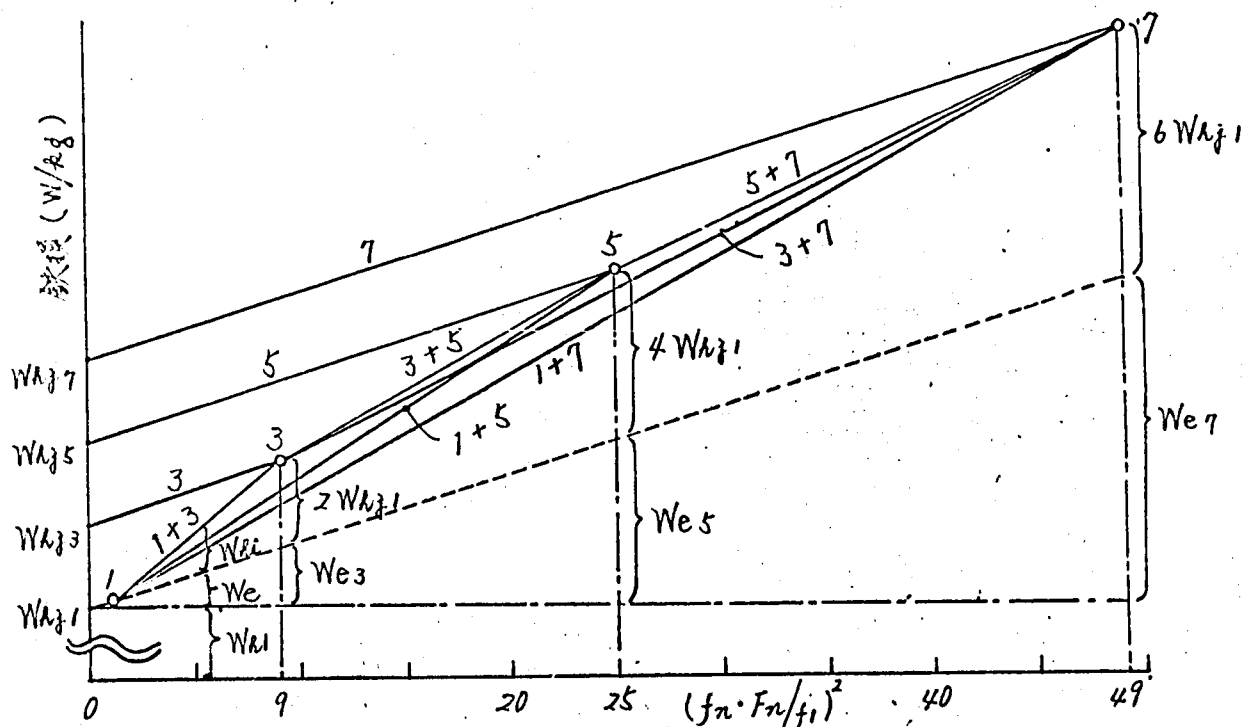
ここで、 B_m は最大磁束密度、 B_n はマイナーループの振幅、 F は波形率係数で、 W_h 、 W_e はそれぞれヒステリシス損および交流電流損の図形状を示すものとする。前式を使って計算した結果を才 2.35 図に鎖線で示す。マイナーループの含有率 B_n/B_m が 15% 以下であれば、前式で計算した鉄損と実測鉄損の差は 5% 以内であつた。この程度のひずみ波であれば、全鉄損に占める W_h がきわめてわずかなことからも、前式を使って近似計算できることが推定される。最大磁束密度が低ければ、マイナーループの含有率いかににかかわらず (2.63) 式は実測値とよく一致するが、高磁束密度でマイナーループの含有率が大きいときには $F \cdot B_m$ が数拾倍にもなり、このような高磁束密度における鉄損の測定は困難なため、かなり大きな誤差を伴う。したがって高磁束密度では、前節で述べた基本波およびオミ調波のみの鉄損値を内挿して推定する方法がよい。ところが、通常のひずみ波中には、オミ調波以外にオミ、オミ7、オミ9 調波等も混入している。そのような場合の鉄損計算には (2.63) 式の方法が利用できる。基本波のみの場合の鉄損を W_1 、オミ調波のみの場合のそれを W_3 とすれば、波形率係数 F のひずみ波の鉄損 W は上記内挿法の場合次式で計算される。

$$W = \{(W_3 - W_1)F^2 + 9W_1 - W_3\} / 8 \quad (2.64)$$

一般に、ひずみ波が特定の二つの周波数成分のみからなる場合には、才 2.35 図から類推して才 2.38 図のように鉄損が構成されていると思われる。

才 2.38 図は各種の高調波が混入した場合の鉄損計算概念⁽²⁰⁾図を示す。たとえば、250 Hz と 350 Hz の二つの周波数からなるひずみ波のように二つの周波間に倍周関係が成立しない場合には、両者の最大公約数 50 Hz を基本波周波数 f_1 に選び $f_n/f_1 = 5$ とし、波形率係数 F_n は 250 Hz を基準として求めた値をとる。このように倍周関係をもたない二つの周波数からなるひずみ波では、マイナーループは各サイクル毎に同じ位置に生じないで、 f_n/f_1

サイクル毎に同じ位置に生ずるようになる。そして、この場合のいずみ波鉄損は、250 Hz の正弦波の鉄損点 5 と 350 Hz の正弦波の鉄損点 7 を結ぶ直線、5+7 で示される。オ 2.08 図で一点鎖線は基本波のヒステリシス損を示す。また、点線はうず電流損を示しオ 2.05 図の点線に対応する。この点線と平行に引かれた直線 3, 5, ----- は、たとえば前例の場合についていえば、250 Hz と 350 Hz の成分からなるいずみ波がマイナーループを含まない範囲で不可鉄損を与える。



f_1 ; 基本波周波数 W_{ai} ; n 調波のマイナーループのヒステリシス損
 f_n ; 流入最低調波周波数 W_{ai} ; マイナーループのヒステリシス損
 F_n ; f_n 基準の派形率係数 W_e ; うず電流損
 W_{en} ; n 調波のうず電流損

図中の数字は調波の次数を示す。

オ 2.08 図. 2 個の周波数成分よりなるいずみ波の鉄損計算の説明図

たとえば、50 Hz と 150 Hz のように倍周関係にある二つの周波数成分からなるいずみ波の場合には、各サイクルごとに同じ位置に 1 組づゝマイナーループを生じ、オ 2.05 図と同様にオ 2.08 図の直線 1+3 がいずみ波鉄損を与えることはもううんである。同様に、基本波とオ 5 調波とを合成されたいずみ波の鉄損は 1+5 の直線で示される。

オ 2.08 図は概念図に過ぎず実際の計算には役立っていない。

第5章 ひずみ波を利用した鉄損分離法

第3章のはじめに述べたように、商用周波に連い交流で磁化された鋼板の鉄損は、ヒステリシス損とうず電流損にわけられる。ヒステリシス損は鋼板内の磁束変化が磁化力に比例をとるために生じる。すなわち、磁束の移動には磁石の回転の非可逆性から生ずるヒステリシスのための損失で、おもに磁束移動による磁化過程が関与している。またうず電流損は鋼板内に磁束の変化を打ち消そうとするうず電流が流れるために生じる。

電気機器の設計に際しては、鉄損を軽減するということが重要な課題であるが、たとえば、我々の検討対象に懸念している独立磁路を有する変圧器鉄心等においては、印加電圧が正弦波であつても各磁路の磁束はひずみ波となり、鉄損をヒステリシス損とうず電流損の二つの成分に分けて考察を進めることが是非とも必要になる。そこで、本章においては鉄損の分離方法について検討する。

5.1 在来の鉄損分離法の概要と問題点

鉄損の分離方法としては、この二つの成分に関する関係式において、音波の変数の相違により次のような周知の方法がある。⁽²¹⁾

- (i) 直流法
- (ii) 二周波法
- (iii) 二波形率法

昔者はひずみ波の解析によつて得られる結果を利用して、さらに合理的なひずみ波法とマイナーループ限界法を開発したが、それらを説明する前に在来の方法の概要と問題点についてここで検討しておく。

5.1.1 直流法

直流ヒステリシス曲線の面積からヒステリシス損を求め、また正弦波交流の全鉄損を電力計によつて測定するが、あるいは交流ヒステリシス曲線の面積から求めることにより鉄損を分離する方法で、鉄鋼メーカーのカタログ値はほとんどこの方法で分離されたものである。鉄損 W (W/kg) はヒステリシス曲線の面積から次式によつて計算される。

$$W = \frac{f}{D} \oint H dB \quad (2.65)$$

こゝに、 D は試料の密度 (kg/m^3)、 $\oint H dB$ は1サイクル当りのエネルギー損 (J/m^3)、 H は磁化力 (A/m)、 B は磁束密度 (Wb/m^2)である。交流の場合のヒステリシス損 W_h が磁束密度波形に依存しなければ、その W_h は直流の場合のヒステリシス損に等しくなる。直流ヒステリシス曲線の $\oint H dB$ は最大磁束密度 B_m だけの関数 W_h として与えられるから、(2.65) 式に対応してヒステリシス損は

$$W_h = \frac{f}{D} W_h(B_m) \quad (2.66)$$

で与えられる。

要するにこの方法は、ヒステリシス損が磁束密度波形に依存しないという前提条件が必要である。無方向性けい素鋼板のように結晶粒子の小さいものでは、後述の二周波法で分離したものとさほどの差を生じないが、方向性けい素鋼板のように結晶粒の大きいものでは、この方法で分離した方がヒステリシス損が小さくなる。通常周波数が高くなるほど、また磁束密度が高くなるほど磁区が小さくなり、平均磁壁間隔も小さくなるといわれ⁽²²⁾ るが、磁区が小さいものほど磁壁の平均移動速度が小さいことを考慮すると、結晶粒子の大きいものでは交流の場合と直流の場合ではヒステリシス損にかかりの差を生ずることと考えられる。

5.1.2 二周波法

まず、次の仮定を行なり。

- (i) 試料は電気的に均一に磁気的に均一で、磁束は一様に分布する。
- (ii) 逆磁率⁽²³⁾は磁束密度に無関係に一定とする。

上の仮定を行なえば、交流電流損 W_e (W/kg) は周知のように次式で与えられる。

$$W_e = \frac{1}{12 D \cdot \rho} \left(\frac{t \cdot V_{eff}}{N \cdot S} \right)^2 \quad (2.67)$$

こゝで、 t は厚さ、 ρ は抵抗率、 N は巻数、 S は断面積である。一方、

有効値電圧 V_{eff} と最大磁束密度 B_m の間には (2.2), (2.7), (2.8) 式より

$$\begin{aligned} V_{eff} &= \sqrt{2} \pi f \cdot N \cdot S \cdot F \cdot B_m \\ &= 4 f \cdot N \cdot S \cdot FF \cdot B_m \end{aligned}$$

の関係がある。これを (2.67) 式に代入して

$$W_e = \frac{\pi^2 (L \cdot f \cdot F \cdot B_m)^2}{6 D \cdot \rho} \quad (2.68)$$

磁束波形が正弦波であれば、

$$W_e = \frac{\pi^2 (L \cdot f \cdot B_m)^2}{6 D \cdot \rho} \quad (2.69)$$

すなわち、うず電流損は周波数および最大磁束密度の二乗に比例する。一方、ヒステリシス損は (2.66) 式より周波数の一乗に比例する。ゆえに、最大磁束密度が一定で、周波数のみが変わるとき全鉄損 W は

$$W = W_h + W_e = P_h \cdot f + P_e \cdot f^2 \quad (2.70)$$

で与えられる。

(2.70) 式に準拠して鉄損分離法が二周波法で、いま最大磁束密度を一定とし、電圧正弦波のもとに周波数 f_1 , f_2 , f における全鉄損をそれぞれ W_1 , W_2 , W とし、周波数 f のときのヒステリシス損を W_h , うず電流損を W_e とし、ヒステリシス損の百分率を π とすると次式が成立する。

$$W_1 = P_h \cdot f_1 + P_e \cdot f_1^2$$

$$W_2 = P_h \cdot f_2 + P_e \cdot f_2^2$$

ゆえに

$$P_h = (f_2^2 - \frac{W_2}{W_1} f_1^2) W_1 / \{(f_2 - f_1) f_1 \cdot f_2\} \quad (2.71)$$

$$P_e = (\frac{W_2}{W_1} f_1 - f_2) W_1 / \{(f_2 - f_1) f_1 \cdot f_2\} \quad (2.72)$$

$$W_h = P_h \cdot f \quad (2.73)$$

$$We = Pe \cdot f_2$$

(2.74)

$$\eta = 100 P_h / (P_h + Pe \cdot f)$$

(2.75)

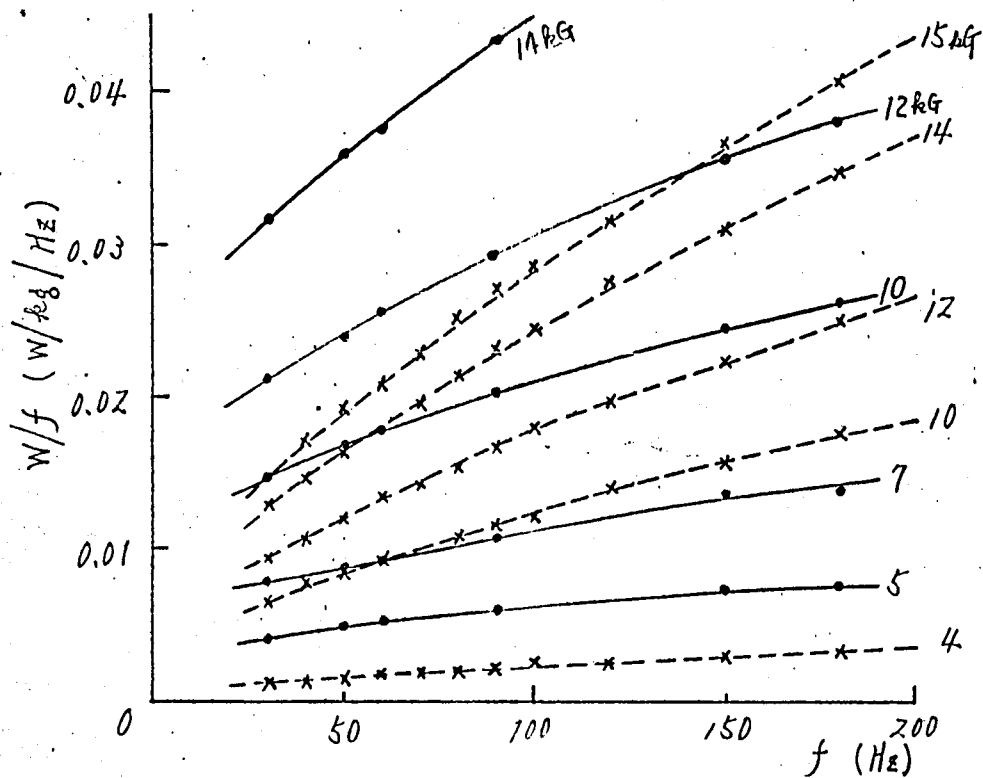
(11)

すなわち ASTM規格 によれば，周波数が f の鉄損を分離する際使用する周波数 f_1 ， f_2 には次の制限条件をつけている。

$$f/2 \leq f_1 < f < f_2 \leq 2f$$

(2.76)

その理由は，あまり大きな値のある周波数で分離すると，表皮効果，磁壁移動速度等の影響が入り，(2.70)式を誘導するにあたって用いた前提条件を満足しにくくなるからである。509FおよびG10について実験した鉄損の周波数特性の一例と最大磁束密度をパラメータとして図2.39図に示す。(2.70)式によればこの鉄損分離曲線は直線になるはずであるが，実際には図2.39図が示すように上に凸の曲線となる。このように曲った曲線になると， f_1 ， f_2 のとり方によりヒステリシス損 W_h はいろいろな値を示し，この方法では鉄損の分離が不可能になる。



実線 —●— 509F

点線 —×— G10

図2.39 鉄損分離曲線

通常の測定器の精度は 30 Hz 以下では保証されないもので、周波数の低い部分の測定は不可能である。したがって、低周波での測定結果を外挿することにより直流ヒステリシス損を推定することも困難である。鉄損の周波数特性がオス・39 図のように上に凸であるということは、(2.76)式を満足する二つの周波数で分離し、(2.73)式で計算してヒステリシス損がオス・39 図の曲線を外挿して $f=0$ 点の値から求めたヒステリシス損より多くなることを意味している。

要するにこの方法は、ヒステリシス損が磁束波形に依存しないこと、および電流損が周波数の二乗に比例するという条件が必要である。実際には表反効果の影響等もあり、このような条件は成立しないのである。

なお、二周波法にはこの他にも、(2.71)式あるいは(2.72)式の分子が零になる周波数の近傍で分離すると大きな誤差を生ずるという欠点がある。たとえば、 $f_1=50$, $f_2=60$ で $W_2/W_1=1.25$ とすれば(2.72)式より

$$P_e = 2.5 W_1 / \{(f_2 - f_1) f_1 \cdot f_2\}$$

であるが W_2/W_1 に測定誤差が 1% 弱あつて $W_2/W_1=1.26$ になつたとすると

$$P_e = 3.0 W_1 / \{(f_2 - f_1) f_1 \cdot f_2\}$$

すなわち P_e の誤差は 20% にも拡大される。

5.1.3 二波形率法

(2.66)式と(2.68)式に準拠して鉄損分離法が二波形率法である。最大磁束密度と基本波の周波数が一定で、波形率のみが変わるとき、全鉄損 W は(2.66), (2.68)式より

$$W = a + b \cdot F^2 \quad (2.77)$$

で与えられる。いま、最大磁束密度と基本波の周波数を一定とし、波形率係数が F_1 , F_2 および 1 (正弦波) のいずれか波の鉄損を W_1 , W_2 , W とし、正弦波のヒステリシス損を W_h , 電流損を W_e とすると次式が成立する。

$$W_1 = W_h + W_e \cdot F_1^2$$

$$W_2 = W_h + W_e \cdot F_2^2$$

$$W = W_h + W_e$$

ゆえに

$$W_h = (W_1 \cdot F_2^2 - W_2 \cdot F_1^2) / (F_2^2 - F_1^2) \quad (2.78)$$

$$W_e = (W_2 - W_1) / (F_2^2 - F_1^2) \quad (2.79)$$

才2.23図は(2.77)式に対応した F^2 と鉄損の関係を示す図であるが、才2.5図にも示したように、はいまの波形の波形率係数は0.9以下にはならず、また上限よりマイナーループを生ずる関係上大きくはとれない。しかるにヒステリシス損を求めるためには、才2.23図に相当する曲線を $F^2=0$ 点までまわめて大きく外挿しなければならぬので相当な誤差を生ずる。

この方法の原理は、いずみ波を印加して測定した鉄損を正弦波に換算する際にしばしば用いられる。⁽⁸⁾⁽¹¹⁾いま、正弦波のヒステリシス損およびうず電流損の全鉄損に対する百分率を h, e とし、いずみ波の全鉄損を W_1 、実効値電圧を E_1 、平均値電圧計の指示値(実効値目盛)を E_f とすればいずみ波と同じ最大磁束密度の正弦波に換算された鉄損 W は次式で与えられる。

$$W = \frac{W_1}{\frac{W_h}{W} + \frac{W_e}{W} F^2} = \frac{100 W_1}{h + e (E_1/E_f)^2} \quad (2.80)$$

要するにこの方法は、鉄損が波形率の2乗に比例することが前提条件である。もちろん、マイナーループの存在は許されない。

なお、二周波法で鉄損を分離する場合でも、鉄損実測時にははいまのじやっかん波の波形いずみが存在する。そのようには(2.71), (2.72)式の代わりに、うず電流損の補正を行なった次式を使用すべきである。

$$P_h = (F_2^2 \cdot f_2^2 - \frac{W_2}{W_1} F_1^2 \cdot f_1^2) W_1 / \{ (F_2^2 \cdot f_2^2 - F_1^2 \cdot f_1^2) f_1 \cdot f_2 \} \quad (2.81)$$

$$P_e = \left(\frac{W_2}{W_1} f_1 - f_2 \right) W_1 / \{ (F_2^2 \cdot f_2 - F_1^2 \cdot f_1) f_1 \cdot f_2 \} \quad (2.82)$$

F_1, F_2 は実効値電圧計と平均値電圧計の読みから知れる。

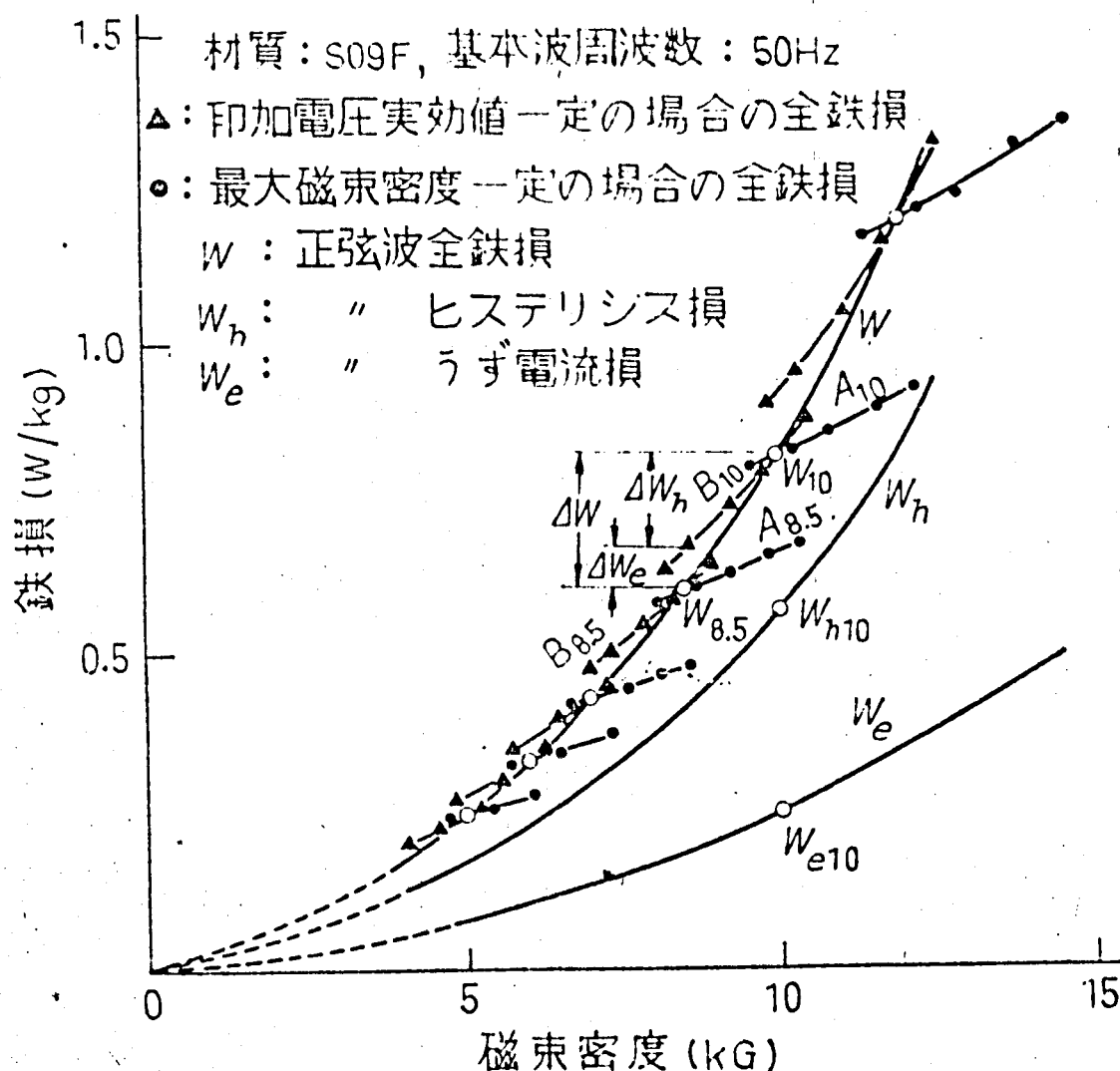
5.2 ひずみ派法^{(23), (27)}

オ3章で述べたように、最大磁束密度には実効値電圧を一定にし、波形率を変えて鉄損を測定すれば、うず電流損にはヒステリシス損のみが変化する。このことはとりもたず、ひずみ派の実験結果を利用すれば、鉄損分離が可能であることを示唆している。次に、4.2.2, 4.2.3項の50 Hzでの実験結果を例にとり、この鉄損分離法（これをひずみ派法と命名する。）を具体的に説明する。

オ2.40図で縦軸は実測全鉄損を、横軸は、最大磁束密度 B_m 一定の実験では $F \cdot B_m$ を、また、実効値電圧 V_{eff} 一定の実験ではそのときの B_m を示す。4.2.2項の最大磁束密度一定の実験結果を○印で、4.2.3項の実効値電圧一定のそれを△印で記入する。そうすると、たとえば $B_m = 10$ kg 一定の実験と、 $F \cdot B_m = 10$ kg 一定の実験の曲線 A_{10}, B_{10} は 10 kg において交差する。この交点 W_{10} (○印で示す) は 10 kg の正弦波の全鉄損を与える。一方、10 kg における正弦波のうず電流損 W_{e10} 、およびヒステリシス損 W_{h10} が求まっていると仮定すれば、^{*} 曲線 A_{10}, B_{10} をそれぞれ W_{e10}, W_{h10} 点を通るように平行移動することによって、9.5~12.2 kg の正弦波のうず電流損と 8.2~10.5 kg のヒステリシス損の曲線 W_e, W_h が求まる。なぜなら、曲線 A_{10} はうず電流損の変化分だけ変化し、ヒステリシス損は一定であるし、また曲線 B_{10} はヒステリシス損の変化分だけ変化し、うず電流損は一定だからである。曲線 A_{10}, B_{10} の長さは波形率係数 F のとり方により決定される。すなわち、マイナーループを生じない範囲内で F が変化する範囲に变化するようにオ2.31項の実験点を選定すれば、1組の実験から得られる鉄損分離曲線の範囲が広くとれる。

次に、上記範囲より下の W_e, W_h 曲線を求めるために、 $B_m = 8.5$ kg 一定、および $F \cdot B_m = 8.5$ kg 一定のグループについて実験する。8.5 kg は

脚注 * W_{e10}, W_{h10} は後述べる(2.84)式から計算できる。



※Z-40図 いずみ派による鉄損実測値のうづり
 いずみ派法を用いた鉄損分離結果

送んば根拠は、曲線 A 8.5, B 8.5 から得られる W_e , W_h 曲線が、前に求めた W_e , W_h 曲線と重複するに必要で、うづりぶん値になることを考慮した結果である。ゆえ、今回の W_e , W_h 曲線を描く際には、前の W_{e10} , W_{h10} に相当する点が必要で、前の W_e , W_h 曲線に続けられたい。

曲線 A 10 と A 8.5 の差を ΔW_h , B 10 と B 8.5 との差を ΔW_e とすれば、これらはその間のヒステリシス損、およびうず電流損の変化分を示す。正弦波のうず電流損とヒステリシス損の比は、このわずかな磁束密度の変化の間不変と考えられたいから、

$$\frac{We_{10}}{W_{10}} = \frac{We_{10} - \Delta We}{W_{10} - \Delta W}$$

$$\frac{Wh_{10}}{W_{10}} = \frac{Wh_{10} - \Delta Wh}{W_{10} - \Delta W}$$

(2.83)

こゝで、 ΔW は 10 kg と 8.5 kg に於ける正弦波全鉄損の差を示す。(2.83) 式を変形して

$$We_{10} = (\Delta We / \Delta W) W_{10}$$

$$Wh_{10} = (\Delta Wh / \Delta W) W_{10}$$

(2.84)

上式から前記 We_{10} , Wh_{10} の点が求められる。

これ以外の範囲についても、同様な手順で We , Wh 曲線を求めることができる。

ところで、4.2.1 項の実験でいずみ率を変えても全鉄損が不変であったということは (2.40) ~ (2.42) 式が成立するというだけで、 Wh , We の関数形を具体的に決定するものではない。しかしながら、いずみ波法は (2.40) ~ (2.42) 式の関係を利用しにすぎず、関数形の決定を必要としないのである。うなみに、うず電流損 We が実効値電圧の a 乗に比例すると仮定すれば、(2.51) 式により (2.42) 式は次式のようにある程度関数形を決定することになる。

$$We = \gamma (f \cdot F \cdot B_m)^a$$

(2.85)

したがって、正弦波のうず電流損 We_s は

$$We_s = \gamma (f \cdot B_m)^a$$

(2.86)

で表わされる。こゝで、 f は基本波の周波数、 γ , a は定数である。もし $a=2$ とすると、(2.86) 式は

$$We_s = \gamma (f \cdot B_m)^2$$

(2.87)

となる。いま、基本波および n 調波の周波数を f_1 , f_n とし、その周波数における振幅 B_n の正弦波のうず電流損を $We_{s1}(B_n)$, $We_{sn}(B_n)$ と

すれば, (2.87) 式より次式の関係が成立する。

$$We_{sn}(Bn) = \pi^2 \cdot We_{s1}(Bn) \quad (2.88)$$

これによって, 任意の高調波のうず電流損は基本波のうず電流損から換算できる。

また, ひずみ波の場合には (2.85) 式より

$$We = \delta \cdot f^2 (F \cdot Bn)^2 \quad (2.89)$$

と作り, (2.8) 式および (2.88) 式より

$$\begin{aligned} We &= \delta \cdot f^2 \sum (\pi \cdot Bn)^2 \\ &= \sum \pi^2 (\delta \cdot f^2 \cdot Bn^2) \\ &= \sum \pi^2 \cdot We_{s1}(Bn) \end{aligned} \quad (2.90)$$

ここで, We_{s1} は基本波の周波数 f での正弦波のうず電流損を表わす関数形とする。(2.90) 式はひずみ波のうず電流損 We が各調波の振幅に対応するうず電流損の和の形で表わされることを示している。すなわち $n=2$ であれば, 重ねの理が成立し, ひずみ波のうず電流損は, (2.89) 式のよりにひずみ波の最大磁束密度の f 倍の振幅を有する周波数 f の正弦波の鉄損に等しいという考え方がかりでも計算できるし, また (2.90) 式のよりに各調波分のうず電流損の和の形で求められる。

次に, ひずみ波法と従来の二周波法あるいは二波形率法等との差違について考える。

ひずみ波法では (2.41), (2.42) 式の W_h , We の関数形は任意で, もちろん (2.85) 式あるいは (2.89) 式が成立しなくてはよい。

一方, 二周波法では, (2.70) 式の成立が絶対条件で, これは W_h , We の関数形をある程度規定することを意味する。ところが実験結果によれば, 前述のようにヒステリシス損が周波数の 1 乗, うず電流損が同じく 2 乗に比例するという (2.70) 式の関係は正確には成立しない。

二波形率法の場合にも (2.77) 式の成立が絶対条件であるが, (2.89) 式が示すように, これは関数形を具体的に規定することになる。これによ

る、もし鉄損が(2.59)式では表わせない場合にはこの方法は適用できない。

二周波法でうず電流損が周波数の2乗に比例するということ、または正弦波法でうず電流損が波形率の2乗に比例するということは、いずれも(2.55)式で $\alpha=2$ と置くことを意味する。 $\alpha=2$ とすれば、正弦波のうず電流損は(2.57)式から当然最大磁束密度の2乗に比例しなければならないが、必ずみ波法で分離したオI・20図(オI縮)によればそのようにはなっていない。

さらにまた、二周波法にしても正弦波法にしても前述のように相違大さな外挿が必要で、これが誤差要因となるが、必ずみ波法にはそれが無い。

直流法は、4.2.4項で述べた足裁1に述べた正しいヒステリシス損はうず電流損を与え、足裁2によるものは1サイクル当りのヒステリシス損が周波数によって変化しない場合のみ正しく鉄損を分離する。

これを要するに、必ずみ波法ではヒステリシス損はうず電流損を次のように定義することになる。

ヒステリシス損；基本波の周波数なりびに実効値電圧を一足にしている場合の全鉄損中で最大磁束密度のみによって変化する鉄損分。

うず電流損；基本波の周波数なりびに最大磁束密度を一足にしている場合の全鉄損中で実効値電圧のみによって変化する鉄損分。

必ずみ波法によって各種けい素鋼板の商用周波数における鉄損を分離した結果は既にオI縮オI・20図に示している。

(28)

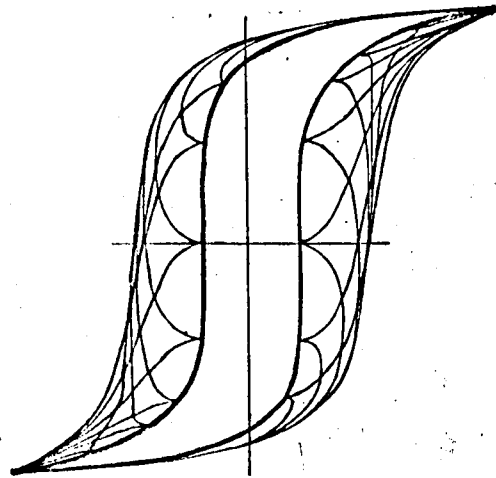
5.3 マイナーループ限界法

5.2節の必ずみ波法は、マイナーループを形成しない範囲で、特定の条件を満足する必ずみ波群の鉄損測定値を使って分離方法であったが、本節では、マイナーループ限界にある必ずみ波群の交流ヒステリシス曲線の各経線が描く図形の面積を測定することによって鉄損を分離する方法(この方法を「マイナーループ限界法」と命名する。)について検討する。

交流ヒステリシス曲線上で、マイナーループ限界点がいかにある意味をわづかにするは、すでに4.2.4項で詳説している。その結果によれば、上記

包絡線の描く図形の面積は、4.2.4項で述べた足裁タのヒステリシス損に
 対応した値を示す。レバダツマ、直流法と同様の要領で鉄損分離が可能で
 ある。

直流法が4.2.4項の足裁1によるヒステリシス損を与えるのに対し、マ
 イナーループ限界法は上述のように足裁スによる分離法であるが、商用周
 波領域では、両者はほとんど差違はない。オス41図に材質 $\rho 10$ についての
 実験結果の一例を示す。



オス41図 $\rho 10$ の60 Hz, 12.9 kVにおけるマイナ
 ーループ発生限界のヒステリシス曲線
 (太実線は直流ヒステリシス曲線を示す)

第6章 励磁電流

オI編オ々第めが本編オカス節等ミレバシバ問題にハッハ励磁インピーダンスはオIII編ミ非線形解を求めルに際シても重要ハ事項ハので、こハ一章を設けて検討スル。以下の解析では、印加電圧ハ正弦波ミ、磁力磁界を無視シハ場合を取り扱うこととする。

6.1 励磁電流と交流ヒステリシス曲線の関係

本節に於いてハ、励磁電流を調波分析シバとミに得られる各成分電流ハヒステリシス曲線を描く上で果シ役割について検討スル。

印加電圧 v とそれに対応する磁束密度 b がいずれも正弦波ミ、

$$\left. \begin{aligned} v &= V \cdot \cos \omega t \\ b &= B \cdot \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

ミ与えられると、励磁電流 i ハ一般に対称ハハずみ波ミなり、次式ミ表わされる。

$$i = \sum_{n=1,3,5,\dots} I_{rn} \cdot \cos n \omega t + \sum_{n=1,3,5,\dots} I_{on} \cdot \sin n \omega t \quad (2.92)$$

いま、ミ、

$$i_r = \sum_{n=1,3,5,\dots} I_{rn} \cdot \cos n \omega t \quad (2.93)$$

$$i_o = \sum_{n=1,3,5,\dots} I_{on} \cdot \sin n \omega t \quad (2.94)$$

$$i_{r1} = I_{r1} \cdot \cos \omega t \quad (2.95)$$

$$i_{ro} = \sum_{n=3,5,\dots} I_{rn} \cdot \cos n \omega t \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} i_g &= i_{ro} + i_o \\ &= \sum_{n=3,5,\dots} I_{rn} \cdot \cos n \omega t + \sum_{n=1,3,5,\dots} I_{on} \cdot \sin n \omega t \end{aligned} \quad (2.97)$$

とハければ、

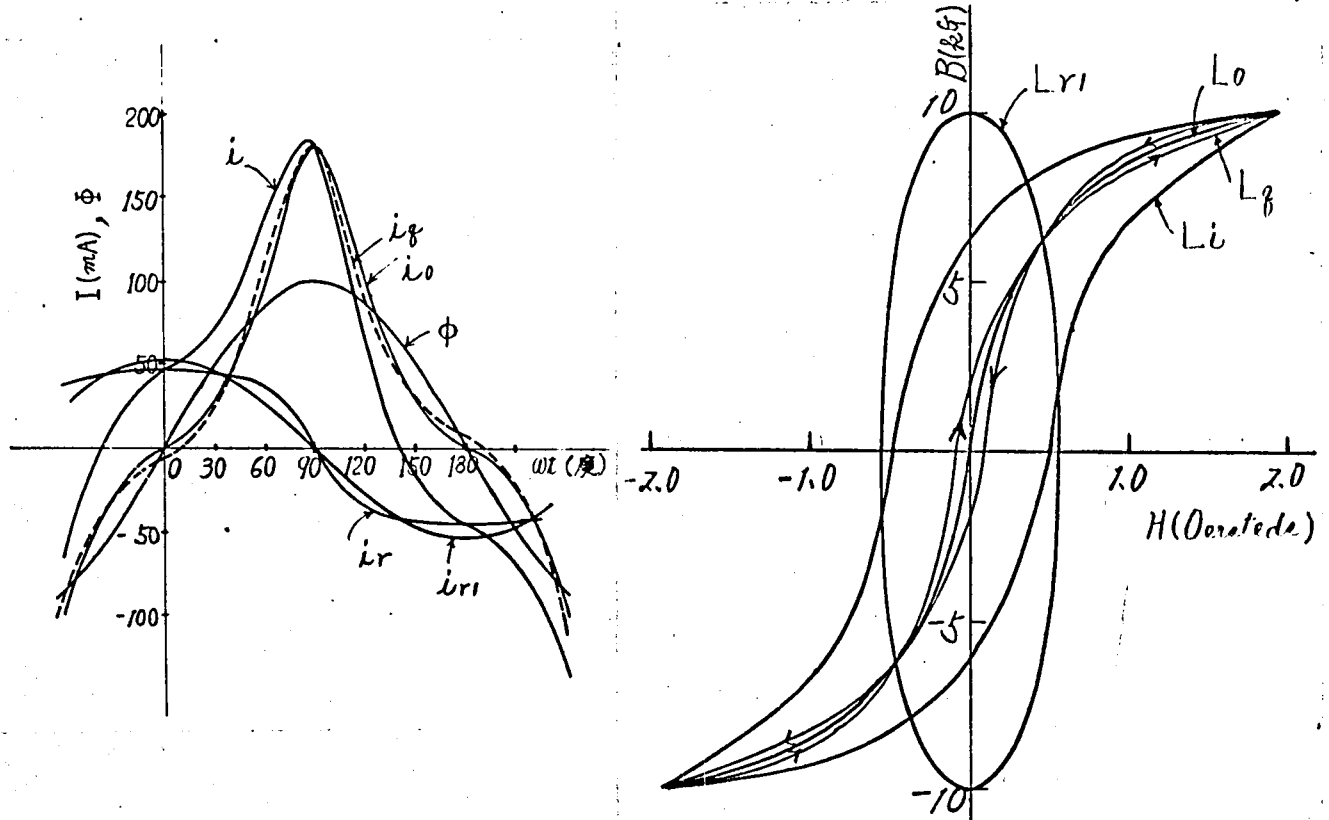
$$i = i_r + i_o \quad (2.98)$$

$$i = i_{r1} + i_q$$

(2.99)

上式で、 i_{r1} は有効分電流で、ヒステリシス損失および電流損を供給する。 i_q は無効分電流で、磁束と同相な磁化電流 i_0 と、電圧と同相な誘導以上の電流 i_{ro} からなる。

S09Fの50 Hz, 10 kgにおける励磁電流の実測例をオ2.42図に示す。



i ; 励磁電流 i_q ; 無効分電流 (点線)
 i_r ; 電圧と同相分電流 i_0 ; 磁化電流
 i_{r1} ; 有効分電流 ϕ ; 磁束 (正弦波)

オ2.42図

S09Fの50 Hz, 10 kgにおける電流波形と磁束波形

曲線 L_i ; 励磁電流 i に対応した交流ヒステリシス曲線

曲線 L_{r1} ; 有効分電流 i_{r1} に対応した交流ヒステリシス曲線

曲線 L_q ; 無効分電流 i_q に対応した交流ヒステリシス曲線

曲線 L_0 ; 磁化電流 i_0 に対応した交流ヒステリシス曲線

オ2.43図 ヒステリシス曲線

図に於いて i_r , i_{r1} , i_q , i_0 は実測励磁電流 i を調波分析し、それぞれ (2.93) ~ (2.95), (2.97) 式により再び合成した結果得られるものである。(2.93), (2.96), (2.94) 式から明らかのように、 i_{r1} ,

i_{r0} も i_o は 90° 対称派^{*} である。 i_o の最大値は磁束 ϕ の最大値と同じ瞬間に生じるが、励磁電流 i の最大値は ϕ の最大値と時間的に一致せず、その位相のずれは磁化電流 i_o に対する有効分電流 i_{r1} の割合が大きいほど大きくなる。

オ・43 図はオ・42 図に対応したヒステリシス曲線である。図に於いて、閉曲線 L_o はいわゆる交流ヒステリシス曲線であるが、曲線 L_{r1} , L_q , L_o はそれぞれ励磁電流 i の代わりに i_{r1} , i_q , i_o を磁化力に換算して描いたものである。

(2.95) 式から明らかのように、曲線 L_{r1} は交流ヒステリシス曲線 L_o と面積が等しく、かつ坐標軸を長・短軸とする楕円を形成する。曲線 L_o は交流ヒステリシス曲線 L_o の中央を結ぶ曲線と一致し、面積をもちない。なぜなら、オ・42 図を見れば明らかのように、正弦波磁束 ϕ の最大の瞬間である $\omega t = 90^\circ$ を軸として i_o は左右対称であり、一方 i_r は絶対値が等しく符号が反対になっているため、 ϕ が増加中であつても減少中であつても、ある ϕ の値に対して i_o は一つの値しかもち得ないが、 i の方は ϕ が増加中であれば i_o より $|i_r|$ より大きな値をもち、また ϕ が減少中であれば i_o より $|i_r|$ より小さな値をもつからである。

一般に、 $\omega t = 90^\circ$ の近傍では磁化電流 i_o に比べて i_{r0} が小さいため、オ・42 図が示すように無効分電流 i_q の最大値は ϕ の最大値と時間軸上でも一致する。したがって、オ・43 図の曲線 L_q の先端は丸味をもちないで、とがった形状となる。一方閉曲線 L_o は、前述のように i_o に対する i_{r1} の割合が大きい場合^{**} には、先端に丸味をもちヒステリシス曲線となる。

無効電流 i_q は鉄損を形成しないから

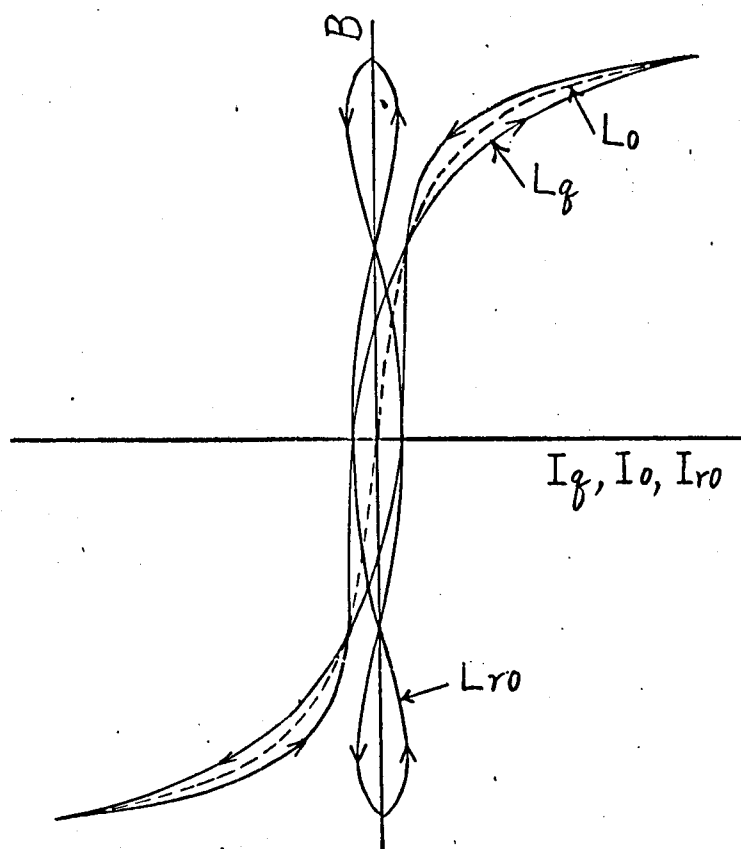
$$\oint i_q dB = 0$$

したがって、オ・43 図の閉曲線 L_q の面積は零でなければならない。

脚注 * オ・4 図参照

脚注 ** $\beta 0.9 F$ の場合には δ 附近でも丸味をみえる。

すなわち，曲線 L_g のうち反時計方向に積分される閉曲線の囲む面積は時計方向に積分される閉曲線の囲む面積に等しくなる。曲線 L_g の中央を通る曲線は曲線 L_0 と一致する。

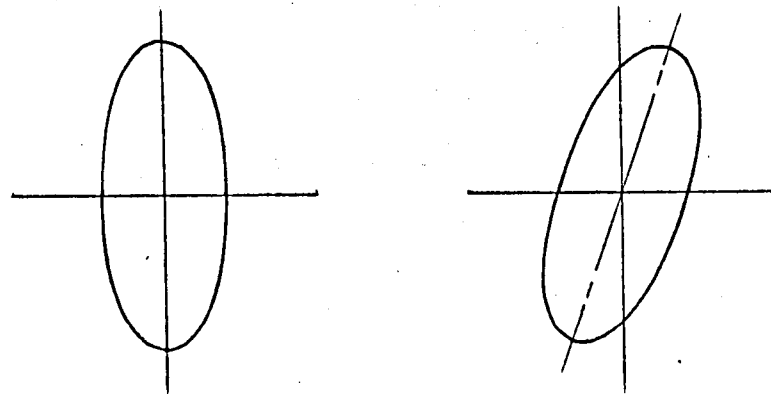


オ 2-44 図 S_{10} の 60 Hz, 10 kVA における L_g , L_0 , L_{ro} 曲線

オ 2-44 図は S_{10} の 60 Hz, 10 kVA における実測例で，図の曲線 L_g , L_0 はそれぞれオ 2-43 図の各曲線に対応する。図中の矢印は時間的経過方向を示す。曲線 L_{ro} は横軸を i_{ro} にとり，図中 i_{ro} 中のオ 3 調波は基本波と同位相 ($I_{r3}/I_{r1} < 0$) で，かつ他の高調波よりかなり多量に含み得ることがわかる。なぜなら，オ 2-44 図に於いて曲線 L_{ro} は縦軸と必ずで交差しているが，もし高次高調波の含有量が多ければ，縦軸との交点はさらに多くなるはずである。(2-91')，(2-96) 式より曲線 L_{ro} は座標軸に関して上下・左右ともに対称な図形になることがわかる。 i_{ro} は損失を生じない電流であるから，閉曲線 L_{ro} の面積の総和は零である。すなわち， i_{ro} は i_0 に比して小さいので，励磁電流は磁化電流 i_0 に鉄損電流 i_{r1} を加

えはものゝ近似である。けい素鋼板に継ぎ目があると、継ぎ目に要する磁化電流のため i_0 の基本成分が増加するのでこの近似度はさうに向上する。

印加電圧が (2.91) 式で与えられるとき、励磁電流 i が磁化電流 i_0 のみからなると仮定すれば、ヒステリシス曲線はオズ・43 図の曲線 1.0 のような 1 本の飽和曲線となり、励磁電流の各調波分は磁束と同位相または進位相に入り、他の位相角はとり得ない。また、励磁電流が鉄損電流 i_{r1} のみからなると仮定すれば、ヒステリシス曲線はオズ・45 図 (a) のように座標軸を長軸・短軸とする楕円となる。励磁電流が鉄損電流 i_{r1} と (2.94) 式の磁化電流 i_0 の基本成分のみからなると仮定すれば、ヒステリシス曲線はオズ・45 図 (b) のように右に回転した楕円となる。すなわち、励磁電流の高調波分を無視した線形回路のヒステリシス曲線は傾斜楕円になる。ヒステリシス曲線が楕円で表わされる場合には、その鉄損は最大磁束密度の二乗に比例することが証明できる。



(a) 励磁電流が鉄損電流のみからなると仮定した場合

(b) 励磁電流が鉄損電流と線形磁化電流のみからなると仮定した場合

オズ・45 図 特別な場合のヒステリシス曲線

6.2 磁化曲線とヒステリシス曲線の関係

磁化曲線は一般に次のように定義されている。(21)

「資料を消磁したのち、直流磁化力または交流最大磁化力を零から増加さ

せるとき，直流磁束密度 B には交流最大磁束密度が示す曲線を磁化曲線という。

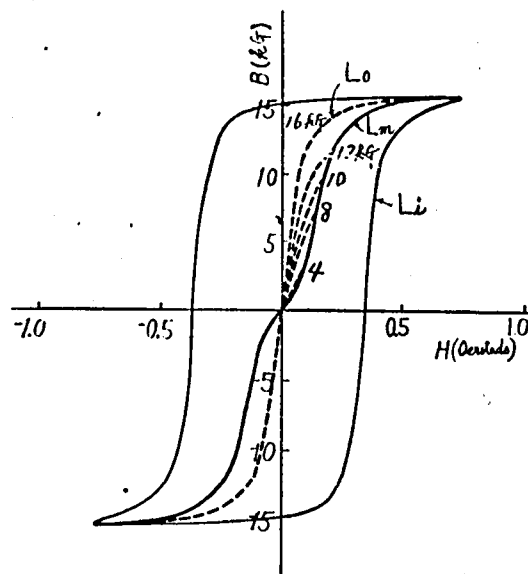
このように磁化曲線の定義は二種類あり，一般に両者は一致すると考えられているが，厳密にこれが成立するかどうかを考えてみる。

まず，交流ヒステリシス曲線上で磁束密度が最大になる瞬間には (2.91)，(2.93) 式より $i_r = 0$ であるから

$$i = i_g = i_0$$

すなわち，この瞬間の電流中には鉄損電流は含まれず，電流は磁化電流 i_0 のみとなる。したがって，同じ磁束密度における交流と直流の磁化電流 i_0 が等しい場合ばかりで交流磁化曲線は直流磁化曲線に一致する。換言すれば，交流ヒステリシス曲線の中点を結ぶ曲線（オ 2.43 図の曲線 L_0 ）が直流ヒステリシス曲線のそれと一致する場合には，交流磁化曲線は直流磁化曲線と一致する。実験の結果によれば，高周波領域においては両者は一致しない。これについては次節でさらに検討する。

次に，前節オ 2.43 図の曲線 L_0 と磁化曲線の関係について検討する。



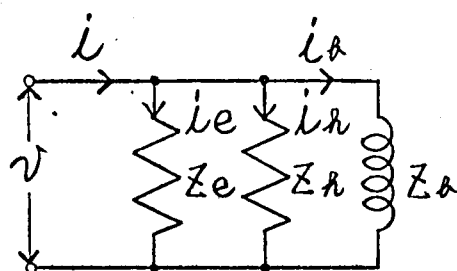
オ 2.46 図 磁化曲線とヒステリシス曲線の関係

オ 2.46 図に H 10 の 50 Hz における交流磁化曲線 L_m と，最大磁束密度 16 kg の場合の交流ヒステリシス曲線 L_i ならびにその中点を結んだ曲線 L_0

(点線)の測定結果の一例を示す。曲線 L_0 については最大磁束密度が 12, 10, 8, 4 などの場合も図示して。図からわかるように曲線 L_0 と磁化曲線 L_m は一致せず、一般に L_0 は L_m より内側に存在し、最大磁束密度が高くなるほどその傾向がより顕著になる。この図からわかるように、磁化曲線は最大磁束密度に関係なく一本の曲線となるのに対し、ヒステリシス曲線の中点を結ぶ曲線 L_0 は無数に存在し、最大磁束密度の関数となる。

6.3 励磁電流の等価回路

本研究の対象である鉄心内の磁束分布を決定する磁化曲線、すなわちオ・ス・43 図あるいはオ・46 図のどの曲線をとるべきかを検討する。



i ; 励磁電流
 i_h ; ヒステリシス損失電流
 i_e ; うず電流損失電流
 i_m ; 純磁化電流

オ・47 図 もりリアクタンスならびに巻線抵抗を無視して
 単相変圧器の励磁電流等価回路

オ・47 図は励磁インピーダンスの等価回路で、 i_h , Z_h はヒステリシス損失、 i_e , Z_e はうず電流損失、 i_m , Z_m は上記 $f(B)$ に対応して電流 i_m が等価インピーダンスを示す。そうすると励磁電流 i は

$$i = i_h + i_e + i_m \quad (2.100)$$

で与えられるが、いま

$$i_h = \sum_{n=1,3,5,\dots} I_{hn} \cdot \cos n \omega t \quad (2.101)$$

$$i_e = \sum_{n=1,3,5,\dots} I_{en} \cdot \cos n \omega t \quad (2.102)$$

とすれば、次式が成立する。

$$I_{r1} = I_{a1} + I_{e1} \quad (2.103)$$

$$i_g = \sum_{n=3,5,\dots} (I_{an} + I_{en}) \cos \pi \omega t + i_h \quad (2.104)$$

(2.101), (2.102) 式はオズ47 図の等価インピーダンス Z_n , Z_e が非線形抵抗のみからなることを示しているが, 次にこの表現の妥当性について検討する。

まず, i_h について考える。直流ヒステリシス曲線から直流の場合の電流波形を求め, それを調波分析してその余弦項をとれば (2.101) 式の各調波分振幅 I_{an} が求まる。オズ10表はこのような方法で求めた (2.101) 式の高調波含有率の計算例である。低磁束密度においては i_h 中にほとんど高調波を含まないので, Z_n は線形抵抗と考えられるが, 高磁束密度になるとかなりの高調波を含み, Z_n が非線形抵抗であることを示している。したがって, ヒステリシス損失電流 i_h の一般式として (2.101) 式のように高調波項を含む表現形式が妥当である。

オズ10表 509Fの直流ヒステリシス曲線から求めた
ヒステリシス損失電流の高調波含有率

最大磁束密度 (kg)	5	10
$I_{a3}/I_{a1} (\%)^*$	^{**} -2.21	^{**} -29.37
I_{a5}/I_{a1}	-3.20	6.12
I_{a7}/I_{a1}	2.13	-0.69
I_{a9}/I_{a1}	-1.61	-0.96

* (2.101)式参照。

** 負号は高調波が基本波と同位相に入ること示す。

商用周波数の交流磁束によるヒステリシス損失は4.2節で述べたように直流の場合とほとんど同じである。したがって商用周波領域においても, Z_n は非線形純抵抗と考えられる。

次に, 電流損失電流 i_e について考える。その前に i_h は何かにつ

いて明確にしておく必要がある。本節のはじめに i_m は $f(B)$ に対応する電流と定義した。ところがオ・ノ 表を求める際には、 i_m は直流励磁電流の正弦波項と考えた。もし、 i_m にインダクタンス分を含めばこの二つの定義は同一でなくなる。ヒステリシス損失インピーダンス Z_e 中にインダクタンス分を含むかどうかは多少問題があるが、現象の本質から考えればインダクタンス分を含まないものとする。そして、以後この i_m を純磁化電流と呼び、(2.94) 式の磁化電流 i_0 と区別する。そのように考えると、 i_m は直流ヒステリシス曲線の中央を結ぶ曲線に対応する電流になる。もし、 Z_e 中にもインダクタンス分が存在しなければ、 i_0 と i_m が等しくなることはもううんである。

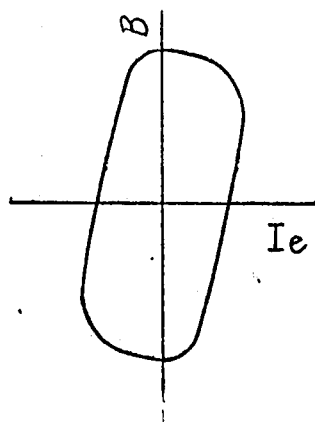
i_e が (2.102) 式で表わせるか否かは印加電圧の周波数を変えて励磁電流を測定すればわかる。もし、 i_m , Z_e が周波数によって変化しなければ、交流励磁電流から前記直流励磁電流を差し引いたものは i_e になる。商用周波近傍での実測励磁電流を調波分析した結果によれば、正弦項は直流磁化電流の調波分析結果とほとんど一致した。余弦項の高調波についても同様であった。この事実から、うず電流損失電流 i_e 中にはほとんど高調波が存在しないことが判明した。すなわち、商用周波の近傍では Z_e は線形抵抗であることが知られる。したがって、 $i_0 = i_m$ となり、低周波の交流ヒステリシス曲線の中央を結ぶオ・ノ 43 図の曲線 i_0 は直流ヒステリシス曲線の中央を結ぶ曲線と一致する。よって、(2.102) 式は

$$i_e = I_{e1} \cdot \cos \omega t \quad (2.105)$$

と表現されなければならない。

周波数が高くなると、横軸を i_e にとったヒステリシス曲線はオ・ノ 48 図のように右に傾斜したような形状となる。これは Z_e 中にインダクタンス分が入り i_e に時間遅れを生ずるとともに、抵抗分も非線形となつて高調波電流を含むためである。したがって高周波領域においては、 i_e

脚注 * 4.2.4 項の実験の結果、マイトループ限界の包絡線が直流ヒステリシス曲線と一致していることは、 i_m , Z_e が周波数によって変化しないことを意味している。

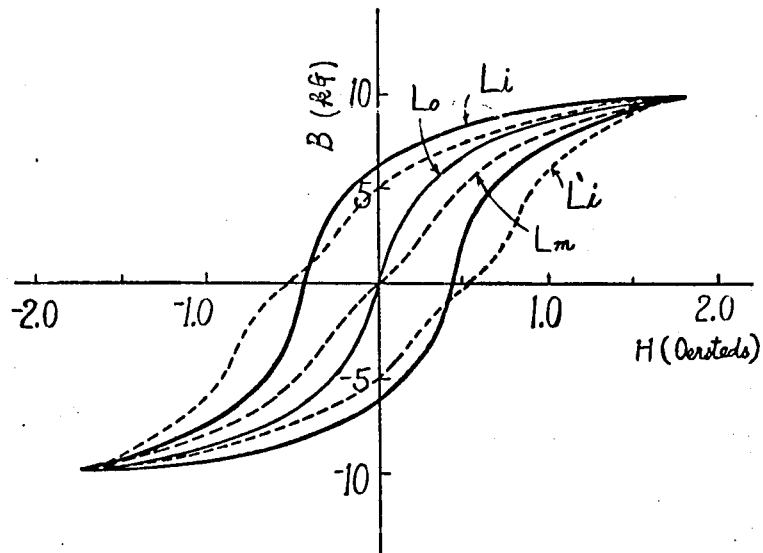


オ2.48図 高周波における交流のヒステリシス曲線

は(2.102)式では表わせず、正弦項も入るようになる。 i_e に正弦項が入るようになる、(2.94)式の i_0 は i_e の一部と純磁化電流 i_m からなり、周波数によって i_0 が変化するので、前節で述べたように直流磁化曲線と交流磁化曲線が一致しなくなる。

以上の結果より、磁束分布を決定する磁化曲線としては、直流ヒステリシス曲線の中央を結んだ曲線を使用するのが妥当と思われる。ところがこの曲線は最大磁束密度によって変化するので、これをオI編(1.9)式のよりに磁束密度の瞬時値のみの関数として表わすことは不可能である。逆に最大磁束密度はこの磁化曲線の関数形 $f(h)$ が与えられなければ求まらない。そこで、やむなくオIII編においては直流磁化曲線を $f(h)$ として磁束分布の計算に使用したが、そのためにオIII編5.4(ii)項で述べるような問題が生じた。

オ2.49図で、実線 L_0 は509Fの50Hz、10kVにおける交流ヒステリシス曲線を、点線 L_m (点線)は直流磁化曲線を示す。曲線 L_0 (点線)は、この L_m に対応した電流に鉄損から計算した有効分電流 i_{r1} を重ねて合成したヒステリシス曲線である。この図から、磁束分布を決定する磁化曲線として曲線 L_m を使用するとかかりの誤差を生ずることが推定される。なお前述のように、磁化曲線として曲線 L_0 を使用し、励磁電流を(2.94)、(2.95)式の i_0 と i_{r1} の和で近似した場合の誤差



曲線 L_i ; 交流ヒステリシス曲線
 曲線 L'_i ; 合成ヒステリシス曲線
 曲線 L_0 ; 曲線 L_i の中央を結んで曲線
 曲線 L_m ; 直流磁化曲線

オ 2.49 図 509F の 50 Hz, 10 kG におけるヒステリシス曲線

はまんざである。オ I 編 (1.114) 式はこの考えにより i_{ro} を省略したものである。

結 言

本研究によつて、変圧器鉄心中に必ずみ波磁束が存在する場合、特にマイナーループをもちつてゐる場合の鉄損の算定が可能になつた。また、必ずみ波の数学的解析により、その一般的性質を明確にすることができた。なほ、波形率と必ずみ率の關係は鉄損の問題に限らず、電気工学全分野に利用できる。

必ずみ波の各調波の振幅・位相角と最大磁束密度、平均値電圧、波形率、マイナーループの振幅・その発生高さ等との定性的、ならびに定量的關係が明らかにされたので、希望する実験条件（たとえば、マイナーループの振幅を一定にして、その発生高さのみを変化させる）に適して任意の必ずみ波を合成することが可能になつたのみならず、パラメータを変化した場合にヒステリシス損、うず電流損等がどのように変化するかを定性的に説明することも可能になつた。

マイナーループの発生限界を明らかにしたることによつて、鉄損測定時の波形率の許容限界が明確にされた。すなわち、才₃、才₅、才₉の単一高調波が混入した場合、波形率がそれぞれ 1.179、1.180、1.182 以上になると、高調波の位相角によつては従来の波形必ずみ補正法が適用できなくなる可能性があることがわかつた。うなみに、従来の波形率と必ずみ率の關係、およびこれらとマイナーループ限界の關係が明らかになつたため、鉄損測定時の波形必ずみの許容限界が^{(11), (16)}あいまいであつた。なほ、正弦波と同じ波形率を示す必ずみ波も存在するという事実は、電気機器の特性測定時の波形を規定する規格類の表現を再検討すべき重要な事柄である。その他に、平均値電圧計で最大磁束密度を測定できるのはマイナーループの存在しない範囲内に限られること、また、1組のマイナーループが存在する場合の平均値電圧計の指示値が何を意味するかも明確にされた。

マイナーループについては、必ずみ率または位相角を変化させる場合のマイナーループの大きさ、発生高さ等の値について一定の法則を与へた。また、必ずみ波のヒステリシス曲線と直流あるいは正弦波のヒステリシス

曲線との関係を考える場合には、材質、磁束密度に影響されない電圧—磁束密度曲線を検討することを推奨した。

商用周波領域では、ひずみ波鉄損が(2.40)～(2.42)式で表示できることを実験的に確認し、これらの式とひずみ波の解析結果を利用して、ひずみ波鉄損の一般的傾向を明らかにした。その結果、ひずみ波の性質を積極的に利用して鉄損分離を行ない「ひずみ波法」を開発した。

交流磁化特性の記録からひずみ波のヒステリシス曲線の形状を検討した結果、マイナーループ限界点の包絡線が直流ヒステリシスループに一致することを利用して「マイナーループ限界法」と称する別の分離法も開発した。すなわち、マイナーループを含むひずみ波の実験結果から、ひずみ波の鉄損を推定する方法を見出した。

オIII編 非線形特性を考慮した三相内鉄型鉄心変圧器の磁気特性

概 説

オIII編では、オI編の線形解に対応した非線形解について検討する。

オI章においては、基礎方程式を解く際に必要は磁化曲線の近似式を求めた。オ9調波磁束の含有率を知ってゆく必要から、オ2章の計算に使用する磁化曲線の近似式は9次の項までを含む多項式か、あるいは指数関数表示をとった。また、磁化曲線の形状と磁化電流波形との関係を探る。すなわち、種々の磁化曲線を想定してそれに対応した磁化電流を調波分析し、磁化曲線の形状と磁化電流中の高調波含有率の関係等を検討した。さらに、非線形解を求める際にしばしば利用する磁化曲線の2, 3の基本的性質について述べた。

オ2章においては、オI編で導出した基礎方程式群に上記磁化曲線の近似式を代入して非線形連立方程式を解く手順を示した。非線形数値解所際には筆者等によって開発された「1/2収束法」を利用した。C形鉄心とR形鉄心では解法が異なるが、たとえば、R3形とR6形というように同じグループの鉄心は同様の手順で解けることも説明した。

オ3章においては、磁束密度を表現する方法として「磁束密度ベクトル平面」を考え、磁束密度をベクトル表示することを提案した。この表示法によると各調波間の関係等磁束密度の特性を容易に知ることが出来る。そればかりでなく、これらの性質を利用して各磁路の磁束密度の大概を推定することも可能である。

オ4章においては、各磁路の磁束密度波形を求め、これを調波分析した。計算結果は上記ベクトル表示法で示し、脚磁束密度と各磁路の磁束密度の振幅および位相との関係や、材質、鉄心構造、寸法等による影響を明らかにした。また、これらの値と、オII編で提案した磁束密度の計算式を利用して鉄損を求めた。鉄損はR形鉄心を基準にとって表示し、各種式の鉄損比較も行なった。

半と半に於いては、以上の計算結果を実証するためにモデル鉄心による実験的検討を行なった。モデル鉄心の材質はS10で、標準的寸法の鉄心を縮小して各形式のものを製作した。これらのモデルについて、印加電圧を変えて各磁路の磁束波形、誘起電圧波形をX-Yレコーダで記録し、これを計算機により調波解析し、理論値と比較した。また、同時に鉄損の測定も行なった。

第1章 磁化曲線

磁化曲線についてはすでに第5編6章で一部論じられ、磁化曲線の形状は鉄心中の各磁路の磁束能分を決定する重要な要素である。そこで本章においては、まず実際の変圧器鉄心に使用されている各種けい素鋼板の磁化曲線の近似式について述べ、次に、磁化曲線の形状と磁化電流中の高調波の含有率等らびに位相の関係等について考察する。

以下の解析では、印加電圧を正弦波とし、巻線の抵抗および漏れ磁束を無視した。また、磁化曲線の定義は磁性材料専門委員会の決定に従った⁽²¹⁾。

1.1 磁化曲線の近似式

変圧器鉄心内の磁束分布を定量的に論ずるためには、磁化曲線を適当な数式で表わしておく必要がある。そこで、本節では次に述べる理由から材質 S09F、S10 および G10 について磁化曲線の近似式を求める。

数年前までは、変圧器鉄心には S09F 程度のグレードの熱間圧延無方向性けい素鋼板が盛んに使われていたが、最近では、冷間圧延方向性けい素鋼板が使用されるようになった。ほかでも大形変圧器には G10 級程度の低損失の材料が使用されている。本編第4章で、材料の磁気特性の相違が変圧器鉄心としての特性に与える影響を検討しているが、その比較対象として S09F と G10 の材質を選んだ。このすることによって、以前製造された変圧器と最近の変圧器の特性を比較することも可能である。方向性けい素鋼板は焼鈍条件によって特性が変化し、また鉄心の四隅の接合方法によっても特性に差が生じるので、実験的検討を行ったり材質とすることは不適当である。そこで、第5章の実験に用いたモデル鉄心の材質として、現在 S09F 級の熱間圧延無方向性けい素鋼板に代わる材料として製造されている冷間圧延無方向性けい素鋼板 S10 を使用した。以上の次第で、本節においては S09F、S10、G10 の材質に対する磁化曲線の近似式を求める。

磁化曲線の近似式については、古くから各種の表現形式が提案されてお^{(105)~(37)}り、それらは一長一短があって、検討対象、解析方法に応じて最も適

当の表現形式が選ばれる。本研究のように検討対象が定常状態における変圧路鉄心内の磁束分布の計算であり，主としてその解析方法として針状磁石計算機による数値解析法をとる場合には，多項式近似主にはこれと指数関数表との併用が適当である。多項式の最高次数は，次の理由から9次までとした。研究対象の鉄心について実験した各磁路磁束波形の調波分析結果によれば，オ9調波をかなり含む場合もあることがわかった。ところが次節で述べるように，オ9調波磁束まで計算するためには9次の項までとる必要がある。

(38)

各材質の近似式を(3.1)～(3.3)式に，主としてその磁化曲線をオ3.1図(次頁)に示す。

(i) S09Fの場合

$$B < 15 \text{ (kg)}$$

$$H = 0.122132B - 0.337374 \times 10^{-2}B^3 + 0.108041 \times 10^{-3}B^5 - 0.119205 \times 10^{-5}B^7 + 0.490959 \times 10^{-8}B^9 \quad (\text{Oersteds}) \quad (3.1)$$

(ii) S10の場合

$$B \leq 9 \text{ (kg)}$$

$$H = 0.166222B - 0.9398376 \times 10^{-2}B^3 + 0.3243412 \times 10^{-3}B^5 - 0.4528608 \times 10^{-5}B^7 + 0.2352375 \times 10^{-7}B^9 \quad (\text{Oersteds})$$

$$9 < B < 15 \text{ (kg)} \quad (3.2)$$

$$H = 10^{(B-8.522813)/4.924018} \quad (\text{Oersteds})$$

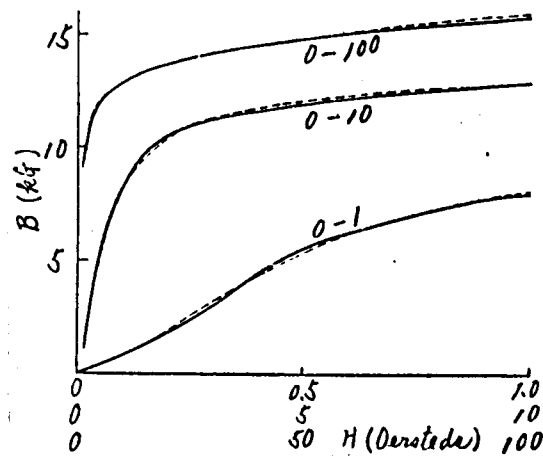
(iii) G10の場合

$$B \leq 0.75 \text{ (kg)}$$

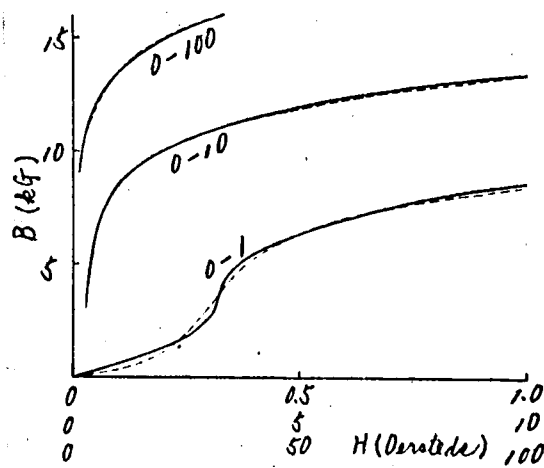
$$H = 0.048B \quad (\text{Oersteds})$$

$$0.75 < B \leq 10 \text{ (kg)}$$

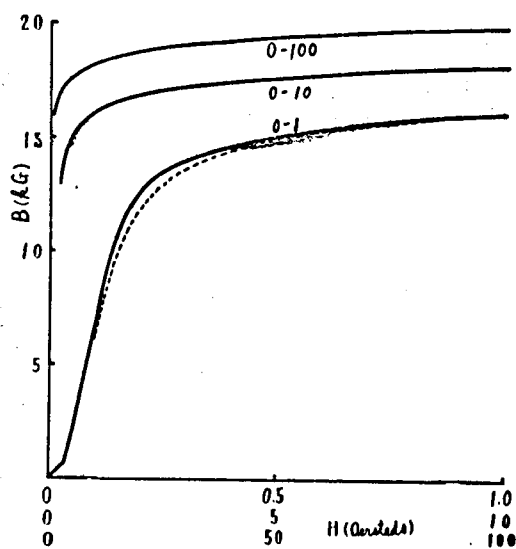
$$H = 0.02813514 + 0.010486486B \quad (\text{Oersteds}) \quad (3.3)$$



(a) S09F



(b) S10



(c) G10

実線：近似曲線

点線：実測曲線

オ 3・1 図 ケイ素鋼板の磁化曲線
(厚さ 0.35 mm, 縦目)

$$10 < B \leq 16 \text{ (kG)}$$

$$H = -0.157592 \times 10^{-1} B + 0.626170 \times 10^{-3} B^3 - 0.422639 \times 10^{-5} B^5 \\ + 0.719674 \times 10^{-7} B^7 + 0.150930 \times 10^{-9} B^9 \quad (\text{Oerstedes}) \quad (3.3)$$

$$16 < B < 20 \text{ (kG)}$$

$$H = 0.85 - 0.4861421 \{1 - e^{1.329(B-16)}\} \quad (\text{Oerstedes})$$

これらの逆似式の各係数は、計算機を用いて計算したもののなかから取り
逆似度が高いと思われる値を選ばしめた。オ・1図で点線は実測磁化曲線
を、また実線は(3.1) ~ (3.3)式で表わされる曲線を示しているが、
両者はきわめてよく一致している。

1.2 磁化曲線と磁化電流の関係

磁化曲線を(3.1)式のよりにべき級数で表わした場合、それから得られ
る磁化電流中には、べき級数の最高次数以上の高調波は含まれない。その
理由を以下に説明する。

磁化電流は磁化力と正比例関係にあるから、磁化曲線の逆似式を次
のように n 次のべき級数で表わす。

$$i = a_1 \cdot h + a_3 \cdot h^3 + \dots + a_n \cdot h^n \quad (3.4)$$

よに、磁束密度は正弦波とし、次式で表わす。

$$h = 2 B_0 \sin \omega t = B_0 (\varepsilon^{j\omega t} - \varepsilon^{-j\omega t}) / j \quad (3.5)$$

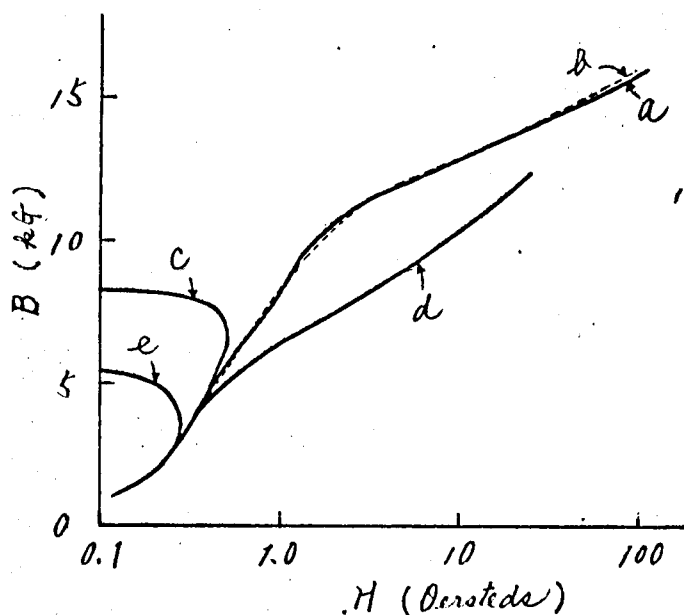
これを(3.4)式に代入して整理すると

$$i = \left\{ 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n-1)/2} \cdot {}_n C_{(n-1)/2} \cdot a_n \cdot B_0^n / j^{n-1} \right\} \sin \omega t \\ + \left\{ 2 \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^{(n-3)/2} \cdot {}_n C_{(n-3)/2} \cdot a_n \cdot B_0^n / j^{n-1} \right\} \sin 3\omega t + \dots \\ + (2 a_n \cdot B_0^n / j^{n-1}) \sin n\omega t \quad (3.6)$$

(3.6)式をみると磁化電流の基本成分には(3.4)式の係数 a_1, a_3, \dots, a_n
のすべてを含んでいる。すなわち、磁化電流の基本成分の振幅には磁

化曲線の才九次の項も影響していることがわかる。また、磁化電流の才九
調波分の振幅には磁化曲線の才九次の項のみが影響していないことがわかる。
そして磁化電流の高調波の最高次数は(3.4)式の最高次数に一致している。

実際の磁化電流中には奇数次の高調波が無限に存在するから、これを忠
実に表わすためには無限級数の磁化曲線を用いる必要があるが、高次の高
調波の含有量はさう低くならず、これを無視して差しつかえない。(3.1)
式を例にとり、磁化曲線の形状に与える高次の項の影響を検討してみる。
すなわち、(3.1)式の9次の項を無視した場合、他の係数はそのまま、使う
ことができるかどうかを検討する。才3.2図の曲線(a)は(3.1)式を、
点線は509Fの実測磁化曲線を示す。才3.2図の曲線(c), (d),
(e)は(3.1)式のそれぞれ7次, 5次, 3次の項までをとった曲線であ
る。図から最高次数の9次の項でも、かなり低磁束密度まで曲線の形状に
大きく影響していることがわかる。もう一方、近似式の次数が低くれば
なるほど、さうに低磁束密度の部分まで曲線の形状が変化する。さうな
ら、ベテ級数近似式を用いる場合、その最高次数は解明せんとする現象の
最大高調波の次数から決定してもよいが、(3.4)式の係数 a_1, a_2, \dots 等
は一定値でなく、次数 n によつて変更しなければならぬことがわかる。



曲線a: (3.1)式の曲線
曲線b: 実測曲線
曲線c: (3.1)式で7次の項までとった曲線
曲線d: (3.1)式で5次の項までとった曲線
曲線e: (3.1)式で3次の項までとった曲線

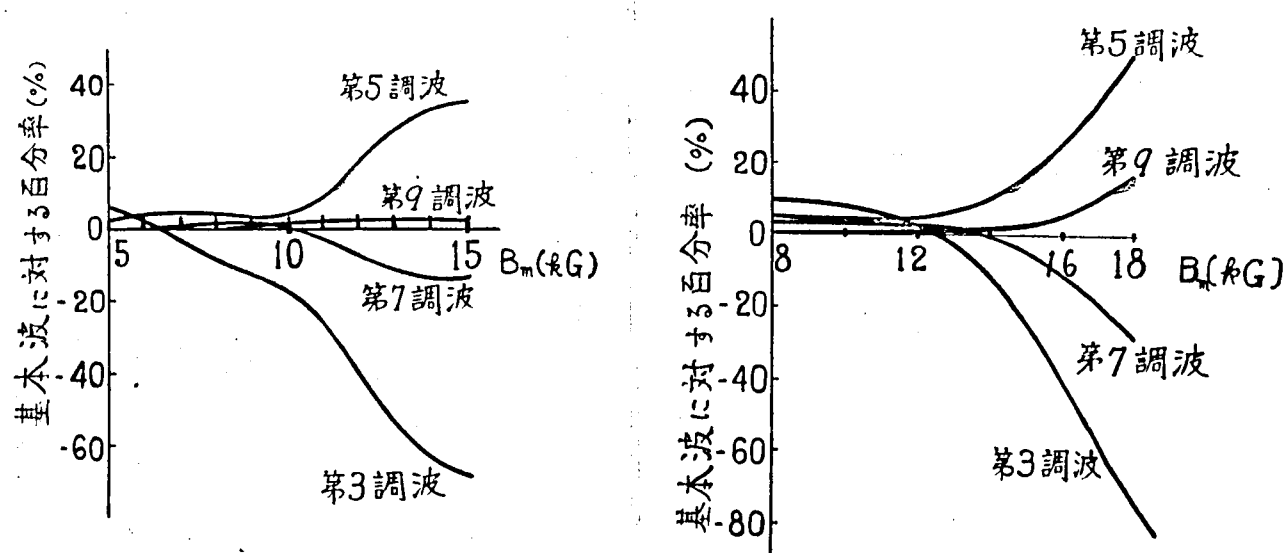
才3.2図 509Fの磁化曲線の近似式

磁化曲線が(3.4)式のように一本の飽和曲線で表わされる場合には、磁化電流の各調波は磁束と同位相または逆位相に入るだけで、その中間の位相はとり得ないことを(3.6)式は示している。このことについてさらに詳しく検討する。

磁束が正弦波の場合に磁化曲線から得られる磁化電流波形を

$$i = I_1 \cdot \sin \omega t + I_3 \cdot \sin 3\omega t + I_5 \cdot \sin 5\omega t + \dots \quad (3.7)$$

とすれば、 I_1, I_3, \dots は(3.6)式に示すように計算によって求められる。



(a) 509Fの場合

(b) G10の場合

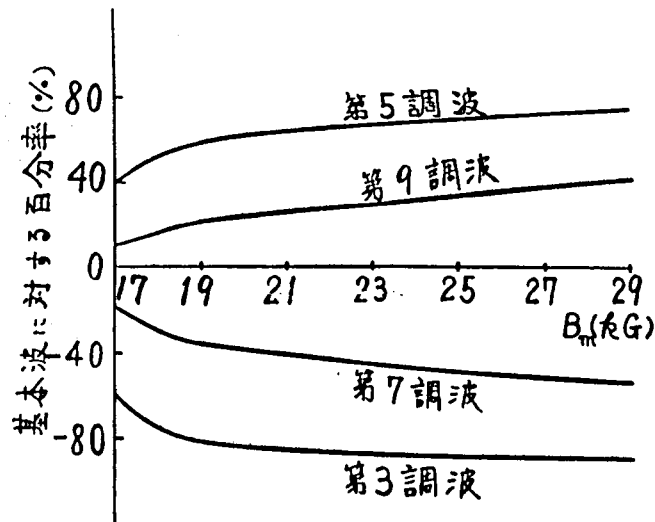
才3.3図 磁化電流中の高調波含有率

才3.3図は最大磁束密度 B_m の正弦波を加えた場合の磁化電流中の各調波の振幅を基本波に対する百分率で示す。図から、高磁束密度では I_3, I_7, \dots 等(2.16)式を満足する系列の高調波の符号は負で、 I_1, I_5, \dots 等(2.19)式を満足する系列の高調波の符号は正になることがわかる。このことは、高磁束密度になると磁化電流波形が尖頭波形になることを意味している。しかたがた、このような符号関係はすべての磁束密度にわたって成立するのではなく、たとえば才3調波は509Fの場合には6.4 kG、G10の場合には12.5 kG以下では正に入る。一般に、含有高調波の割合は才3調波分が非常に大きいので、才3調波分が零になる上記磁束密度に於

いて磁化電流の含有率は最小となる。

(33)

常用磁束密度においては、一般の文献に示されているように、(2.16)式を満足する系列の高調波分の磁化電流は基本波磁化電流と逆位相に入り、(2.19)式を満足する系列の高調波分は同相に入る。



オ3.4図 G10の高磁束密度における磁化電流中の高調波含有率

オ3.4図は高磁束密度における高調波含有率の一例である。高磁束密度に行くと各調波の含有率の増加は飽和する傾向に行なうが、ある磁束密度以上に行なえば含有率が減少するという説⁽⁴⁰⁾は誤りであることがわかる。

磁化電流の特性が磁化曲線の形状と具体的にどのような結びつきをなしているか、たとえば磁化曲線のどの部分の形状がオ3調波電流を増加させる働きをなしているかという問題については別の機会に検討するとし、ここではG10のように方形に近い磁化曲線の方が、509Fよりも高調波バリエーションを指摘するにとどめる。このことはオ3.3図より理解できる。

1.3 磁化曲線の性質

オ2章で波形解析を行なう際に、磁化曲線の性質をいかに利用するので、本節ではそれについて述べる。

いま、磁化特性を

$$H = f(B)$$

(3.8)

とすれば、関数 $f(B)$ は単調増加奇関数で

$$f(-B) = -f(B) \quad (3.9)$$

よに、磁束密度が B_0 から ΔB だけ変化すると

$$f(B_0 + \Delta B) = f(B_0) + g_0(\Delta B) \quad (3.10)$$

$g_0(\Delta B)$ の関数形は B_0 の値で変化するが、 $g_0(\Delta B)$ は必ず ΔB と同符号をもち、単調増加関数である。磁化特性が線形の場合には次式が成立する。

$$g_0(\Delta B) = f(\Delta B) \quad (3.11)$$

磁化曲線が (3.9) 式の特性をもち、印加電圧が正弦波であれば、励磁電流は (3.7) 式のように奇数調波のみからなる対称な正弦波となる。

第2章 電子計算機による磁路磁束波形の数値解析法

磁路が複雑になると線形解を求めるのが相当骨が折れる。まして非線形の場合には計算機による数値解析を行わなければ解析はほとんど不可能である。そこで、本章では計算機による数値解析法について述べる。

検討対象に選んだ鉄心構造はオノ編と同じであるが、R形系列の鉄心とC形系列の鉄心はそれぞれ同様の手法で解けるので、本章では代表例として、それぞれひとつ複雑なC20形とR6形の2例について解の手順を説明する。

オノ編で検討した各形式の鉄心においては、線間電圧が対称三相交流であれば、人-人結線時でも脚に加わる電圧がほぼ対称三相になることを証明できる^{*}。それゆえに脚の印加電圧 \dot{E}_u を基準ベクトルにとれば、各脚の磁束の瞬時値 ϕ_u, ϕ_v, ϕ_w はオノ編の(1.64), (1.66)式で与えられる。

鉄心寸法より各脚の最大磁束密度 B_m が与えられると、(1.64), (1.66)式の ωt を1とえば1づつ増して、オノ編の(1.56)~(1.55)式あるいは(1.56)~(1.62)式を解けば各磁路の磁束密度 ϕ_{u1}, ϕ_{u2} 等の波形が求まる。これを調波分析するとともに、最大値、実効値、波形率、歪み率、マイナーループの振幅、位置等も計算した。

2.1 C形鉄心の解法

C20形鉄心を例に、この系列の鉄心の解法を述べる。この形の鉄心においては後述の理由から $\omega t = 30^\circ \sim 120^\circ$ ^{***} の範囲を1ごと^{***}に計算した。この90°の区間について各磁路の磁束波形を求めれば、その他の角度に与える値は、回路の対称性から鉄心の左半面の磁路磁束と右半面の磁路磁束を置換することにより求められる^{**}。すなわち、鉄心の左半面の磁路磁束密度を $\phi_l(\omega t)$ と、またそれに対応して右半面の磁路磁束密度を $\phi_r(\omega t)$ とする。

脚注 * 付録3.3参照

脚注 ** オノ1節参照

脚注 *** ωt の計算間隔をあまり小さくすると計算時間が増えるし、またあまり大きくすると波形が正確に求まらないばかりか、収束時間もかえって長くなるので1ごとにとった。

で代表して表わせば、両者の間には次の関係式が成立する。

$$h_l(wt) = h_r(240 - wt) = -h_r(60 - wt) \quad (3.12)$$

たとえば、 h_{u1} , h_{w2} の波形が $wt = 30^\circ \sim 120^\circ$ の範囲について算定されておれば、 $wt = 121^\circ$ における h_{u1} の値は $wt = 119^\circ$ における h_{w2} の値に等しい。このような置換操作を行なうことにより計算時間を約半分に短縮できる。なお、 h_{u1} および h_{w2n} については対応する磁路がないので、これは (1.42) 式あるいは (1.43) 式から計算する。

はじめに、 $wt = 30^\circ$ における h_{u1} の値を仮定する。 $wt = 30^\circ$ の時 $h_{u1} = -0.8 Bu$ であることが線形解の結果から推定されるので、 $h_{u1} = -0.8 Bu$ と仮定する。(1.36), (1.64) 式より h_{w2} を計算し、これらを (1.48) 式に代入して根 h_{un} をニュートン法*で計算する。 h_{un} が求まれば h_{u1n} は (1.39) 式より求められる。次に (1.49) 式にニュートン法を適用して h_{w2n} を計算する。以上でオム図 (d) の等価回路の左端から順次網目 M_{lu} , M_{lun} について計算を進めようといわれているが、同様の方法で網目 M_{luv} , M_{lev} , M_{len} , M_{lew} の順に計算を進める。その途中に於いて (1.51), (1.54) 式をニュートン法で解く場合には、(1.48) ~ (1.50) 式あるいは (1.52) ~ (1.53) 式を解く場合とじゃっかん手法を異にするので、(1.51) 式を例にとりその解の手順を示す。

(1.51) 式を解く際にすでに既知となっている変数は h_{uv} , h_{v1n} である。線形解の結果によれば、 h_{u1} は h_{v1} とあまり変わらないので $h_{u1} = h_{v1}$ と仮定する。これを (1.37) 式および (1.42) 式に代入して h_{v2} , h_{v2n} を計算し、(1.51) 式から M_{lev} を求める。 M_{lev} が 0 でなければ (1.37), (1.42) 式を考慮し再びニュートン法で h_{u1} を修正して $M_{lev} = 0$ を満足する h_{u1} , h_{v2} , h_{v2n} を求める。

最後の M_{lew} のときには、すでに h_{w2} , h_{w2n} , h_{w1n} はすべて求まっているので、(1.55) 式を満足するためには最初仮定した h_{u1} を修正しなけばならない。次にこの h_{u1} の修正法について述べる。

脚注 * ニュートン法による根の計算方法については付録3-1 参照

各磁路の磁束密度の瞬時値の真値を b とせば b_{u10} のように添字 0 で、
 其の真値からの誤差を Δb_{u1} のように表示する。

いま、仮定して $b_{u1} = b_{u10} + \Delta b_{u1}$ において Δb_{u1} が正であり、たとすれば、
 前章で述べた磁化曲線の性質から、各磁路磁束密度の誤差の正・負は
 表 3.1 表のようになる。

表 3.1 表 C 20 形鉄心各磁路磁束密度の誤差の正負方向

磁路磁束密度	誤差の正負方向*	正負方向を決定 する関係式	磁路磁束密度	誤差の正負方向*	正負方向を決定 する関係式
Δb_{uz}	< 0	(1.36)	Δb_{rvn}	> 0	(1.43)
Δb_{uu}	< 0	(1.48)	Δb_{vzn}	> 0	(1.52)
Δb_{uin}	> 0	(1.39)	Δb_{wr}	> 0	(1.44)
Δb_{uzn}	> 0	(1.49)	Δb_{wrn}	< 0	(1.45)
Δb_{ur}	< 0	(1.40)	Δb_{win}	> 0	(1.53)
Δb_{urn}	> 0	(1.41)	Δb_{w1}	> 0	(1.54)
Δb_{rin}	> 0	(1.50)			(1.38)
		(1.51)			(1.46)
Δb_{r1}	> 0	(1.37)	Δb_{w2}	< 0	(1.38)
		(1.42)	Δb_{ww}	> 0	(1.54)
Δb_{rz}	< 0	(1.37)	Δb_{wzn}	< 0	(1.47)
Δb_{rv}	< 0	(1.51)	M_{lwn}	< 0	(1.55)

* $\Delta b_{u1} > 0$ の場合

たとえば Δb_{uz} について説明すると、 Δb_{u1} が正であれば (1.36) 式より
 $\Delta b_{uz} < 0$ となる。また Δb_{uu} については、 b_{u10} , b_{u20} , b_{u00} をそれぞれ
 b_{u1} , b_{u2} , b_{u0} の真値とすれば (1.48) 式より

$$\begin{aligned}
 M_{lwn} &= l_{v1} \{ f(b_{u10} + \Delta b_{u1}) - f(b_{u20} + \Delta b_{uz}) \} + 2l_n \cdot f(b_{u00} + \Delta b_{uu}) \\
 &= l_{v1} \{ \{ f(b_{u10}) + g_{u1}(\Delta b_{u1}) \} - \{ f(b_{u20}) + g_{uz}(\Delta b_{uz}) \} \} \\
 &\quad + 2l_n \{ f(b_{u00}) + g_{uu}(\Delta b_{uu}) \} \\
 &= l_{v1} \{ g_{u1}(\Delta b_{u1}) - g_{uz}(\Delta b_{uz}) \} + 2l_n \cdot g_{uu}(\Delta b_{uu})
 \end{aligned}$$

となるが^{*}、1.3節で述べた磁化曲線の性質より $g_{u1}(\Delta h_{u1}) - g_{u2}(\Delta h_{u2})$ は正になる。したがって、 $M_{lu} = 0$ を満足するためには Δh_{uu} は負でなければならぬことがわかる。その他の変数についても同様の考え方がよりよい表が求まるが、 Δh_{v1} と Δh_{w1} についてはじゃっかん手法が異なるので、 Δh_{v1} を例にとってその正負判定法を述べる。はじめに $\Delta h_{v1} < 0$ と仮定する。そうすると、(1.37) 式より $\Delta h_{v2} > 0$ 、また (1.42) 式より $\Delta h_{vv} < 0$ となる。これらの条件を (1.51) 式に代入すると M_{lv} は

$$M_{lv} = l_{v1} \{g_{v1}(\Delta h_{v1}) - g_{v2}(\Delta h_{v2})\} + 2l_n \cdot g_{vv}(\Delta h_{vv}) < 0$$

となる (1.51) 式を満足しない。したがって $\Delta h_{v1} > 0$ でなければならぬことがわかる。

h_{u1} のある仮定値に対し、最後に計算される M_{lu} が正であればよりよい h_{u1} の仮定値が小さくなるのであるから、 h_{u1} を Δh だけ増して再計算すればよい。 $M_{lu} < 0$ の場合は Δh だけ減せばよいことよりうんである。

次に、 h_{u1} の収束方法について述べる。

h_{u1} の初期値を -0.8 Bu とし、このことから考え、 Δh は最初 0.05 Bu ぐらいにとる。そして M_{lu} の符号が反転するまで繰り返して h_{u1} に加算（または減算）する。一度 M_{lu} の符号が反転すれば h_{u1} の真値 h_{u10} は $h_{u1} \pm \Delta h$ の範囲に存在するのであるから、以後は $\Delta h = \Delta h/2$ とピッチを $1/2$ づつ下げ、 h_{u1} に必要な精度までこれを繰り返す。（この収束方法を以後 $1/2$ 収束法と呼ぶ。^{**}）本研究においては $\Delta h < 0.01$ ガウスになるとそのときの h_{u1} を真値とみなす。しかし、C20形では計算機を増長計算にして $\Delta h < 0.1 \times 10^{-5}$ ガウス程度を収束条件としなければ他の磁路の磁束密度がじゅうぶん収束しない。すなわち、C20形では h_{u1} のわずかの誤差が他の磁路の磁束密度を大きく変化させる。

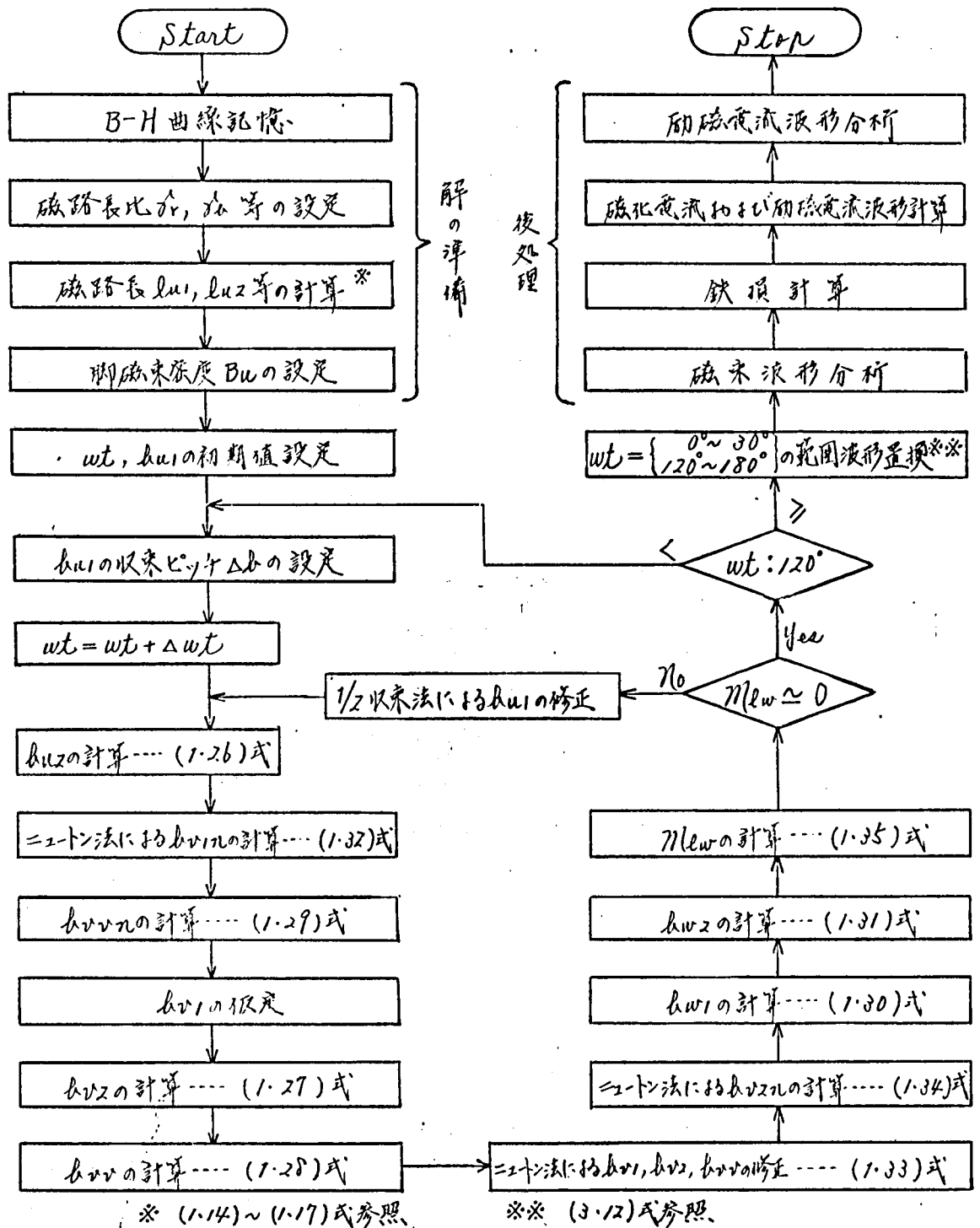
次に進めば次の角度における計算も同様であるが、この場合の h_{u1} ,

脚注 * $l_{v1} \{f(h_{u10}) - f(h_{u20})\} + 2l_n \cdot f(h_{u10})$ は (1.42) 式より零である。

脚注 ** $1/2$ 収束法については付録3.2参照

h_{w1} , h_{w2} の初期値は, 前の角度に於ける真値を定める。また $\Delta\theta$ は, 前回の h_{w1} の初期値と真値との差からスタートする。

磁化曲線の性質を考慮すれば (1.48) ~ (1.54) 式の解はいずれも単根となり, ニュートン法適用に当って特に問題はないが, 接線の勾配 dM_{lu}/dh_{w1} 等が小さい場合には収束がゆるくなるので, ニュートン法よりも前記 1/2 収束法による方が計算時間を短縮できる。



才 3.5 図 C10 形鉄心派移計算フローチャート

C10形鉄心もオ1・6図(C)の網目 M_{lu} , M_{lv} , M_{ln} , M_{lw} の順にニュートン法を適用すれば同様な手法で解けるが、ここではそのフローチャートをオ3・5図(前頁)に、またオ3・1表に対応して各磁路の磁束密度の誤差の正・負をオ3・2表に示すにとどめる。

オ3・2表 C10形鉄心各磁路磁束密度の誤差の正負方向

磁路磁束密度	誤差の正負方向*	正負方向を決定する関係式
Δb_{uz}	< 0	(1.26)
Δb_{vn}	> 0	(1.32)
Δb_{v1}	> 0	$\left\{ \begin{array}{l} (1.33) \\ (1.27) \\ (1.28) \end{array} \right.$
Δb_{v2}	< 0	(1.27)
Δb_{vv}	< 0	(1.33)
Δb_{vvn}	> 0	(1.29)
Δb_{vzn}	> 0	(1.34)
Δb_{w1}	> 0	(1.30)
Δb_{w2}	< 0	(1.31)
M_{lw}	> 0	(1.35)

* $\Delta b_{u1} > 0$ の場合。

2.2 R形鉄心の解法

R6形鉄心では、回路の対称性から考え、 $\omega t = 120^\circ$ のとき $b_{r1} = 0$ であることが線形解の結果よりわかっているので、 120° から始めて 210° まで計算して方が好都合である*。

各磁路の磁束密度を求めるには(1.56)~(1.58)式を(1.60)~(1.62)式に代入して

脚注 * b_{r1} の初期値が仮定値ではなく確定値になることおよび後述する波形置換に都合のよい角度である。

$$M_1 = l_{r1} \cdot f(h_{r1}) - \delta'_a \left\{ f \left\{ (h_{r3} - h_{r1}) / \delta'_s - h_{ar} - (\delta'_s + 2) \phi_w / (2 \delta'_s) \right\} \right. \\ \left. + f \left\{ (h_{r3} - h_{r1}) / \delta'_s - (\delta'_s + 2) \phi_w / (2 \delta'_s) \right\} \right\} \equiv 0 \quad (3.13)$$

$$M_2 = l_{r2} \cdot f \left\{ h_{r3} - \delta'_s \cdot h_{ar} + (\delta'_s + 2) \phi_w / 2 \right\} + \delta'_a \cdot f \left\{ (h_{r3} - h_{r1}) / \delta'_s \right. \\ \left. - h_{ar} - (\delta'_s + 2) \phi_w / (2 \delta'_s) \right\} - f(h_{ar}) \equiv 0 \quad (3.14)$$

$$M_3 = l_{r2} \cdot f(h_{r3}) + f(h_{ar}) + \delta'_a \cdot f \left\{ (h_{r3} - h_{r1}) / \delta'_s - (\delta'_s + 2) \phi_w / (2 \delta'_s) \right\} \\ \equiv 0 \quad (3.15)$$

(3.13)~(3.15)式を解けば h_{r1} , h_{r3} , h_{ar} が求まるが、これらの非線形連立方程式を解くことはなかなか困難である。そこで、以下に述べる特別な手法に示されて計算する。

まず、 h_{r1} , h_{ar} を仮定すれば、ニュートン法を使って (3.13) 式の根 h_{r3} が求まる。しかるに、 h_{r1} , h_{r3} , h_{ar} の真値を h_{10} , h_{30} , h_{r0} 、次に h_{r1} , h_{ar} の仮定値と真値の差を Δh_1 , Δh_r とすれば、根 h_{r3} は Δh_1 , Δh_r にもとづく誤差 Δh_3 を含む。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} h_{r1} &= h_{10} + \Delta h_1 \\ h_{r3} &= h_{30} + \Delta h_3 \\ h_{ar} &= h_{r0} + \Delta h_r \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

(3.16) 式を (3.13) ~ (3.15) 式に代入すると次の関係式が得られる。

$$l_{r1} \cdot g_1(\Delta h_1) - \delta'_a \left\{ g_4 \left\{ (\Delta h_3 - \Delta h_1) / \delta'_s - \Delta h_r \right\} \right. \\ \left. + g_5 \left\{ (\Delta h_3 - \Delta h_1) / \delta'_s \right\} \right\} = 0 \quad (3.17)$$

$$M_2 = l_{r2} \cdot g_6(\Delta h_3 - \delta'_s \cdot \Delta h_r) + \delta'_a \cdot g_4 \left\{ (\Delta h_3 - \Delta h_1) / \delta'_s - \Delta h_r \right\} \\ - g_2(\Delta h_r) \quad (3.18)$$

$$M_3 = l_{r2} \cdot g_3(\Delta h_3) + g_2(\Delta h_r) + \delta'_a \cdot g_5 \left\{ (\Delta h_3 - \Delta h_1) / \delta'_s \right\} \quad (3.19)$$

ここで、関数 $g_1 \sim g_6$ は (3.10) 式と同じ意味をもつものとする。すな

わり， h_{n0} を真値， Δh_n をその誤差とすれば一般に関数 $g_n(\Delta h_n)$ は

$$g_n(\Delta h_n) = f(h_{n0} + \Delta h_n) - f(h_{n0})$$

m_2 ， m_3 も零にする h_{r1} ， h_{r3} ， h_{rv} が h_{r1} ， h_{r3} ， h_{rv} の真値である。それとそれらを求めるためには Δh_1 ， Δh_v と m_2 ， m_3 の増減傾向を知って置く必要がある。そこで，1.3節で述べた磁化曲線の性質を念頭において次の検討を行なう。

(i) h_{r1} を一定にして h_{rv} を dh_v だけ増加した場合

h_{r1} を一定にして， h_{rv} を dh_v ($dh_v > 0$) だけ増加した場合，それに応じて h_{r3} の増加分を dh_3 とし， m_2 ， m_3 のそれと dm_2 ， dm_3 とすれば(3.17)式より*

$$\gamma_5 \cdot dh_v > dh_3 > 0 \quad (3.20)$$

$dh_v < 0$ の場合も同様の考え方をすればよいので，以後 $dh_v > 0$ の場合についてだけ考えることにする。

(3.18)式より

$$\begin{aligned} dm_2 = & h_{r2} \{ g_6 \{ \Delta h_3 + dh_3 - \gamma_5' (\Delta h_v + dh_v) \} - g_6 \{ \Delta h_3 - \gamma_5' \Delta h_v \} \} \\ & + \gamma_5 \{ g_4 \{ (\Delta h_3 + dh_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' - (\Delta h_v + dh_v) \} \\ & - g_4 \{ (\Delta h_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' - \Delta h_v \} \} - \{ g_2 (\Delta h_v + dh_v) - g_2 (\Delta h_v) \} \end{aligned}$$

脚注 * $h_{r1} \cdot g_1(\Delta h_1) - \gamma_5 \{ g_4 \{ (\Delta h_3 + dh_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' - (\Delta h_v + dh_v) \} + g_5 \{ (\Delta h_3 + dh_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' \} \} = 0$

(3.17)式と上式を辺々相減すれば

$$\begin{aligned} & g_4 \{ (\Delta h_3 + dh_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' - (\Delta h_v + dh_v) \} - g_4 \{ (\Delta h_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' - \Delta h_v \} \\ & = g_5 \{ (\Delta h_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' \} - g_5 \{ (\Delta h_3 + dh_3 - \Delta h_1) / \gamma_5' \} \end{aligned}$$

上式で関数 g_4 ， g_5 はいずれも単調増加関数であるから， $dh_3 > 0$ とすれば右辺は負となる。したがって，左辺も1項の括弧内の値は2項のそれより小さくなければならぬ。ゆえに $dh_3 / \gamma_5' - dh_v < 0$ でなければならぬ。 $dh_3 < 0$ とすれば同様に $0 > dh_3 > \gamma_5' \cdot dh_v$ となるが，仮定により dh_v は正であるから dh_3 は負に傾く。したがって(3.20)式が成立する。

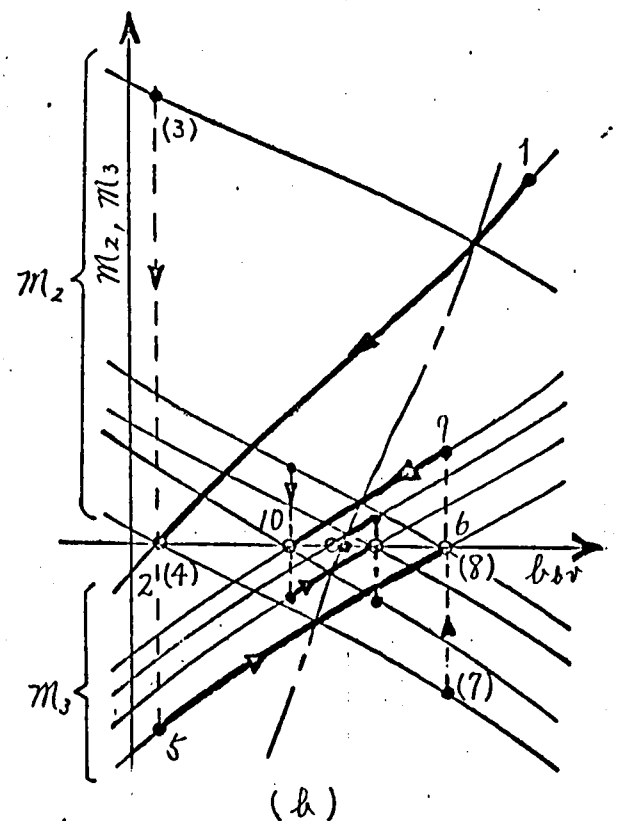
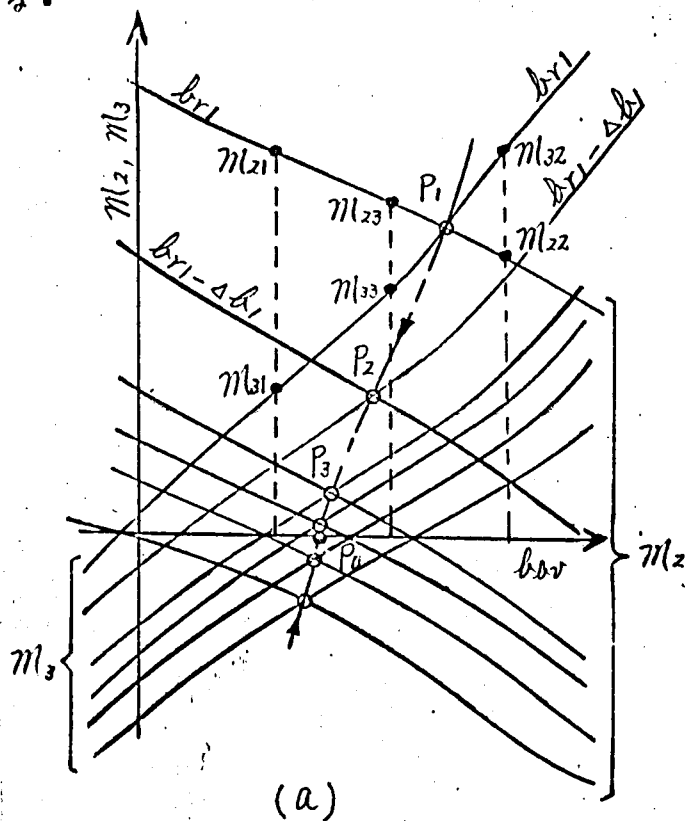
脚注 ** $dh_v < 0$ の場合には(3.20)式は
 $\gamma_5' \cdot dh_v < dh_3 < 0$
 となる。

(3.20)式の関係を考慮すれば視察により $dm_2 < 0$ なることが知れる。同様な要領で (3.19)式より $dm_3 > 0$ なることが知れる。

(ii) b_{av} を一定にして b_{r1} を db_1 だけ増加した場合

b_{av} を一定にして b_{r1} を db_1 ($db_1 > 0$) だけ増加すると、(i)の場合と同様で考察から $db_3 > db_1 > 0$, $dm_2 > 0$, $dm_3 > 0$ となる。

以上の結果を図示するとオ3.6図が得られる。オ3.6図は b_{r1} をパラメータとして横軸を b_{av} , 縦軸を m_2 , m_3 で表わしたものである。 m_2 は単調減少, m_3 は単調増加関数で、 b_{r1} が大きいほど m_2 , m_3 は大となる。



オ3.6図 m_2, m_3 の関数形および収束方法説明図

m_2 , m_3 の関数形の概要がつかめないので次に b_{r1} , b_{av} の収束方法を述べる。

収束方法としてはオ3.6図(a), (b)の二方法が考えられる。

(i) (a)図の場合の収束方法

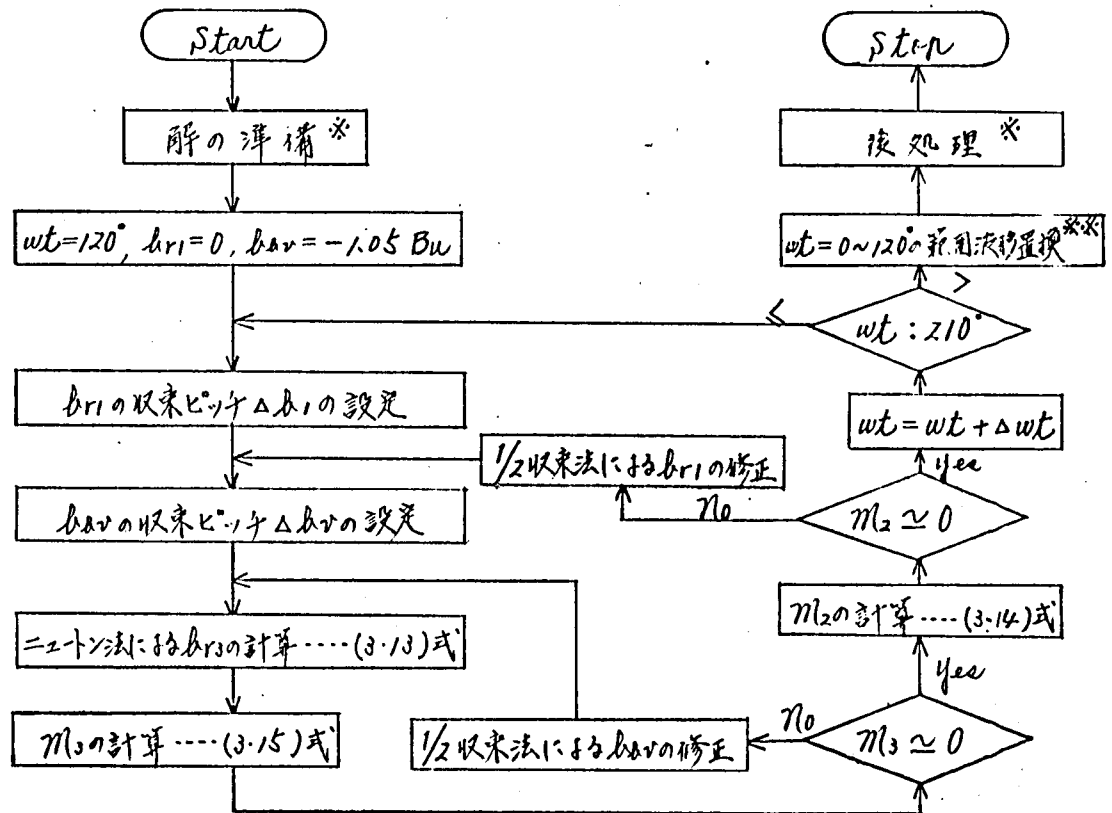
この方法はある b_{r1} に対する m_2 と m_3 の曲線の交点を求め、 b_{r1} を変化してこの交点の位置を b_{av} 軸に近づけていくやり方である。

才3.6図(a)において, ある a_{r1} , a_{ar} に対する m_2 , m_3 の値をそれぞれ m_{21} , m_{31} とする。次に, a_{ar} を Δa_{ar} だけ増しの場合のそれらを m_{22} , m_{32} とする。次に, $m_{22} - m_{32}$ を計算し, その符号が前回の $m_{21} - m_{31}$ と逆転してあれば, a_{ar} を $\Delta a_{ar}/2$ だけ減少させて m_2 , m_3 を求める (符号が変わらなければ a_{ar} をさらに Δa_{ar} だけ増加して m_2 , m_3 を計算する)。その値を m_{23} , m_{33} とする。これを繰り返すことにより $m_2 \div m_3$ の条件を満足する点 P_1 を求める。すなわち, $m_2 - m_3$ に対し $1/2$ 収束法を適用して P_1 点を求める。 P_1 点において $m_2 > 0$ なら, a_{r1} を Δa_{r1} だけ減じ, 同様の手順で点 P_2 を求める。以下同様にして $m_2 \div m_3 \div 0$ を満足する点 P_0 の a_{r1} , a_{ar} を知ることが出来る。 P_1 , P_2, \dots 点を順次求めていく場合, a_{r1} の変化法は $1/2$ 収束法による。 P_0 点では (3.13) ~ (3.15) 式を満足するから, その時の a_{r1} , a_{r2} , a_{ar} は真値を与える。この方法は収束が遅いので, 特に問題がある場合を除き (b) 図の方法を採用した。すなわち, 才3.6図(a)には曲線 m_2 と m_3 の交点 P_1 , P_2, \dots を0印で示した。またこれらを結ぶ曲線を一点鎖線で, その収束方向を矢印で示した。

(ii) (b) 図の場合の収束方法

この方法はある a_{r1} に対する m_3 の曲線上で a_{ar} を変化して $m_3 \div 0$ 点を求め, 次に a_{ar} はそのまま a_{r1} を変化して $m_2 \div 0$ 点を求める。この操作を繰り返していきやり方で, そのフローチャートを才3.7図に示す。

才3.6図(b)において, ある a_{r1} , a_{ar} に対する m_3 の値を点1で示す。点1において, $m_3 > 0$ なら a_{ar} を Δa_{ar} だけ減じて m_3 を計算する。これを繰り返すことにより a_{ar} 線に沿って $m_3 \div 0$ の点2へ収束する。その場合の収束方法は $1/2$ 収束法による。点2に対応して m_2 を点(3)で示す。点(3)で $m_2 > 0$ であれば, a_{r1} を Δa_{r1} だけ減じて m_2 を再計算する。これを繰り返すことにより a_{r1} 線に沿って $m_2 \div 0$ の点(4)へ収束する。この場合の収束方法も $1/2$ 収束法を利用する。そのときの m_3 を点5で示す。 $m_3 < 0$ であれば a_{ar} を Δa_{ar} だけ増し, 前と同様の要領で a_{ar} 線に沿って点6に至る。以下同様にして $m_2 \div m_3 \div 0$ 点に収束させる。



※ 才3.5図参照

※※ (3.21), (3.22)式参照

才3.7図 R形鉄心波形計算フローチャート

この方法は m_2 , m_3 の関数形によつては発散する場合もあるので、そのときは (a) 図の方法によらねばならない。(b) 図には収束方向も矢印で示し、また (a) 図の鎖線に相当する曲線も記入した。

$wt=120^\circ$ における har の初期値は、線形解の結果を考慮して才3.7図に示すように $har=-1.05 Bu$ とし、その収束ピッチの初期値 Δhar は $0.02 Bu$ 程度にとつた。 wt を 1° 進め、次の角度における計算も同様で、そのときの hri , har の初期値、収束ピッチの初期値 Δhri , Δhar 等 D 形鉄心の場合と同様で考え方で決定した。

R形の場合にもC形の場合と同様に波形置換を行つることによつて計算時間を短縮できる。すなわち、鉄心の左半面の磁路磁束密度 h_{rl} , h_{rs} と右半面の磁束密度 h_{wl} , h_{ws} の間には次の関係が成立する*。

脚注 * 才3章(3.26)式参照

$$\left. \begin{aligned} h_{aw}(wt) &= h_{aw}(240-wt) = -h_{aw}(60-wt) \\ h_{rz}(wt) &= h_{rz}(60-wt) = -h_{rz}(240-wt) \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

h_{ri} , h_{rv} については対応する磁路はないが、回路の対称性から考え、 90° 対称波に作るべきである。したがって、線形解のベクトル図が1.16図を参照して $wt = 0 \sim 120^\circ$ の範囲については次の置換を行えばよい。^{*}

$$\left. \begin{aligned} h_{ri}(wt) &= h_{ri}(60-wt) = -h_{ri}(240-wt) \\ h_{rv}(wt) &= h_{rv}(240-wt) = -h_{rv}(60-wt) \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

R形鉄心は、オノ編3.1.5項でも述べたようにR形鉄心で $\delta_a = \delta_c = 0$ とした特別の場合と考えられるので、本節で述べた手法をそのまま適用できる。しかたはがら、それでは計算時間も長くかゝるし、誤差も多いので次に述べる方法がよい。⁽⁵⁾

外側磁路の磁束密度 h_1 を仮定すれば、 h_2 , h_3 はそれぞれ(1.23), (1.24)式より計算できる。これらを(1.25)式に代入し、ニュートン法を用いて根 h_1 を求めれば簡単に解ける。 h_1 の初期値はR形鉄心の h_{ri} の場合と同じにとればよく、また wt の範囲も同様でよい。

本章で述べた解法を使えば他の形式の鉄心、たとえば五脚鉄心等の解析も可能である。

脚注 * オノ章(3.39)式参照

第3章 ひずみ波のベクトル表示

前章の手順で計算した各磁路の磁束波形は一般に対称なひずみ波になる。
そこで、本章においてはひずみ波のベクトル表示法について検討する。

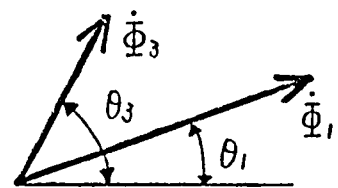
いま、ひずみ波を

$$\phi = \sum \Phi_n \cdot \sin n(\omega t + \theta_n) \quad (3.23)$$

とし、これをベクトル記号法で表示すると

$$\phi = (\sum \Phi_n \cdot e^{jn\theta_n} \cdot e^{jn\omega t} - \sum \Phi_n \cdot e^{-jn\theta_n} \cdot e^{-jn\omega t}) / (2j) \quad (3.24)$$

このひずみ波を第3.8図に示すベクトル図で表わせ、この平面を「ひずみ波ベクトル平面」と呼ぶことにする。そうすると、基本波については従来のベクトル図と同じであるが、 $n\pi$ 調波については位相角が $1/n$ になる。ひずみ波ベクトル平面上では、 $n\pi$ 調波ベクトルの回転速度が基本波の n 倍になる関係もあって、一般のベクトル図のようにこの図から任意にひずみ波の各瞬時値を知ることはできないが、後述のように各調波間の関係、ひずみ波の特性等を容易に知ることが出来る利点があるので、次章以後ではこのひずみ波ベクトル平面表示法を採用する。



第3.8図 ひずみ波ベクトル平面上でのひずみ波のベクトル表示法 ($n=3$ の場合)

3.1 ひずみ波ベクトルの性質

ひずみ波ベクトルを第3.8図のように定義するとこのベクトルには次の性質がある。

(i) 位相角のみが $2\pi m/n$ ($m=\pm 1, \pm 2, \dots$) だけ異なる二つのベクトルはまったく等しい。

(ii) (3.23) 式で $n\pi$ 調波の位相角 θ_n と $n+l$ 調波の位相角 θ_{n+l} の間に $\theta_{n+l} - \theta_n = 2\pi m/(n+l)$ の関係があれば、 $n+l$ 調波は $n\pi$ 調波に同相に入り、また $\pi(2m-1)/(n+l)$ の関係があれば逆位相に入る。ここで同相・逆位相とは $\omega t = 0$ の瞬間の状態をいうのではなく、 n と

端と同様に $\omega t = -\theta_n$ の瞬間における状態をいう。^{*} しに於て、いずみ波ベクトル平面上では $\dot{\Phi}_n$ と $\dot{\Phi}_{n+i}$ のベクトルが一致する場合が同相、反対方向になる場合が逆位相になる。もう一方の場合性質 (i) を考慮しなければならぬ。

(iii) オ3.9 図 (次頁) (a) の ϕ_b , ϕ_c のように θ_{bc} だけ位相の異なるまったく同じ波形の二つのいずみ波のベクトル図上では、各調波の位相角がそれぞれ θ_{bc} だけ異なり、振幅は等しい。なぜなら、 ϕ_b の波形を

$$\phi_b = \sum \Phi_{bn} \cdot \sin \pi (\omega t + \theta_{bn}) \quad (3.25)$$

とすれば ϕ_c の波形は次式で表わされるからである。

$$\phi_c = \sum \Phi_{bn} \cdot \sin \pi (\omega t + \theta_{bn} - \theta_{bc}) \quad (3.26)$$

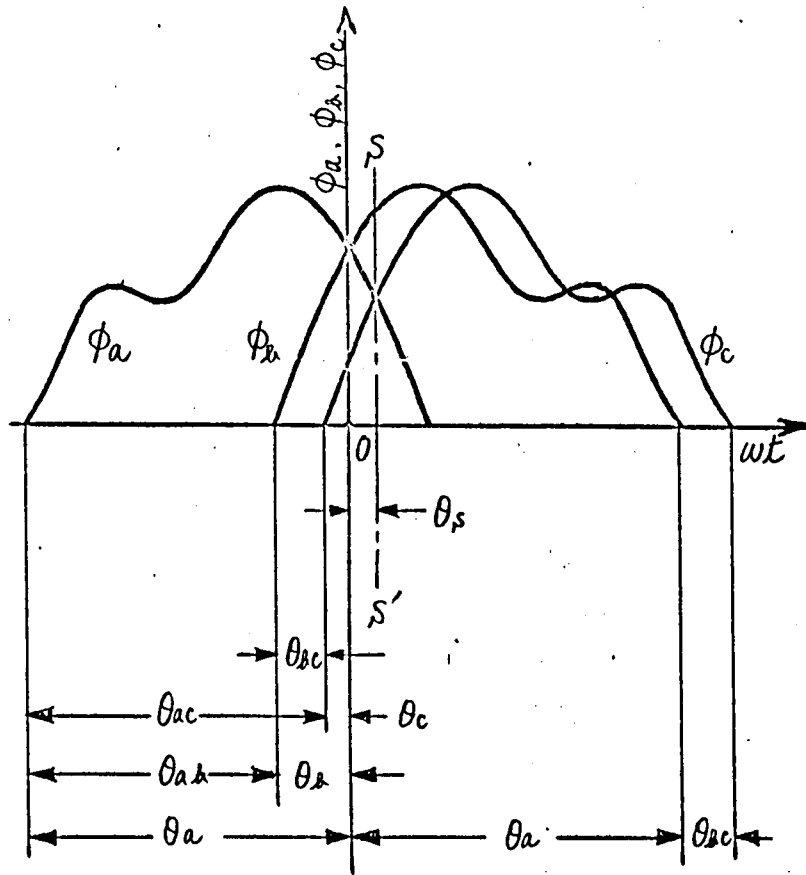
対称三相いずみ波では $\theta_{bc} = 2\pi/3$ になる。

従来のベクトル表示法であれば、 ωt の基準のとり方により、同一の波形のいずみ波でもまったく異なるベクトル図となるが、いずみ波ベクトル平面を使用すれば、この (iii) の性質のため電圧 \dot{E}_u を基準ベクトルにとった場合も、磁束 $\dot{\Phi}_u$ を基準ベクトルにとった場合も各調波ベクトルの相対関係は不変である。すなわち、いずみ波ベクトル平面を用いると、基準点のとり方が θ_{bc} だけ変化しても各調波の位相角がすべて θ_{bc} 変化するだけで、それらの相対位置に変化は生じない。

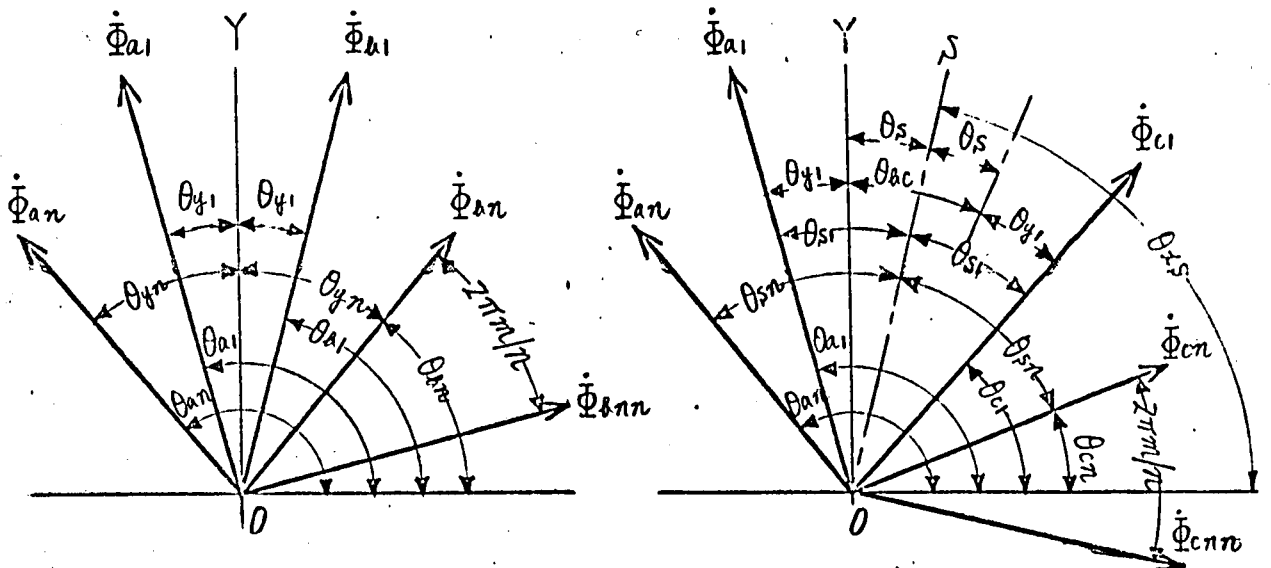
(iv) オ3.9 図 (a) の ϕ_a , ϕ_b のように、一方の波形を縦軸に対して左右入れかえるとまったく等しい波形となる二つのいずみ波は、(b) 図のように基本波 $\dot{\Phi}_{a1}$, $\dot{\Phi}_{b1}$ の中央に線分 OY を引くと、各調波のベクトルが OY に対して対称位置にあるか、あるいは図の $\dot{\Phi}_{bn}$ のように $2\pi n/\pi$ の差で対称位置にある。そればかりでなく線分 OY は虚軸に一致する。いま、 ϕ_a の波形を

$$\phi_a = \sum \Phi_{an} \cdot \sin \pi (\omega t + \theta_{an}) \quad (3.27)$$

脚注 * 本編では基本波を比較の基準にとったので $\omega t = -\theta_1$ の瞬間の状態を表すに於て、ここでは n 調波と $n+i$ 調波を比較しているのでも $-\theta_n$ が基準になる。



ϕ_a, ϕ_b ; 原点对称逆波形
 ϕ_a, ϕ_c ; 位相差 θ_s の逆波形
 (a) 種々の波形



$$\phi_a = \sum \Phi_{an} \sin n(\omega t + \pi/2 + \theta_{yn})$$

$$\phi_b = \sum \Phi_{bn} \sin n(\omega t + \pi/2 - \theta_{yn})$$

(b) 原点对称逆波形のベクトル図

$$\phi_a = \sum \Phi_{an} \sin n(\omega t + \theta_{xs} + \theta_{sn})$$

$$\phi_c = \sum \Phi_{cn} \sin n(\omega t + \theta_{xs} - \theta_{sn})$$

(c) 位相差 θ_s の逆波形のベクトル図

$$2\pi > \theta_{an} \geq \theta_{cn} \geq 0, \pi > \theta_s = \theta_{ac}/2 \geq 0$$

才3.9図 種々のいずみ波とそのベクトル図の性質

とすれば， ϕ_a の波形は次式で表わされる。

$$\phi_a = \sum \Phi_{an} \cdot \sin n \{ \omega t - \theta_{an} + (2m-1)\pi/n \} \quad (3.28)$$

ただし， $m = \pm 1, \pm 2, \dots$

(3.25) 式と (3.28) 式より

$$\theta_{an} = (2m-1)\pi/n - \theta_{an} \quad (3.29)$$

(3.29) 式より繰合 $0 \sim \pi$ が虚軸に一致することわかる。

ϕ_a と ϕ_b のような逆波形* のことを今後「原点对称逆波形」と呼ぶことにする。このような逆波形の場合には， $\omega t = 0 \sim \pi/2$ の区間の ϕ_a ， ϕ_b の値がわかれば，残りの $\omega t = \pi/2 \sim \pi$ の区間の ϕ_a ， ϕ_b の値は次式の置換によって求まることば (a) 図より知れる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_a(\omega t) &= \phi_b(-\omega t) = -\phi_b(\pi - \omega t) \\ \phi_b(\omega t) &= \phi_a(-\omega t) = -\phi_a(\pi - \omega t) \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

このことを (a) 図のベクトル図で考えれば次のようになる。 ϕ_a については，時刻 $+t$ における各調波ベクトル $\dot{\Phi}_{a1}$ ， $\dot{\Phi}_{a3}$ ，……の位置は時刻 $-t$ における ϕ_b の各調波ベクトル $\dot{\Phi}_{b1}$ ， $\dot{\Phi}_{b3}$ ，……の位置とまったく対称である。これによって虚軸への投影値は両者等しい。 ϕ_b についても，まったく同様な関係が成立する。ゆえに， $\omega t = 0 \sim \pi/2$ の区間の ϕ_a ， ϕ_b の値を計算しておけば，すべての角度における ϕ_a ， ϕ_b の値が換算できる。 $\omega t = 0 \sim \pi/2$ の代わりに $\omega t = -\pi/2 \sim 0$ の区間がわかっているも，他のすべての角度における ϕ_a ， ϕ_b が計算できることはもう明らかである。

(V) オ 3.9 図 (a) の ϕ_a と ϕ_c のような逆波形について考える。

波形 ϕ_b が ϕ_a と縦軸に対して対称なひずみ波であったのに対し， ϕ_c は ϕ_b より θ_{bc} だけ位相がはくれた波形である。いま，原点から ϕ_a と ϕ_c の対称軸 SS' までの角度を θ_s とすれば， θ_s と θ_{bc} 間には

$$\theta_s = \theta_{bc}/2 \quad (3.31)$$

脚注 * 逆波形の定義はオ 2 編 オ 2.3 図参照

の関係があることが図から容易に証明できる。

今後 ϕ_a と ϕ_c の波形の組を「位相差 θ_s の逆波形」と呼ぶ。また、以後の計算においては $2\pi > \theta_{an} \geq \theta_{cn} \geq 0$, $\pi > \theta_s \geq 0$ とし、角度はすべて反時計方向にはかるものとする。

才 3.9 図 (c) に ϕ_a と ϕ_c のベクトル図を示す。 $\dot{\Phi}_{a1}$ と $\dot{\Phi}_{c1}$ の中央に引かれた線分 OS から座軸まで反時計方向にはか、この角度 θ_s は (3.31) 式の関係満足する。また、 ϕ_a の各調波分ベクトル $\dot{\Phi}_{a1}$, $\dot{\Phi}_{a3}$, ----- と ϕ_c の各調波分ベクトル $\dot{\Phi}_{c1}$, $\dot{\Phi}_{c3}$, ----- とは (iv) の場合と同様に線分 OS に対し対称位置にあるか、あるいは図の $\dot{\Phi}_{cnn}$ のように $2\pi m/n$ の差で対称位置にある。いま、 ϕ_c の波形を

$$\phi_c = \sum \Phi_{cn} \cdot \sin n(\omega t + \theta_{cn}) \quad (3.32)$$

とすれば、(3.26), (3.29) 式より

$$\theta_{cn} = (2m-1)\pi/n - \theta_{an} - \theta_{ac} \quad (3.33)$$

に代わって、 ϕ_c は次式で表わされる。

$$\phi_c = \sum \Phi_{an} \cdot \sin n\{\omega t - \theta_{an} - 2\theta_s + (2m-1)\pi/n\} \quad (3.34)$$

才 3.9 図 (a) において、一方の波形 ϕ_a の位相 θ_a がわかっているれば、 ϕ_a と「位相差 θ_s の逆波形」 ϕ_c との位相差 θ_{ac} は次式で求められる。

$$\begin{aligned} \theta_{ac} &= 2\theta_a + \theta_{ac} - \pi \\ &= 2(\theta_a + \theta_s) - \pi \end{aligned} \quad (3.35)$$

ϕ_a , ϕ_c のような位相差 θ_s の逆波形において $\omega t = \theta_s \sim (\theta_s + \pi/2)$ の区間の ϕ_a , ϕ_c の値を求めておけば、 $\omega t = (\theta_s + \pi/2) \sim (\theta_s + \pi)$ の区間の ϕ_a , ϕ_c の値は (iv) の場合と同様に、置換によって次式で求められる。

$$\begin{aligned} \phi_a(\omega t) &= \phi_c(2\theta_s - \omega t) = -\phi_c(2\theta_s \pm \pi - \omega t) \\ &= \phi_c(\theta_{ac} - \omega t) = -\phi_c(\theta_{ac} \pm \pi - \omega t) \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_c(\omega t) &= \phi_a(2\theta_s - \omega t) = -\phi_a(2\theta_s \pm \pi - \omega t) \\ &= \phi_a(\theta_{sc} - \omega t) = -\phi_a(\theta_{sc} \pm \pi - \omega t) \end{aligned} \right\} (3.36)$$

(3.12), (3.21)式はこの性質を用いて置換である。

オ3.9図(c)に示すように対称軸 OS から各調波までの角度を θ_{s1} , θ_{s2} , とすれば, ϕ_a , ϕ_c 中の高調波の位相角 θ_{an} と θ_{cn} が等しい場合には次式が成立する。

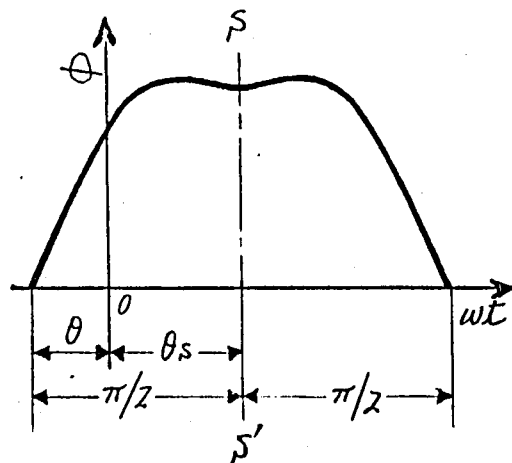
$$\theta_{sn} = 0 \quad (3.37)$$

すなわち, 高調波は線分 OS 上に存在する。また, 二つのひずみ波中の高調波の位相が互いに逆位相関係にある場合には,

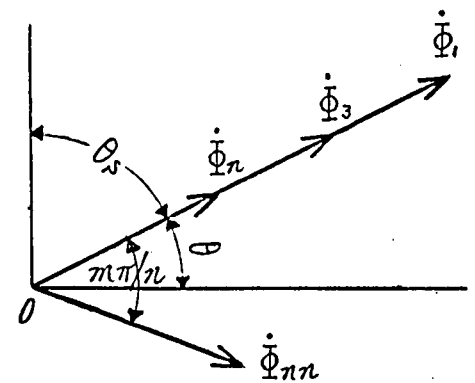
$$\theta_{sn} = \pi/2 \quad (3.38)$$

すなわち, (3.38) 式は高調波がすべて線分 OS に直角な線上に存在することを意味している。

(vi) ひずみ波がオ3.10図(a)に示すような 90° 対称波* の場合には, (b) 図のように各調波の位相角はすべて等しいか, あるいは $\dot{\Phi}_{nn}$ のように $n\pi/\pi$ の差を有する。すなわち, 各調波は同相または逆位相に入る。



(a) 90° 対称波



(b) ベクトル図

$$\phi = \sum \Phi_n \cdot \sin n(\omega t + \theta + n\pi/\pi)$$

オ3.10図 90° 対称波とそのベクトル図

脚注 * 90° 対称波の定義についてはオ2編オ2.4図参照。

この場合にも波形変換が可能で，才3.10図(a)において原点から対称の中心軸 SS' までの角度を θ_s とすれば，

$$\phi(\omega t) = \phi(2\theta_s - \omega t) = -\phi(2\theta_s \pm \pi - \omega t) \quad (3.39)$$

すなわち，才3.10図(b)において， θ_s を $\dot{\Phi}_1$ から虚軸まで反時計方向にはたつた角度とし， $\pi > \theta_s \geq 0$ にとれば， θ と θ_s の間には次の関係がある。

$$\theta_s = (2k-1)\pi/2 - \theta \quad (3.40)$$

ここで， k は $\pi/2 \geq \theta \geq 0$ ほう1， $3\pi/2 \geq \theta > \pi/2$ ほう2， $2\pi > \theta > 3\pi/2$ ほう3となる。

(3.22)式は(3.39)式の関係を利用して置換である。

(Vii) 振幅の等しい3個の高調波ベクトル $\dot{\Phi}_{an}$ ， $\dot{\Phi}_{bn}$ ， $\dot{\Phi}_{cn}$ が必ずみ波平面上で互いに120°づつずれている場合について考える。性質(i)の関係を考慮すれば，3個のベクトルの必ずみ波平面上での位相関係は次のいずれかに分類される。

$$\dot{\Phi}_{an} = \dot{\Phi}_{bn} \cdot e^{j(2\pi/3 + 2\pi m/n)} = \dot{\Phi}_{cn} \cdot e^{j(4\pi/3 + 2\pi n/n)} \quad (3.41)$$

$$\dot{\Phi}_{an} = \dot{\Phi}_{bn} \cdot e^{j(4\pi/3 + 2\pi m/n)} = \dot{\Phi}_{cn} \cdot e^{j(2\pi/3 + 2\pi n/n)} \quad (3.42)$$

ここで， $m=0, 1, 2, \dots$ とする。普通のベクトル図では(3.41)式はいわゆる正相，(3.42)式は逆相分ベクトルを意味する。

高調波の次数 n については次の三つの場合に分けて考える。

$$n = 6k - 5 \quad (3.43)$$

$$n = 6k - 3 \quad (3.44)$$

$$n = 6k - 1 \quad (3.45)$$

ここで， $k=1, 2, \dots$ とする。

まず，高調波の次数が7，13等のように(3.43)式を満足する場合には，(3.41)式の位相関係のとる3個のベクトルは正相分高調波を形成し，(3.42)式の位相関係のとる逆相分を形成する。

高調波の次数が3, 9等のように(3.44)式を満足する場合には, 相同軌のいかんにかかわらず3個のベクトルは零相分高調波となる。

高調波の次数が5, 11等のように(3.45)式を満足する場合には, (3.41)式の位相関係のとまり3個のベクトルは逆相分高調波を形成し, (3.42)式の位相関係のとまり正相分を形成する。すなわち, いずれもベクトル平面上では相同軌が同じであっても, 高調波の次数いかんによつて正相分になる場合と逆相分になる場合が生ずるのである。いずれもベクトル平面上で $\dot{\phi}_{an}$, $\dot{\phi}_{bn}$, $\dot{\phi}_{cn}$ がそれぞれ $(2\pi/3 + 2\pi m)/\pi$ づつ遅れていけば互に関係なく正相分となり, 進んでいけば逆相分になることはもうろんである。

3.2 磁路磁束波形の定性的検討

本節では3.1節で述べにいずれもベクトルの諸性質をもとに, 各鉄心の各磁路磁束波形の定性的検討を行なう。

印加電圧ほうびに磁気回路の対称性から, 鉄心の中心線に対し左右対称な磁路に存在する二つの磁路の磁束波形は逆波形となり, 性質(V)の関係をもつ。すなわち, R3形鉄心では, ϕ_{a2} と ϕ_{a3} が才1編才1.9図より推定して位相差 30° の逆波形となる。C10形鉄心では, ϕ_{a1} , ϕ_{a2} , ϕ_{a1} , ϕ_{a1n} と ϕ_{a2} , ϕ_{a1} , ϕ_{a2} , ϕ_{a2n} が才1.11図よりそれぞれ位相差 120° の逆波形となる。C20形鉄心では, ϕ_{a1} , ϕ_{a2} , ϕ_{a1} , ϕ_{a1n} , ϕ_{a2n} , ϕ_{a1} , ϕ_{a2n} , ϕ_{a1} , ϕ_{a1n} と ϕ_{a2} , ϕ_{a1} , ϕ_{a2} , ϕ_{a2n} , ϕ_{a1n} , ϕ_{a2} , ϕ_{a1n} , ϕ_{a2} が才1.13図よりそれぞれ位相差 120° の逆波形となる。R6形鉄心では, 才1.16図より ϕ_{a2} と ϕ_{a3} が位相差 30° の逆波形となり, ϕ_{a1} と ϕ_{a2} が位相差 120° の逆波形となる。

鉄心の中心線を横切る磁束は同様な理由から 90° 対称波となり, 性質(VI)の関係をもつ。対称性から判断すれば明らかたように, 各高調波はV脚磁束 $\dot{\phi}_v$ より 90° ずれ, しなばつて才3.10図の θ_s は 30° となる。R3形鉄心の ϕ_{a1} , C10形およびC20形鉄心の ϕ_{a1} , ϕ_{a2n} , R6形鉄心の ϕ_{a1} , ϕ_{a2} 等はこの関係を満足する波形である。にべし, ϕ_{av} のみは鉄心の中心線上にある磁束であるから $\theta_s = 120^\circ$ の 90° 対称波となる。

次に，R字形鉄心の h_2 と h_3 ，C形鉄心の h_{v1} ， h_{v2} 等のようは同一脚内の各磁路磁束間の関係について考える。基本波については才1編(1.92)～(1.95)式の関係がそのまゝ成立する。高調波については，仮定により脚磁束中には高調波を含まないので，R字形鉄心においては， h_1 ， h_2 ， h_3 中の高調波 \dot{B}_{1n} ， \dot{B}_{2n} ， \dot{B}_{3n} はまったく等しい。ところが h_2 と h_3 は逆波形なので(3.37)式が成立し，その結果各高調波ベクトルは対称軸上に存在する。C形鉄心においては， h_{u1} ， h_{v1} ， h_{w1} ， h_{uv} ， h_{uv} と h_{u2} ， h_{v2} ， h_{w2} ， h_{uvn} ， h_{wvn} 中の高調波は振幅が等しく，位相が逆の関係にある。その中でも h_{v1} と h_{v2} は逆波形なので(3.38)式の関係が成立し，各高調波ベクトルは対称軸と直角な線上に存在する。

R字形鉄心の中央磁路の各高調波ベクトル \dot{B}_{aun} ， \dot{B}_{avn} ， \dot{B}_{awn} については次式が成立する。

$$\dot{B}_{aun} + \dot{B}_{avn} + \dot{B}_{awn} = 0 \quad (3.46)$$

ところが， h_{au} と h_{aw} は逆波形の関係にあるので，その振幅は $B_{aun} = B_{awn}$ で，位相は対称軸から等角度となる。こゝで，磁路記号の末尾の添字は高調波の次数を示す。

以上の結果をもとに各形式の鉄心の磁束密度波形を式で示すと次のように表わされる。

(i) R字形鉄心

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= B_{11} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) + \sum B_{1n} \cdot \sin n(\omega t - 2\pi/3) \\ h_2 &= B_{21} \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3 - \theta_{21}) + \sum B_{1n} \cdot \sin n(\omega t - 2\pi/3) \\ h_3 &= B_{21} \cdot \sin(\omega t + \theta_{21}) + \sum B_{1n} \cdot \sin n(\omega t - 2\pi/3) \end{aligned} \right\} (3.47)$$

こゝで，

$$\left. \begin{aligned} B_{21} &= \sqrt{(2B_u)^2 + B_{11}^2} - 2\sqrt{3} B_{11} \cdot B_u \\ \theta_{21} &= \tan^{-1} \{ (2B_u - \sqrt{3} B_{11}) / (2\sqrt{3} B_u - B_{11}) \} \end{aligned} \right\} (3.48)$$

B_{11} ， B_{13} ，-----， B_{1n} は才1編(1.25)式，すなわち磁化曲線の形状が

り決定され、その値は正または負になる。

(ii) C10形鉄心

$$\begin{aligned}
 b_{u1} &= B_{u11} \cdot \sin(\omega t - \pi/2 - \theta_{u11}) + \sum B_{uin} \cdot \sin n(\omega t - \pi/2 - \theta_{uin}) \\
 b_{u2} &= B_{u21} \cdot \sin(\omega t - \pi/2 + \theta_{u21}) - \sum B_{uin} \cdot \sin n(\omega t - \pi/2 - \theta_{uin}) \\
 b_{v1} &= B_{v11} \cdot \sin(\omega t + 5\pi/6 - \theta_{v11}) + \sum B_{vin} \cdot \sin n(\omega t + \pi/3) \\
 b_{v2} &= B_{v11} \cdot \sin(\omega t + 5\pi/6 + \theta_{v11}) - \sum B_{vin} \cdot \sin n(\omega t + \pi/3) \\
 b_{w1} &= B_{u21} \cdot \sin(\omega t + \pi/6 - \theta_{u21}) - \sum B_{uin} \cdot \sin n(\omega t + \pi/6 + \theta_{uin}) \\
 b_{w2} &= B_{u11} \cdot \sin(\omega t + \pi/6 + \theta_{u11}) + \sum B_{uin} \cdot \sin n(\omega t + \pi/6 + \theta_{uin}) \\
 b_{v1n} &= B_{v1n1} \cdot \sin(\omega t + 5\pi/6 + \theta_{v1n1}) + \sum B_{v1nn} \cdot \sin n(\omega t + 5\pi/6 + \theta_{v1nn}) \\
 b_{v2n} &= B_{v1n1} \cdot \sin(\omega t + 5\pi/6 - \theta_{v1n1}) + \sum B_{v1nn} \cdot \sin n(\omega t + 5\pi/6 - \theta_{v1nn}) \\
 b_{vv} &= B_{vv1} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) + \sum B_{vvn} \cdot \sin n(\omega t - 2\pi/3) \\
 b_{vvn} &= B_{vvn1} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) + \sum B_{vvn n} \cdot \sin n(\omega t - 2\pi/3)
 \end{aligned}
 \tag{3.49}$$

∴

$$\left. \begin{aligned}
 \theta_{u11}/\theta_{u21} &\doteq B_{u21}/B_{u11} \\
 \theta_{v11} &= \cos^{-1} B_u/B_{v11}
 \end{aligned} \right\}
 \tag{3.50}$$

C20形鉄心に関し、(3.49), (3.50) 式が成立する。

(iii) R6形鉄心

$$\begin{aligned}
 b_{r1} &= B_{r11} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) + \sum B_{rin} \cdot \sin n(\omega t - 2\pi/3) \\
 b_{r2} &= B_{r21} \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3 - \theta_{r21}) + \sum B_{rzn} \cdot \sin n(\omega t - 4\pi/3 - \theta_{rzn}) \\
 b_{r3} &= B_{r21} \cdot \sin(\omega t + \theta_{r21}) + \sum B_{rzn} \cdot \sin n(\omega t + \theta_{rzn}) \\
 b_{au} &= B_{au1} \cdot \sin(\omega t - \pi/2 - \theta_{au1}) + \sum B_{aun} \cdot \sin n(\omega t - \pi/2 - \theta_{aun}) \\
 b_{av} &= B_{av1} \cdot \sin(\omega t + 5\pi/6) + \sum B_{avn} \cdot \sin n(\omega t + 5\pi/6) \\
 b_{aw} &= B_{au1} \cdot \sin(\omega t + \pi/6 + \theta_{au1}) + \sum B_{aun} \cdot \sin n(\omega t + \pi/6 + \theta_{aun})
 \end{aligned}
 \tag{3.51}$$

、、 z'' 、

$$\left. \begin{aligned} Br_{11} &= z \{ Br_{z1} \cdot \sin(\pi/6 - \theta_{rz1}) - \delta_s^A \cdot B_{\Delta u1} \cdot \sin \theta_{\Delta u1} \} \\ \theta_{rz1} &= \cos^{-1} \frac{(\delta_s^A + z) B_u - \delta_s^A \cdot B_{\Delta v1}}{z Br_{z1}} - \frac{\pi}{6} \\ \theta_{\Delta u1} &= \cos^{-1} \frac{B_{\Delta v1}}{z B_{\Delta u1}} - \frac{\pi}{3} \end{aligned} \right\} (3.52)$$

より、 n 調波以上の Br_{1n} 、 θ_{rzn} 、 $\theta_{\Delta un}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Br_{1n} &= (-1)^{\frac{n+1}{2}} \{ \delta_s^A \cdot B_{\Delta un} \cdot \sin n(z\pi/3 - \theta_{\Delta un}) \\ &\quad + Br_{zn} \cdot \sin n(\pi/6 + \theta_{rzn}) \} \\ \theta_{rzn} &= \frac{1}{n} \sin^{-1} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}} \delta_s^A \cdot B_{\Delta un}}{z Br_{zn}} - \frac{z}{3} \pi \\ \theta_{\Delta un} &= \frac{\pi}{6} - \frac{1}{n} \sin^{-1} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} B_{\Delta un}}{z B_{\Delta un}} \end{aligned} \right\} (3.53)$$

Br_{zn} 、 $B_{\Delta un}$ 、 $B_{\Delta vn}$ は磁化曲線の形状から決定される。

その他の形式の鉄心の場合でも同様になさるゝをすれば、各磁路の磁束波形の性質が推定できる。

オ4章 計算結果と考察

本章では、オ1章で求めた磁化曲線の近似式を使用して各形式の鉄心の特性をオ2章の手順で計算した結果について述べる。C20形鉄心の特性はB形鉄心のそれとほとんど同じなのでその結果は割愛した。

オ3.5図に示したように、オ2章の方法で各磁路の1°ごとの磁束密度波形が求まると波形解析を行なう。波形解析法は付録付ス.ス.1図に準じた。これによって極値、マイナーループの振幅・位置、波形率、いずみ率、突加値電圧等が計算できる。さらに、調波解析を行ない各高調波の振幅、位相角も計算した。その結果はオ3章で提案したいずみ波ベクトル表示法で表わした。

次にこれらのデータをもとに、オ2編で提案した方法で、オ1編3.2節の(1.103), (1.104), (1.106)式に対応する式を使って鉄損の計算を行なった。

鉄心寸法の影響を知るために σ_r , σ_m , σ_b , σ_c をパラメータとして各特性を求めた。また、材質の影響を知るために509Fと410について計算を行なった。本章の各図で(a)図は509Fの場合を、(b)図は410の場合を示す。材質510の結果についてはオ5章で述べる。計算した脚の磁束密度の範囲は、線形の場合と同様無方向性けい素鋼板では5~15kG, 方向性けい素鋼板では8~18kGである。これによって常用磁束密度を含む非飽和領域から飽和領域までの特性を知ることができる。本章の各図中の・印は線形解の値を示す。

各磁路の磁束密度記号はオ1編と同様につけしたが、添字の最後のケは高調波の次数を表わすことにする。たとえば、 B_{11} , B_{1n} はR3形鉄心の外側磁路の基本波およびオ1調波ベクトルを表わす。また、各脚の最大磁束密度 B_{u1} , B_{u2} , B_{u3} は等しいので以後これを B_{uq} と書く。各磁路の最大磁束密度は B_{u1} , B_{u2} , B_{u3} 等のように大文字で表わす。

使用した計算機は、FACOM 230-60およびHITAC 5020Eである。

4.1 各磁路の磁束密度波形

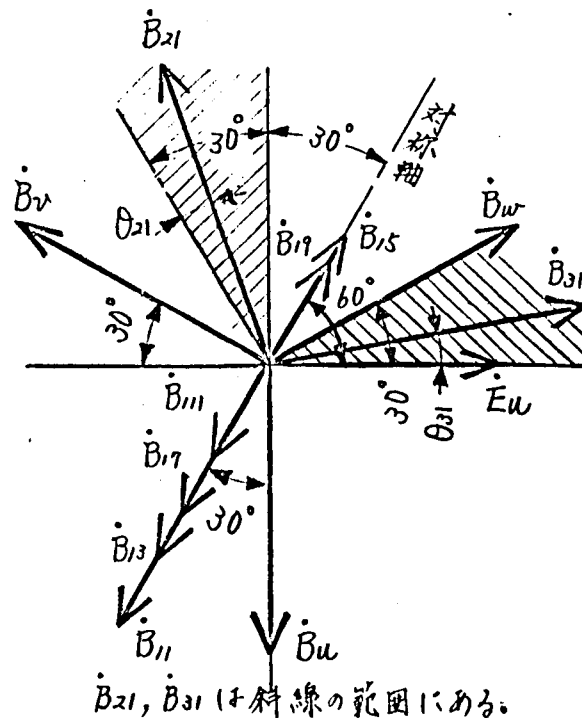
4.1.1 R3形鉄心⁽³⁸⁾

オ3.11図に計算の結果得られるベクトル図を示す。オ3章で述べたように各磁路の高調波の振幅，位相はまったく等しく， \dot{B}_1 の基本波 \dot{B}_{11} の方向と同相， \dot{B}_2 は逆位相に入る。すなわち，一般に

$$\dot{B}_{1n} = \dot{B}_{2n} = \dot{B}_{3n} \quad (3.54)$$

すなわち，図には \dot{B}_{1n} のみを示した。 \dot{B}_{1n} が \dot{B}_{11} と同相に入るか，逆位相に入るかは脚の磁束密度に因するが，それを表すために \dot{B}_{1n} に正負を付し，その正方向をオ3.11図のベクトルの向きにとった。

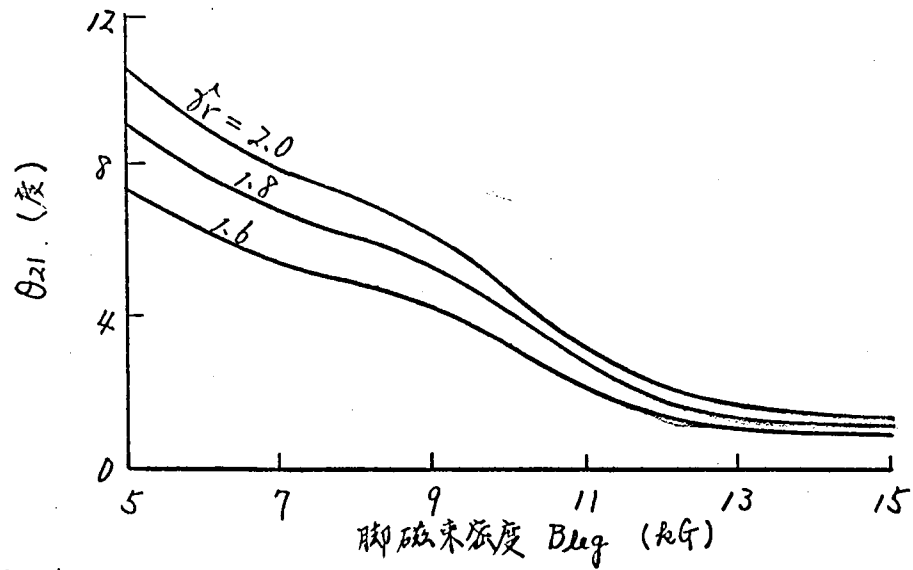
\dot{B}_{11} の位相角は磁束密度 B_{leg} および磁路長比 γ_r に無関係に一定で，線形の場合と同じである。



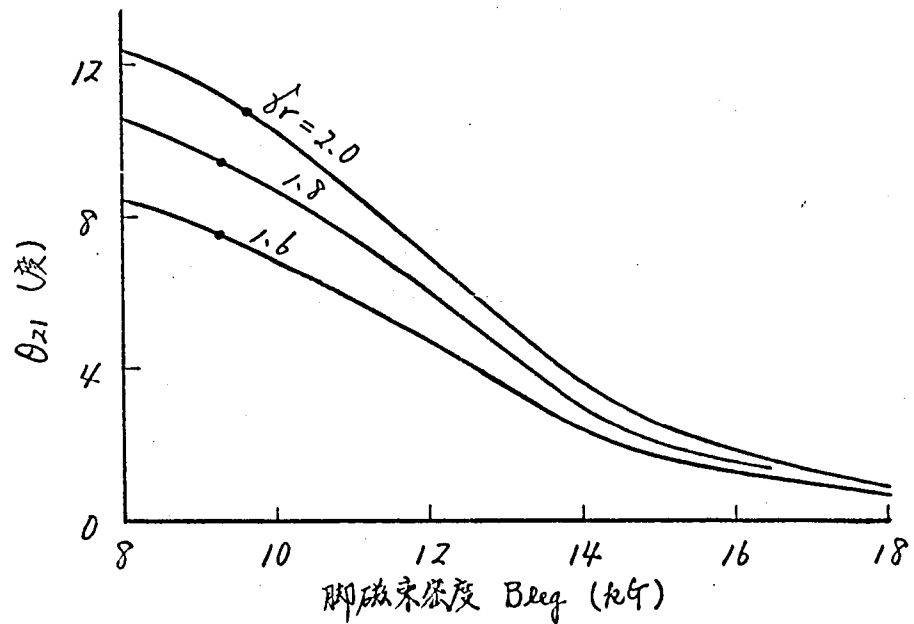
オ3.11図 R3形鉄心の磁束密度ベクトル図

磁束密度 B_2 と B_3 の基本波ベクトル \dot{B}_{21} ， \dot{B}_{31} の基準点からのずれ θ_{21} と θ_{31} は等しいので， θ_{21} のみをオ3.12図に示す。この図は線形の場合のオ1.10図に対応する。高磁束密度になると磁路長比 γ_r の影響は少なくなり， $\theta_{21} \rightarrow 0^\circ$ に近づく。また，S09Fの方がオ10より θ_{21} が小さい。

そのわけはG10の方が高磁束密度まで飽和しないためである。



(a) 材質S09Fの場合

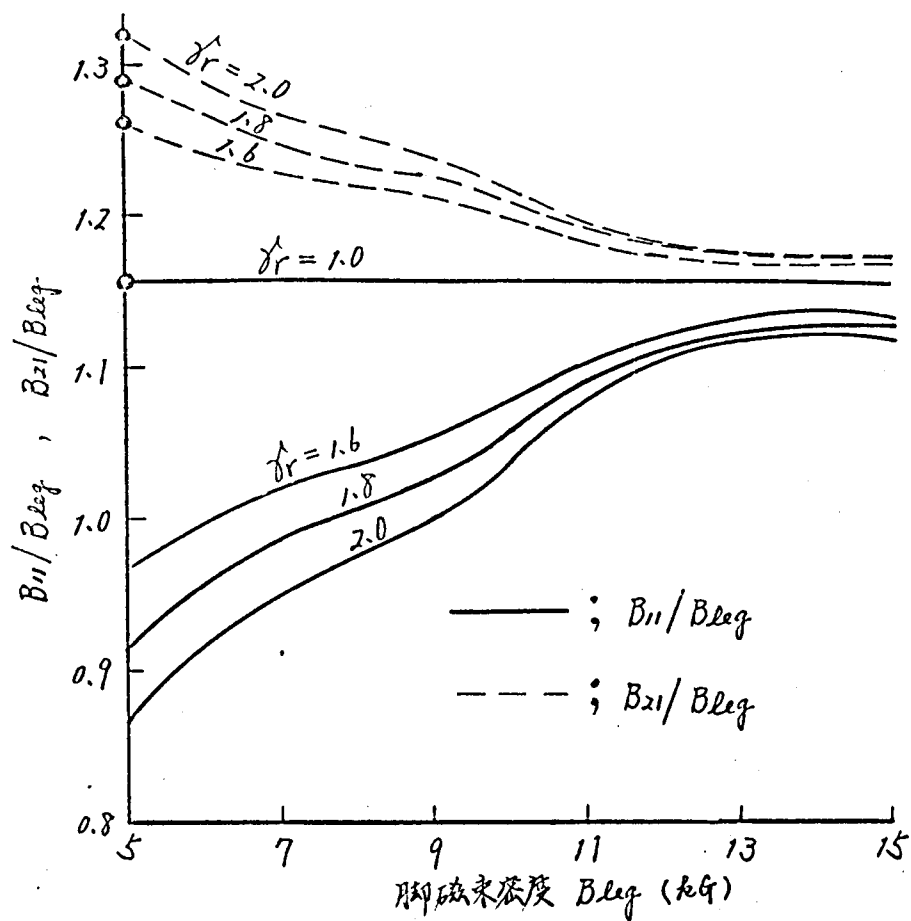


(b) 材質G10の場合

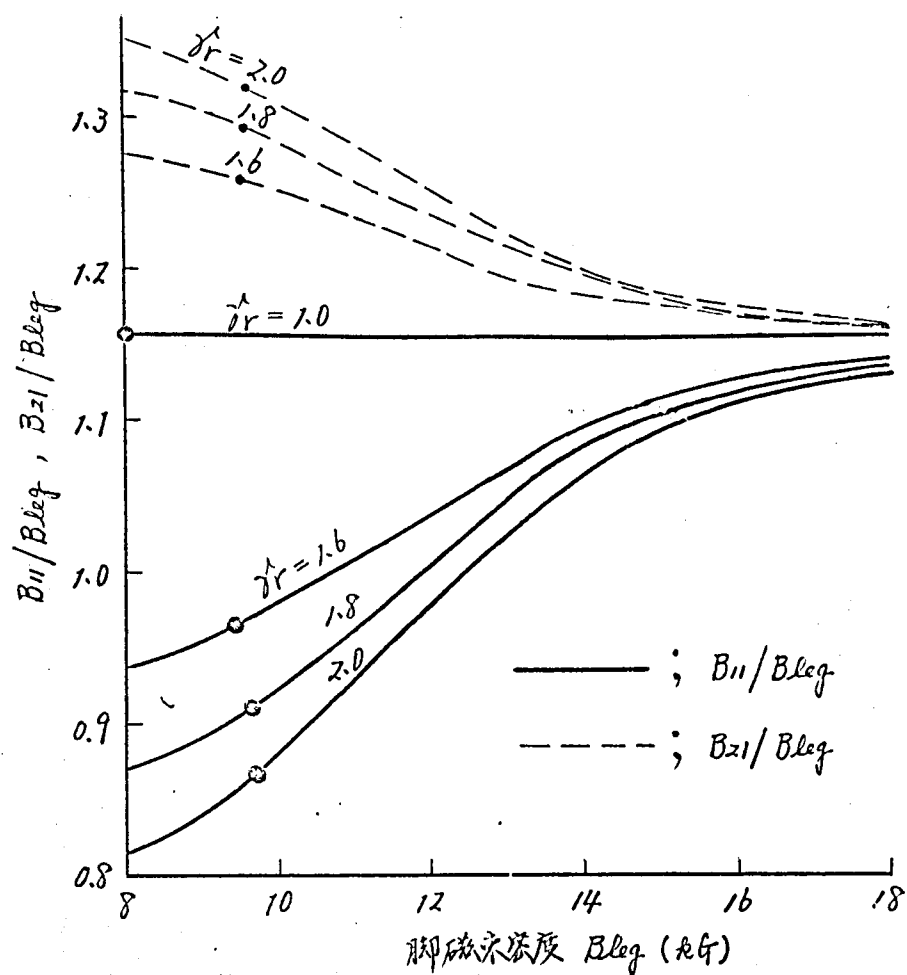
オ3.12図 内側磁路の基本波の位相変化

$\lambda_r = 1$ のとき θ_{z1} は 0° とする。

オ3.13図は脚の磁束密度 B_{leg} に対する各磁路の基本波の磁束密度の割合を示す。 $\lambda_r = 1$ の場合は B_{leg} に影響されず、線形の場合と同様 $2/\sqrt{3}$ となっている。これによって、磁路長比 λ_r が大きくなると B_{11}/B_{leg} が減少し、 B_{z1}/B_{leg} が増加する原因は主として λ_r であることがわかる。高磁束密度になると B_{11}/B_{leg} 、 B_{z1}/B_{leg} はいずれも $2/\sqrt{3}$ に近づく。

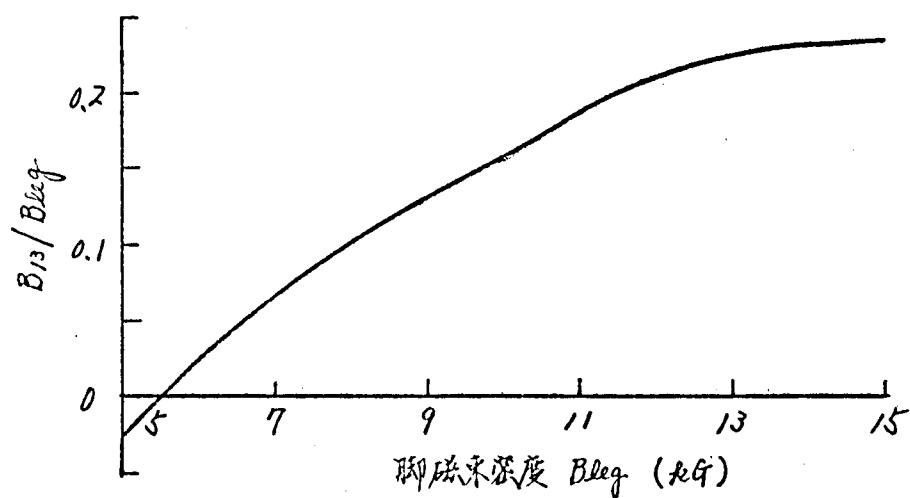


(a)
材質 509F の場合

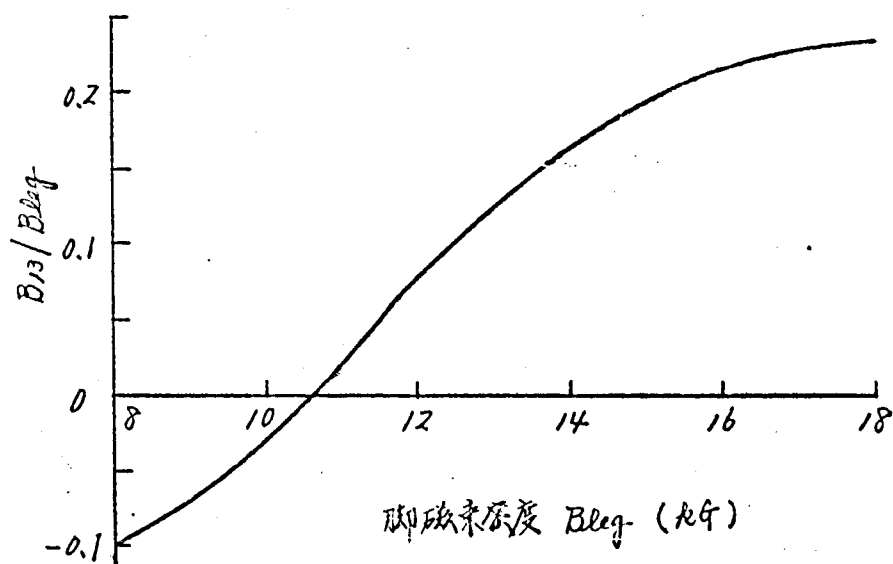


(b)
材質 G10 の場合

*3.13 図 各磁路の基本液の磁束密度



(a)
材質 S09F の場合



(b)
材質 G10 の場合

オ3.14図 各磁路のオ3調波の磁束密度

オ3.14図にオ3調波の振幅 B_{13} の動向を示す。 B_{13} は脚の磁束密度 B_{leg} が増加するほど大きくなるが、 γ_r によってもほとんど変化しない。低磁束密度においては基本波 B_{11} と逆位相に入るが、高磁束密度になると同相に入り、磁束波形をへん平にする。 B_{13} は B_{21} 、 B_{31} に対しては同相から θ_{21} だけずれるので、 α_2 と α_3 の波形は逆波形の関係をもち、オ3調波分は全高調波中最大の含有率を示し、その値は常用磁束密度付近で20%程度である。

オ5, 7調波は $\gamma_r=1$ のとき存在し得ない。 $\gamma_r=1$ の場合には、 $B_{11}=B_{21}$

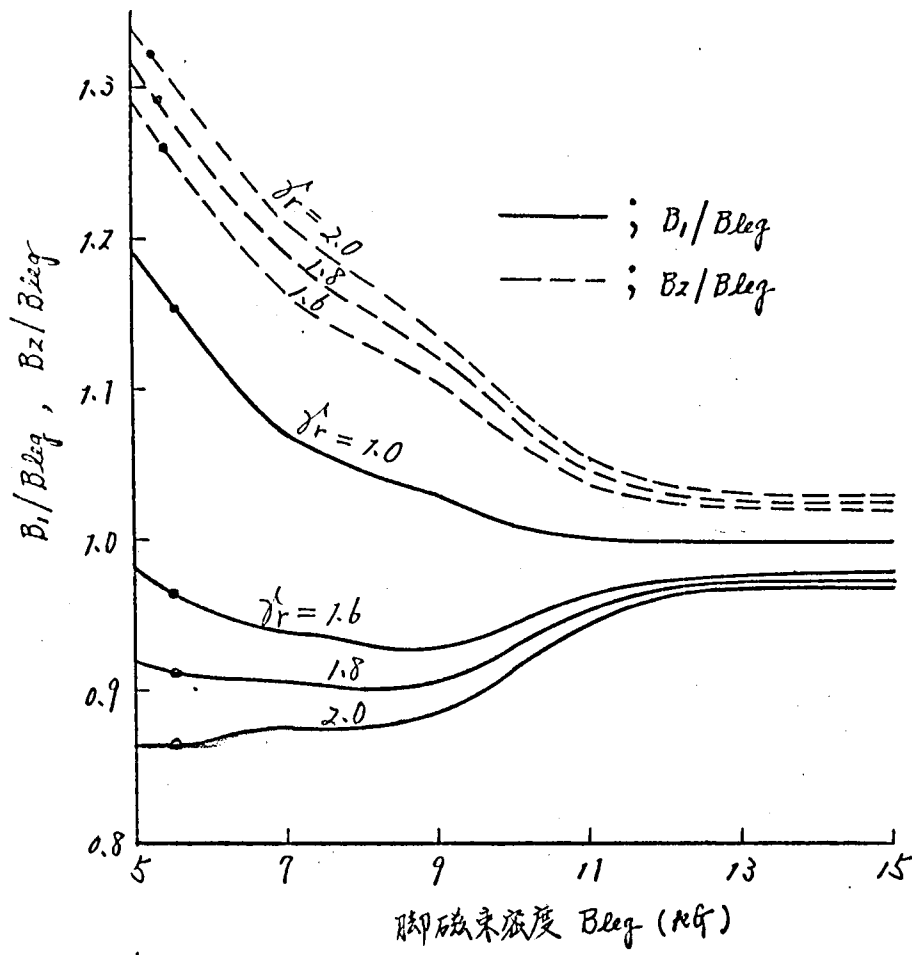
ぐに $\theta_{21} = 0$ なのでも、 α_1 , α_2 , α_3 は零相分のみを含む、全く同じ波形の対称三相いずみ波となる。 $\alpha_r = 1.8$ 程度の一級調波の鉄心の帯用磁束密度近隣におけるオ5, 7調波の含有率は1%以下で、オ9調波の含有率(2%程度)より少ない。オ5, 7調波の発生原因は各磁路の磁気抵抗の差であるから、 α_r が変われば当然これらの含有率は変化すると、また高磁束密度になると磁路長が磁気抵抗に与える影響がわずかに異なるので、 α_r が1でない場合でも $\alpha_r = 1$ の場合の値に近づく。したがって、高磁束密度においては(3.43), (3.45)式を満足する次数の高調波は無視できる。

オ3.15図(次頁)は各磁路の最大磁束密度 B_1 , B_2 と脚磁束密度の関係を示す。 α_r による変化傾向は線形の場合と似ているが、低磁束密度においてはオ3調波が B_{11} と逆位相に入るため波形が尖鋭となり、線形の場合より B_1 , B_2 が大きくなる。高磁束密度になると B_1 , B_2 は脚の磁束密度に接近する。

オ3.16図に $\alpha_r = 1.8$ の場合の各磁路の磁束密度波形 α_1 , α_2 を脚の磁束密度をパラメータとして示す。

α_1 の波形は $\omega t = 120^\circ$ において横軸と交差する 90° 対称波となる。高磁束密度になるとオ3調波が同相に多量に混入するに似たような波形となり、最大磁束密度の増加を抑制する。 α_r が大きくなると、低磁束密度のときは最大磁束密度 B_1 がいくぶん減少するが、高磁束密度になると α_r による波形の変化は微小である。オ10の波形はじやっかん低い磁束密度における $\delta 09F$ の波形に似ている。オ10の波形は $\delta 09F$ の波形とほぼ同じである。(オ3.42図参照)

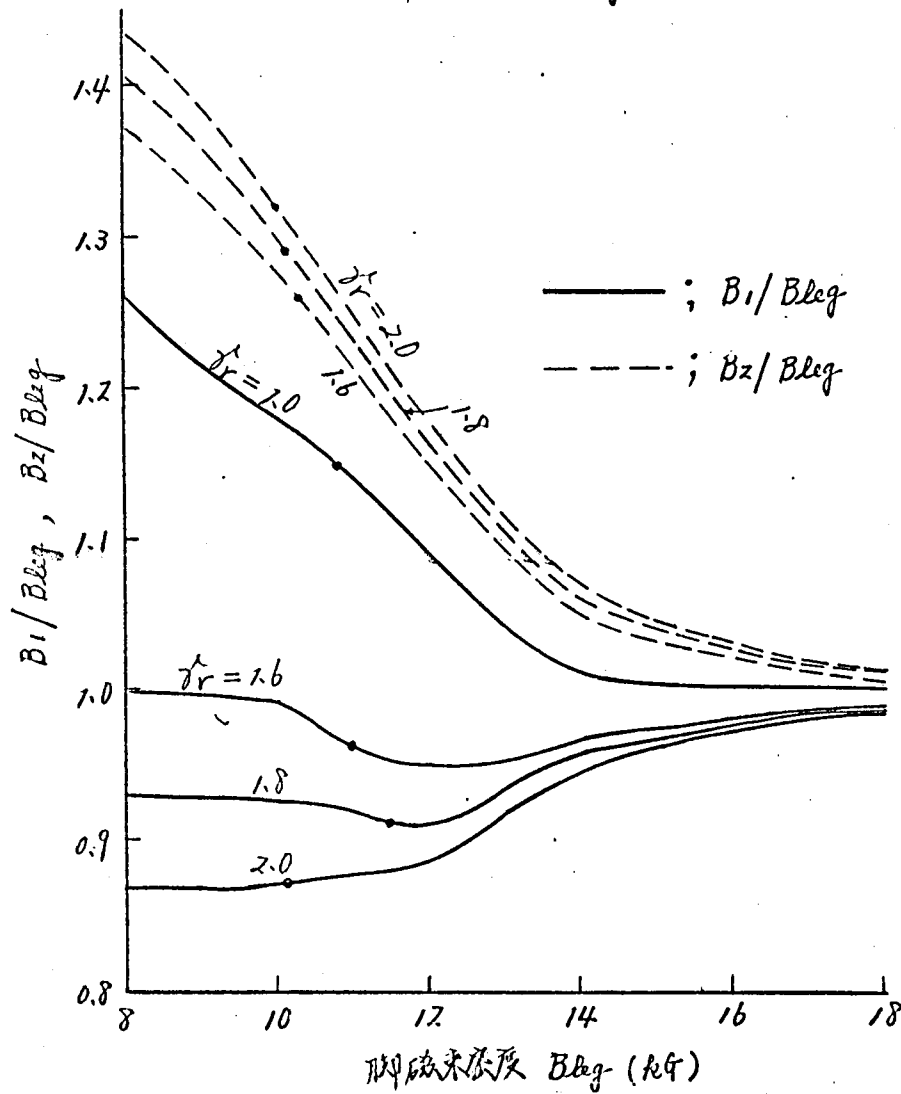
α_2 の波形においては、横軸と交差する点の ωt の値は磁束密度が減少するにつれて 60° から増加する。 α_r が1から増加する場合も同様な傾向を示す。また、 α_r が増加すると最大磁束密度も増加するが、高磁束密度になるとその影響はわずかである。その他の事項については α_1 の波形と同じ傾向を示す。 α_2 と α_3 は位相差 30° の逆波形で、 α_2 は右肩の上への波形となり、 α_3 は左肩の上への波形になる。その原因は基本波の位相角が対称位置より θ_{21} だけずれているためである。 $\alpha_r = 1$ の場合には、 α_1 ,



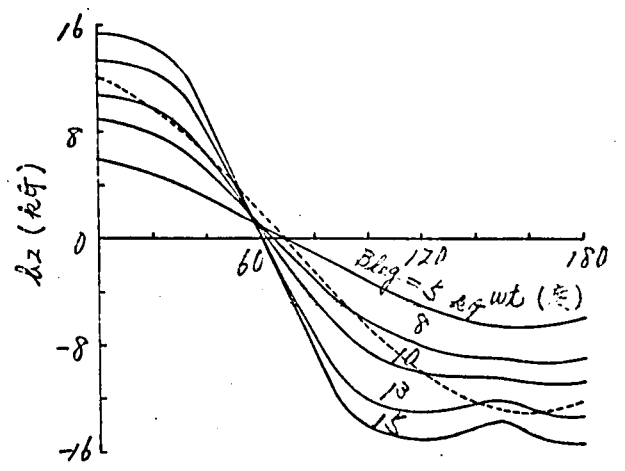
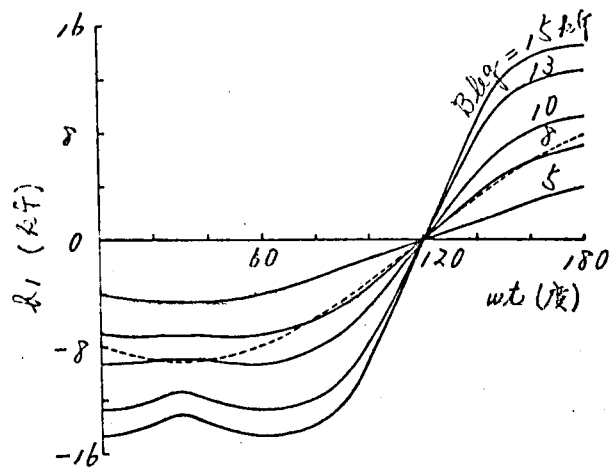
(a)
材質 S09F の場合

才 3.15 図

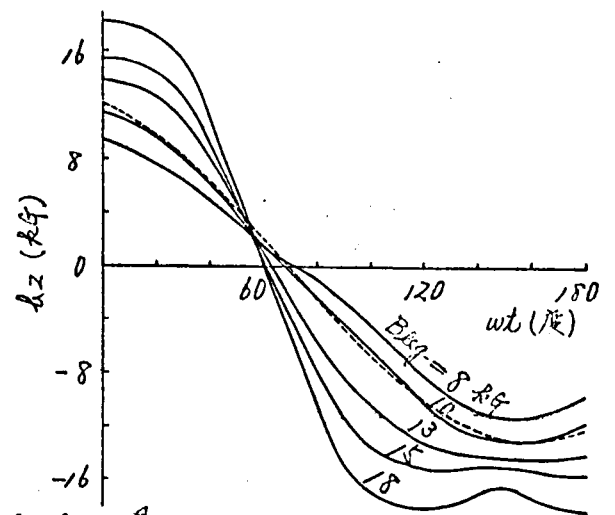
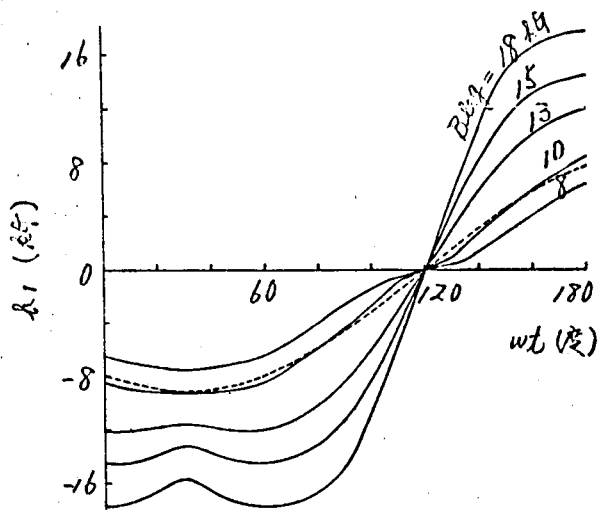
各磁路の最大磁
束密度



(b)
材質 G10 の場合



(a) 材質 S09F の場合



(b) 材質 G10 の場合

- 点線は $B_{leg} = 10$ kg の線形解 (正弦波)

オ3・16図 $\beta_r = 1.8$ の場合の各磁路磁束密度波形

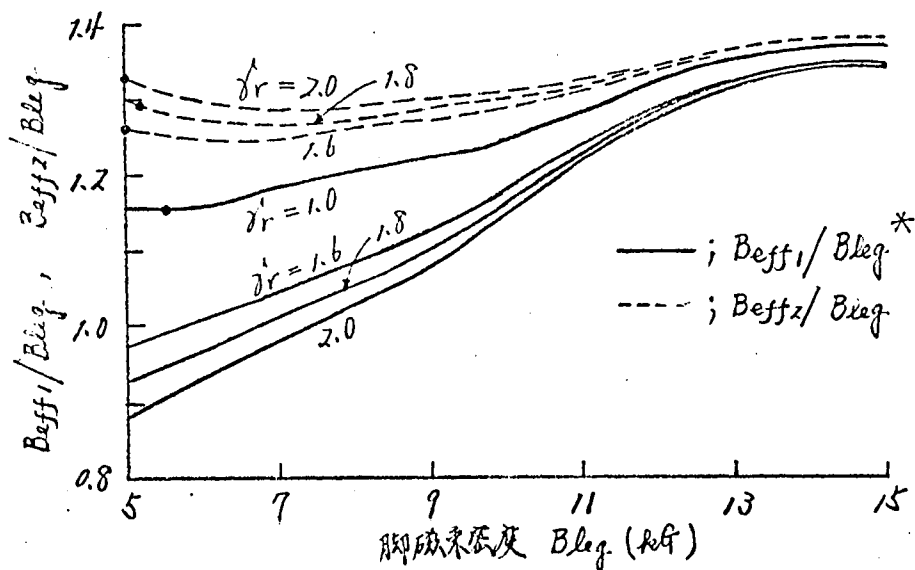
B_2 , B_3 はまったく同じ形状の 120° づつ位相のずれに 90° 対称派となる。
 前述のように、オ3調波磁束は各磁路に同じ大きさで入り、しかも β_r が変化してもその変化はわずかなのであるのに対し、基本波の振幅については、オ3の図に示すように B_{11} の方が B_{21} より小さく、しかもこの傾向は β_r が大で、かつ低磁束密度の場合に著しい。したがって、波形率は B_1 の方が B_2 , B_3 より大きく、この傾向は β_r が大になるほど著しくなる。 B_1 , B_2 の両波形とも磁束密度が増加すると波形率も増加する。

未知値電圧に対応して未知値磁束密度 B_{eff} を次式で定義すれば、 B_{eff}

はオズ縮 (2.42) 式が示すように電流損に対応する。

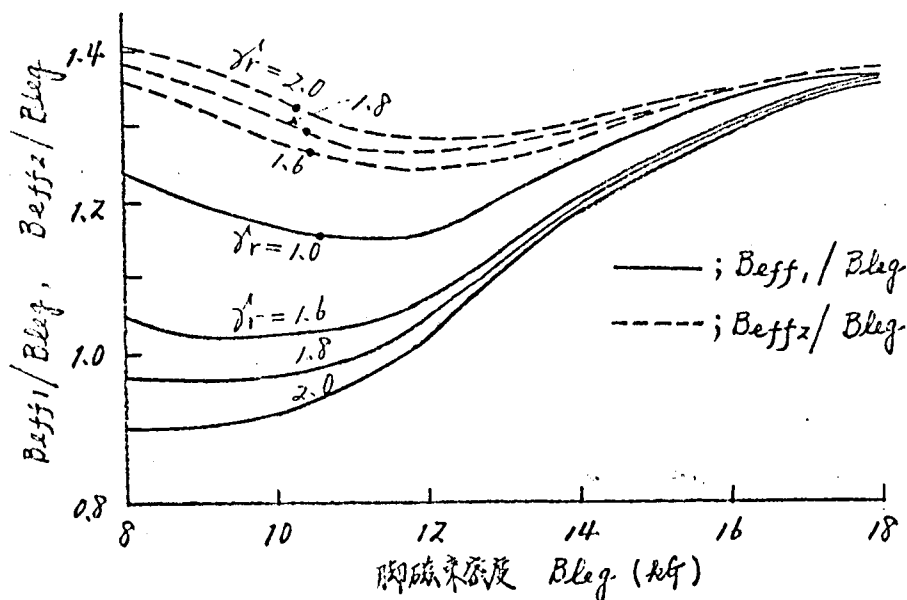
$$B_{eff} = F \cdot B_m = \sqrt{\sum (n \cdot B_n)^2} \quad (3.55)$$

ここで、 F はオズ縮で定義した浪形率係数、 B_m は各磁路の最大磁束密度とする。 B_{eff} と B_{leg} の関係をオズ・ワグ図に示す⁽³⁸⁾。高磁束密度になるとするべし、この磁路の B_{eff}/B_{leg} は 1.4 に近づく。



(a)

材質 S09F の場合



(b)

材質 G10 の場合

オズ・ワグ図 各磁路の最大値磁束密度

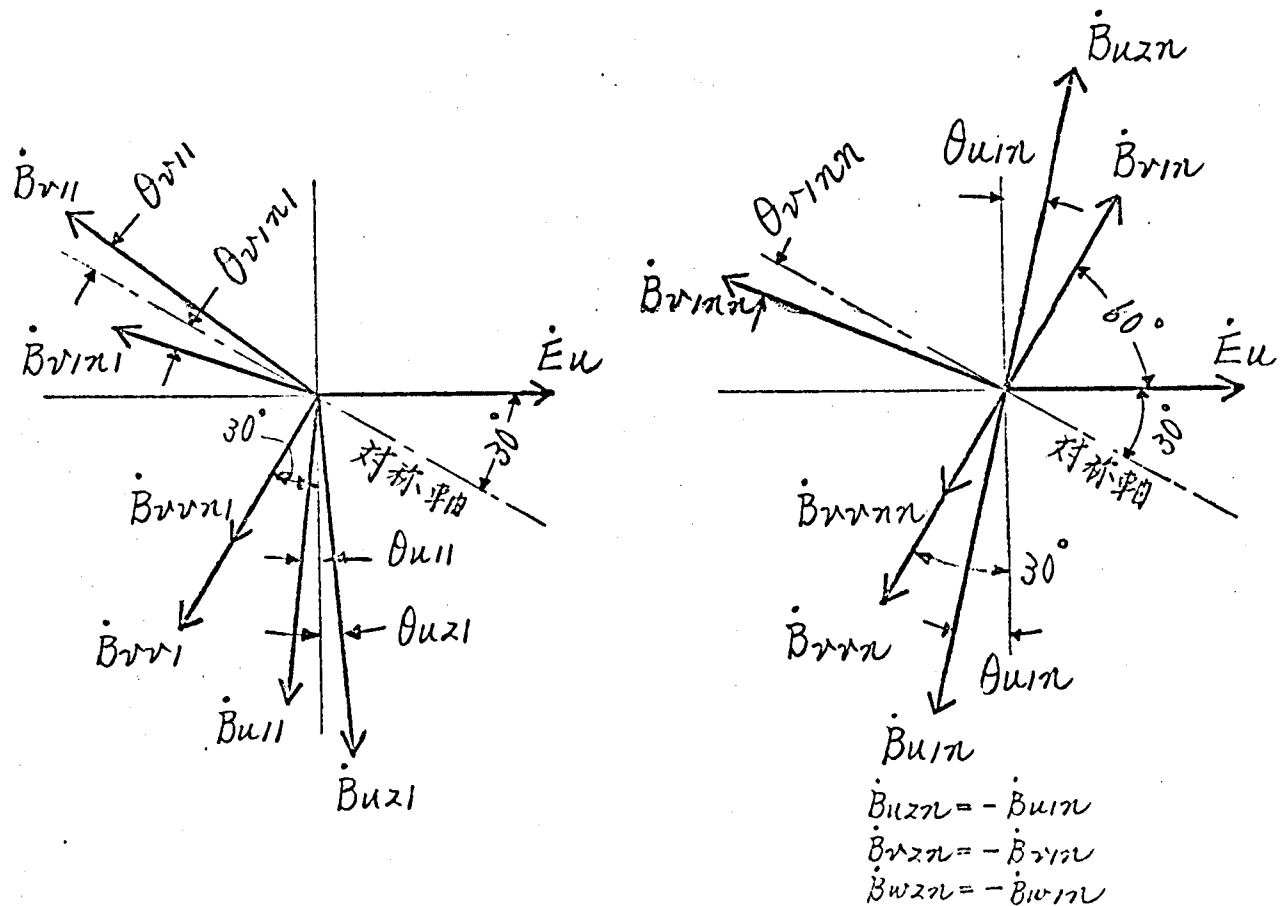
オズ・12, 3.13, 3.15, 3.17 図をみると、脚の磁束密度が S09F では 5~6 kg, G10 では 10~12 kg のとき線形域^{**}に通くはっているが、この磁束密度はオズ・3 図でオズ・測法が零になる磁束密度の近傍である。

脚注 * B_{eff1} , B_{eff2} はそれぞれ磁路 1, 2 の最大値磁束密度を表す。

脚注 ** 線形域は各図に・印で示す。

4.1.2 C10形鉄心

オ3.18図に計算の結果得られるベクトル図を示す。(a)図は基本波のベクトル図で、 \dot{O}_{u11} , \dot{O}_{u21} , \dot{O}_{r11} , \dot{O}_{r1n1} の基準点は線形の場合のオI編オ1.11図と同様にとり、 \dot{B}_{r11} , \dot{B}_{r1n1} の位相角は線形解の場合と同様寸法比が、 \dot{B}_{u1} , 脚磁束密度 B_{leg} に関係は一足である。(b)図は高調波のベクトル図で、 \dot{O}_{u1n} , \dot{O}_{r1nn} の基準点は基本波の場合と同じである。 \dot{B}_{u2n} は $-\dot{B}_{u1n}$ に等しく、 \dot{B}_{r1n} の位相角は 60° 一足である。 \dot{B}_{u2n} , \dot{B}_{u1n} , \dot{B}_{u2n} , \dot{B}_{r2nn} は逆波形の関係から(オ.49)式のうに表わされるので、これらの振幅および位相については今後説明を省略する。また以後の図において、振幅はらびに位相角の正方向は本ベクトル図の向きにとることとする。



(a) 基本波のベクトル図

(b) 高調波のベクトル図

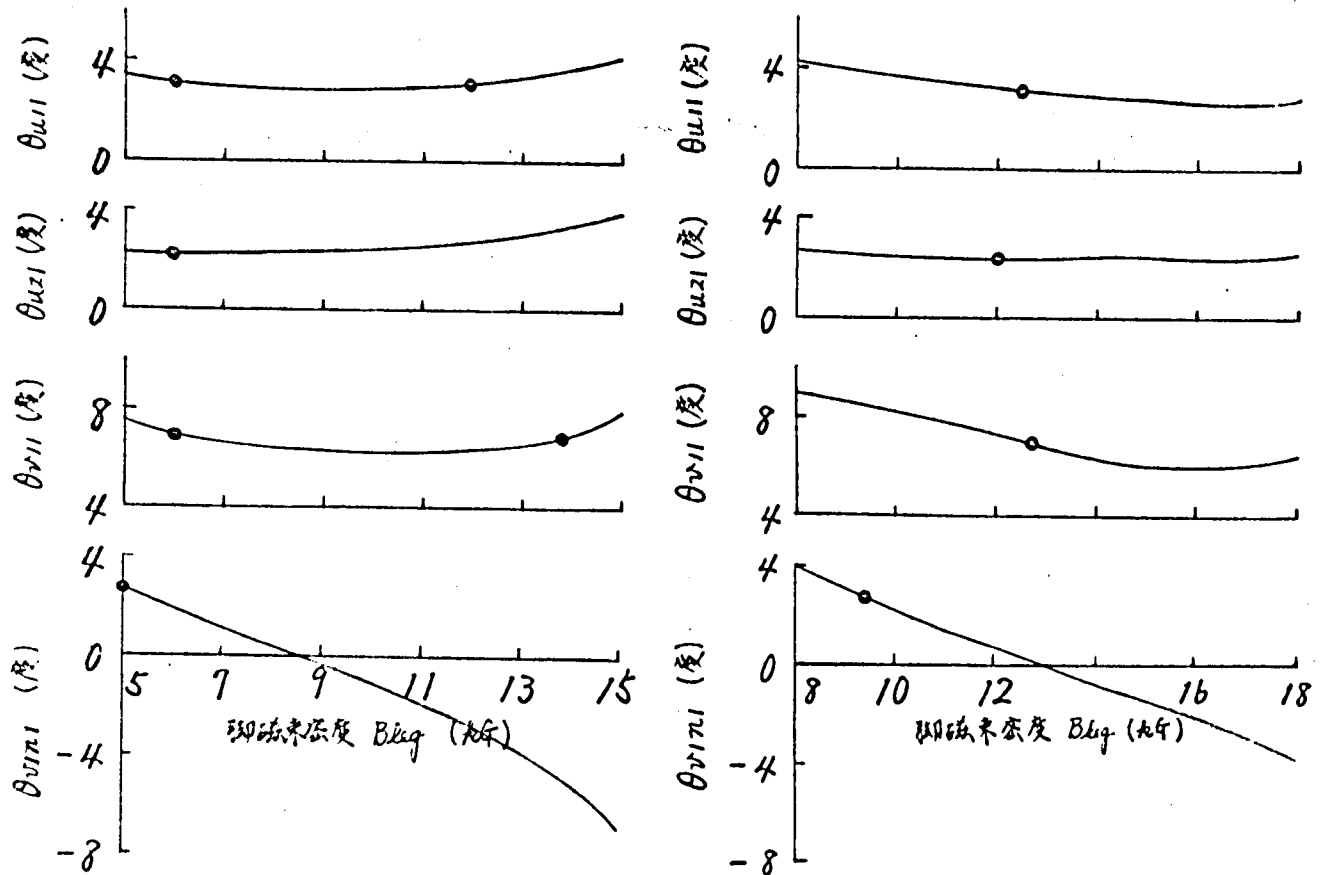
\dot{B}_{u2n} , \dot{B}_{u1n} , \dot{B}_{u2n} , \dot{B}_{r2nn} と \dot{B}_{r1n} , \dot{B}_{u2n} , \dot{B}_{u1n} , \dot{B}_{r1nn} は対称軸に関し、対称な位置に存在する。

オ3.18図 C10形鉄心のいずみ波ベクトル図

V脚上・下部分の元々率 \dot{B}_{u1} は0.5ですかであること、線形解の結果

よりわかっているのですが、本章以後は $\phi_r = 0.5$ の場合についてのみ検討する。
寸法比については、 $\phi_r = 1.8$, $\phi_h = 2.0$ の場合を代表例として以後の各図
に示した。

オ3.19図に基本液の位相角が脚磁束密度によって変化する様子を示す。
図から $\theta_{v1\pi1}$ 以外は磁束密度によってほとんど変化しないことがわかる。



(a) SO9F の場合

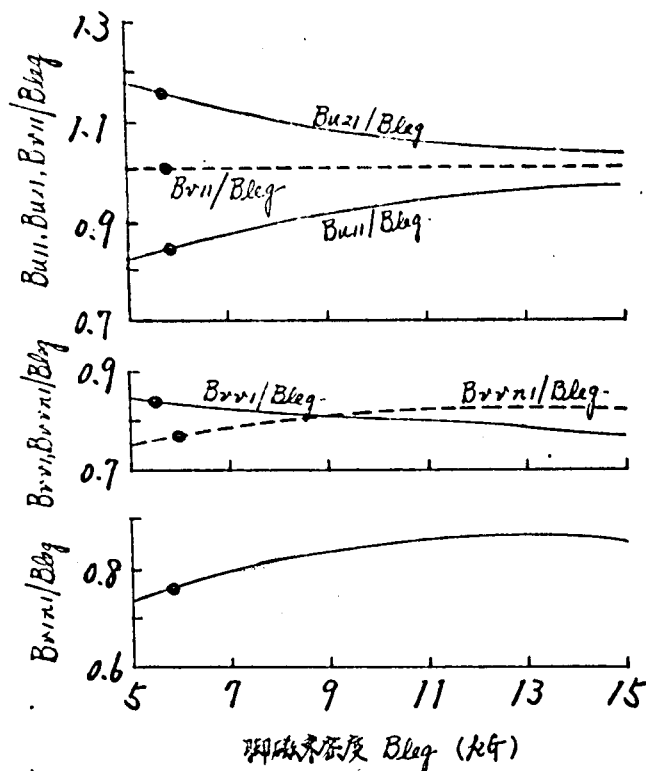
(b) G10 の場合

オ3.19図 基本液の位相角の脚磁束密度による変化

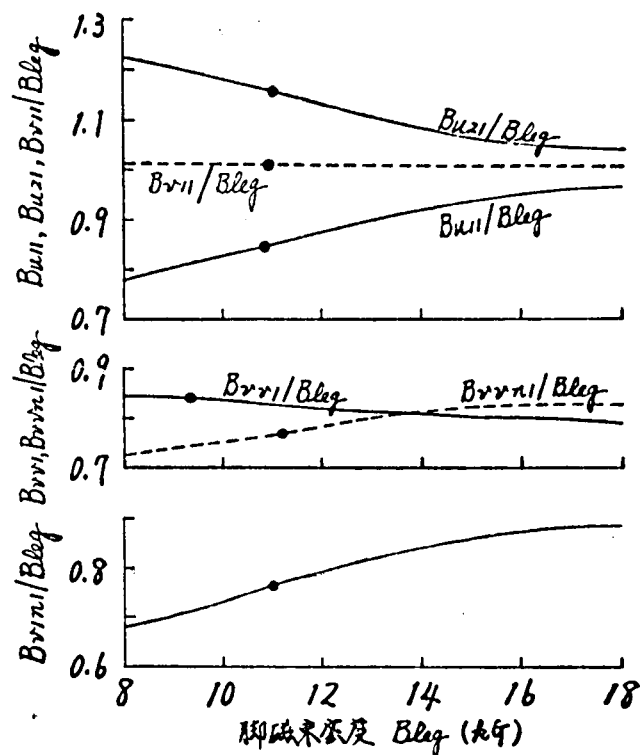
θ_{v11} は ϕ_r , ϕ_h が大きくなるほど大になる。また、 $\theta_{v1\pi1}$ も高磁束密度にわたってジャッカンこの傾向をもつ。その他の磁路の位相角は ϕ_r , ϕ_h にほとんど影響されない。

オ3.20図は脚の磁束密度に対する各磁路の基本液の磁束密度の割合を示す。中央脚の各磁路の磁束密度は B_{leg} の大きさに無関係にほとんど脚の磁束密度に等しいが、両外脚のそれらは高磁束密度になつたときのみ脚の磁束密度に近づく。また、高磁束密度になると $B_{v1\pi1}$ の方が B_{v11} より大きくなる。常用磁束密度の範囲では各磁路の基本液分磁束密度はかた

同一になることがわかる。 α_r , α_u が大きくなると次の傾向がある。低磁束密度において B_{u1} は増加するが、 B_{u11} , B_{u12} , B_{u13} 及び B_{u14} は減少する。ただし、 B_{u13} の減少量はわずかなのである。高磁束密度になると、これらの変化は微小となる。



(a) 509F の場合

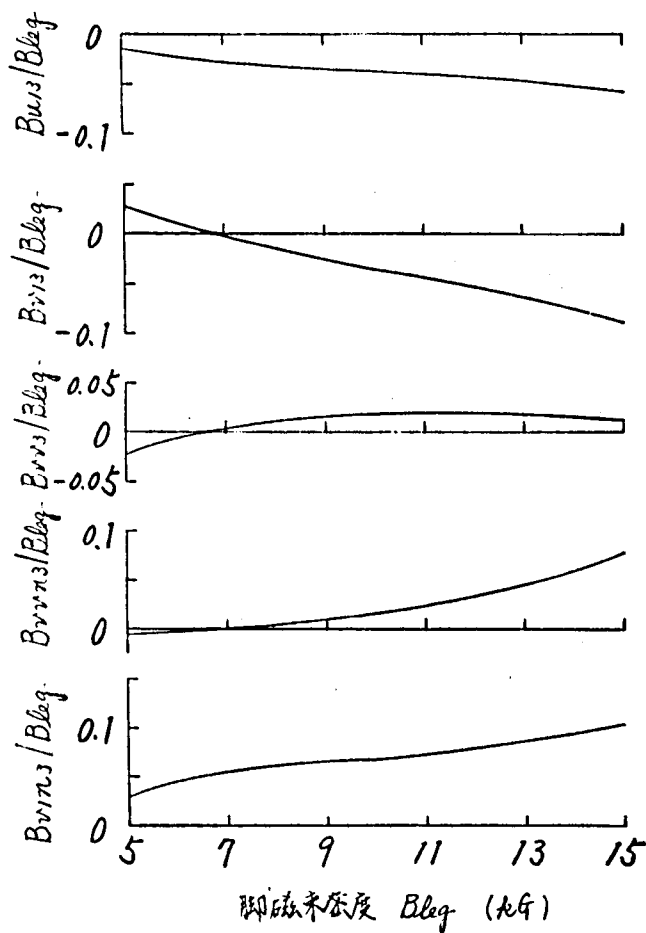


(b) G10 の場合

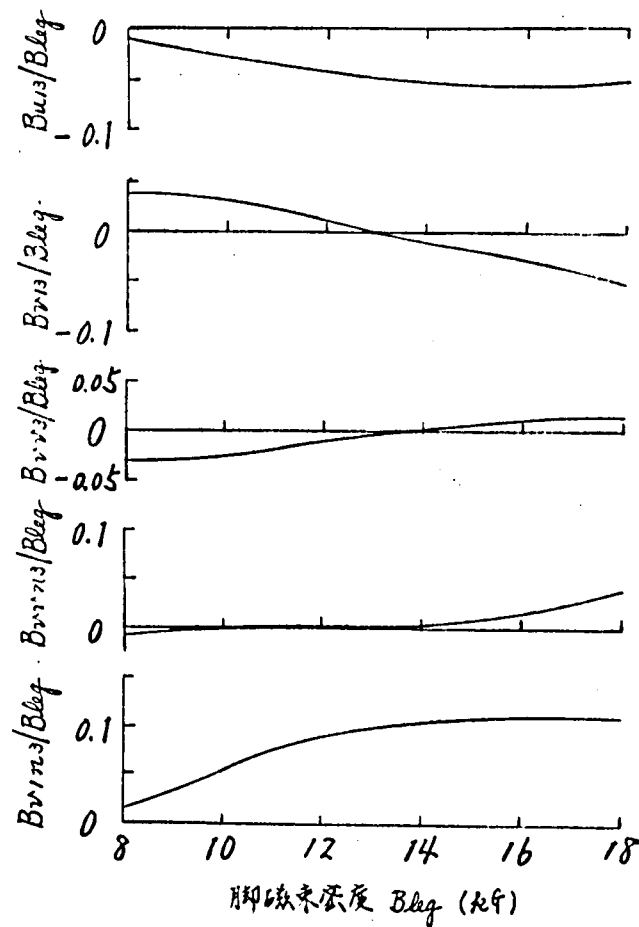
オ3.20図 脚磁束密度と基本波振幅の関係

オ3.21図にオ3調波の振幅関係を、オ3.22図にその位相関係を示す。いずれの磁路の高調波含有率もR3形よりはるかに少なく、509Fの7kg、G10の13kg近傍では B_{u11} , B_{u12} , B_{u13} 中にはほとんどオ3調波を含有しない。 B_{u13} はオ3.18図のベクトル図と逆方向を向いており、また B_{u13} は高磁束密度においてオ3.18図と逆向きになる。 α_r , α_u が増加すると各オ3調波の絶対値は増加する。

オ3.23図に各磁路の最大磁束密度と脚磁束密度の関係を示す。オ3.20図と比較するとわかるように、高調波の含有率が少ないので基本波振幅曲線と似た傾向をわっている。 B_{u2} , B_{u1} 以外の各磁路の最大磁束密度は常に脚の磁束密度より小さい。常用磁束密度の近傍では B_{u1} と B_{u2} の最大磁束密度はかなり接近し、線形解のときのような大きな差を示さない。

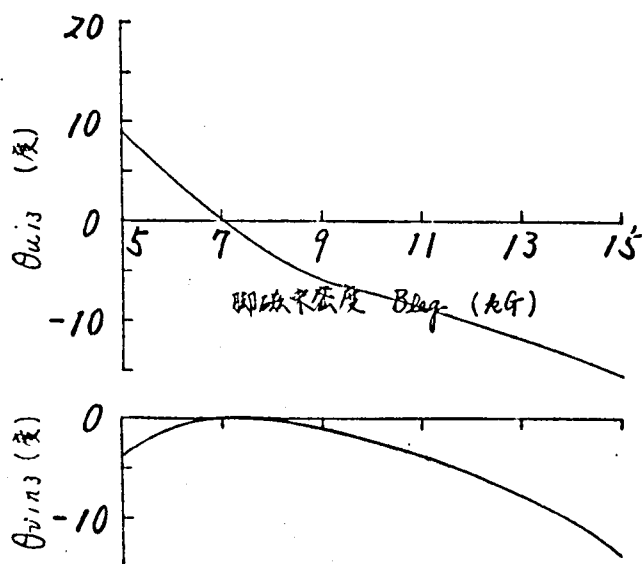


(a) 509F の場合

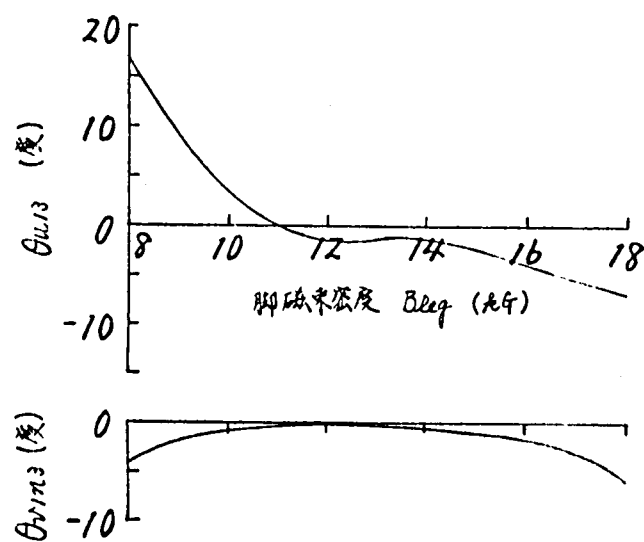


(b) G10 の場合

オ 3.21 図 脚磁束密度とオ 3 調波振幅の関係

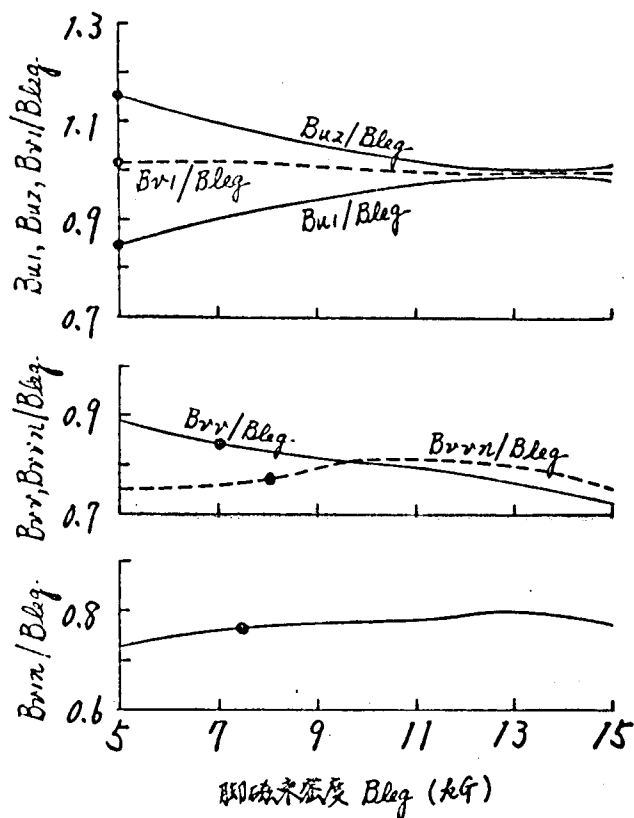


(a) 509F の場合

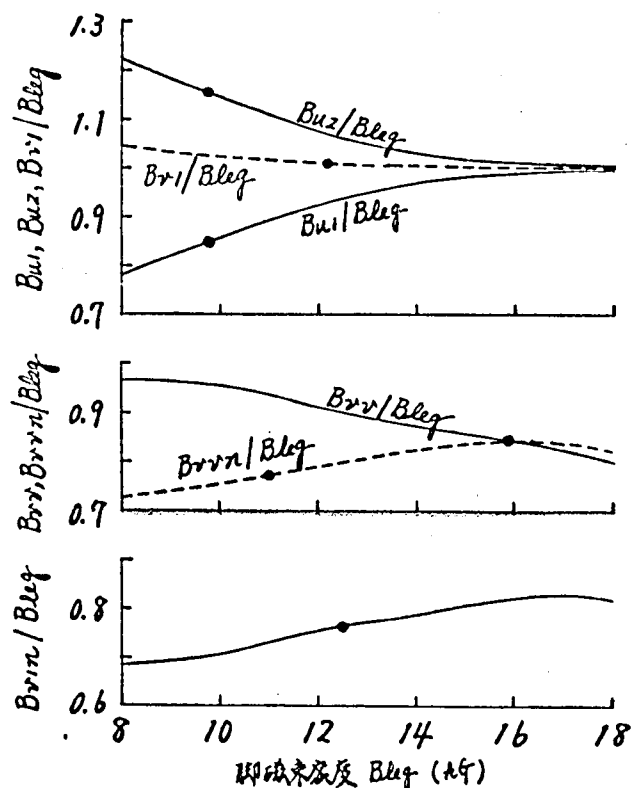


(b) G10 の場合

オ 3.22 図 オ 3 調波の位相角の脚磁束密度による変化



(a) S09Fの場合



(b) G10の場合

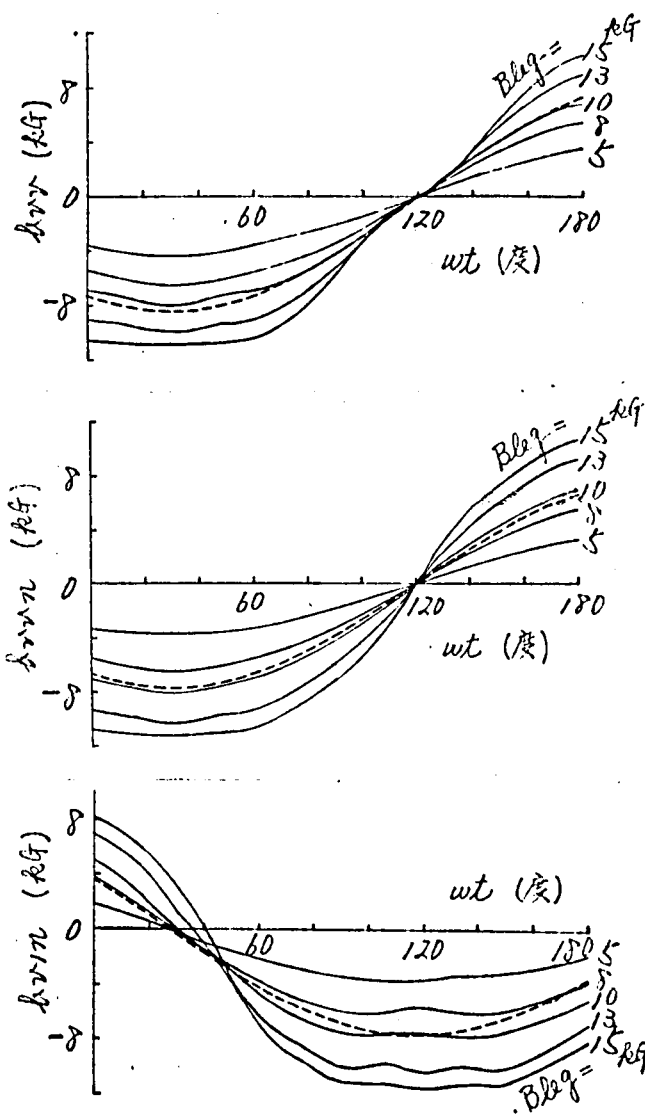
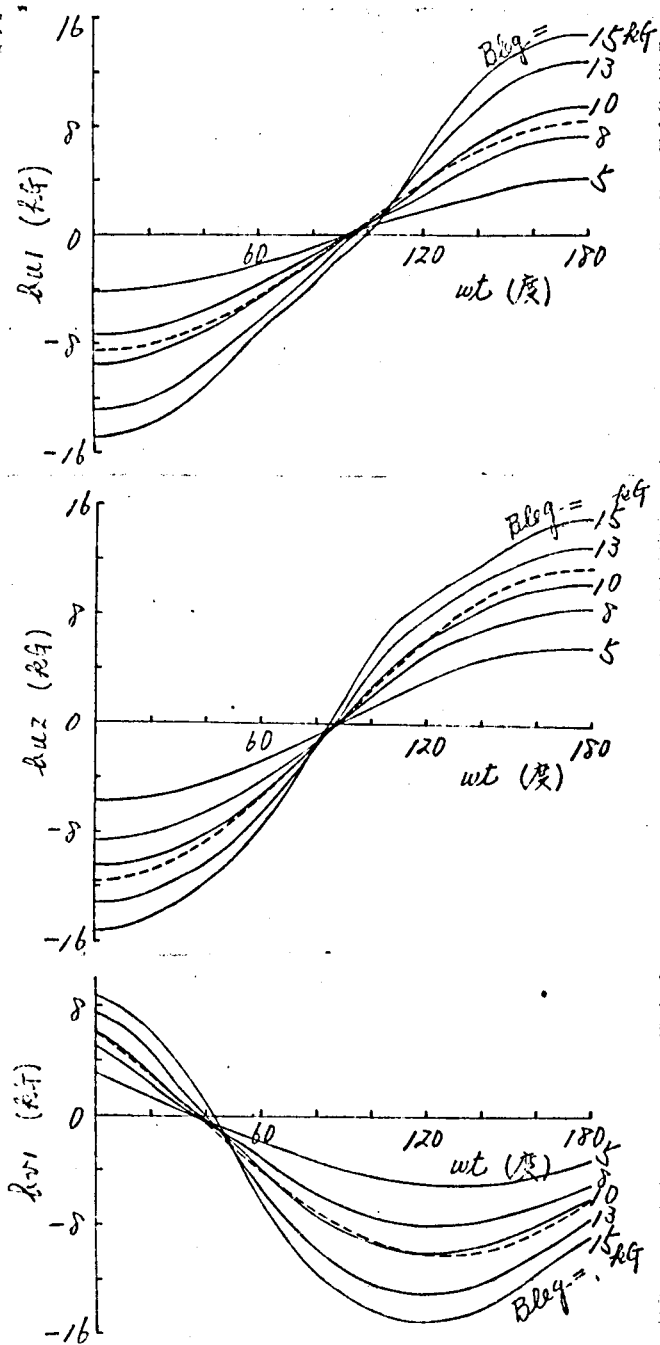
オ3・23 図 脚磁束密度と各磁路の最大磁束密度の関係

オ3・24 図に各磁路の磁束密度波形を脚の磁束密度をパラメータとして示す。参考のため10kgにおける線形解の波形を点線で示した。 ϕ_{rr} および ϕ_{rn} の波形は $\omega t = 120^\circ$ において横軸と交差する 90° 対称波になっている。いずれの磁路の波形も高調波の含有量が少ないので正弦波に近い形状を示している。

オ3・25 図に(3・55)式で定義された実効値磁束密度と脚磁束密度の関係を示す。 ϕ_r , ϕ_n が大きくなると $Beff_{u1}$ が減り、 $Beff_{u2}$ が増加する傾向は基本波振幅の場合と同様である。 $Beff_{rn}$ は ϕ_r , ϕ_n の増加とともに大きくなる。

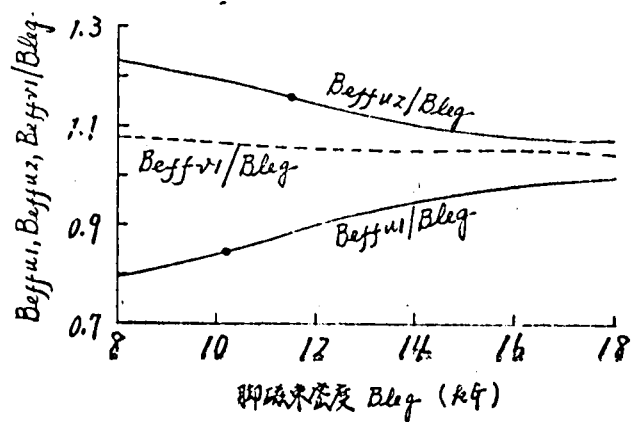
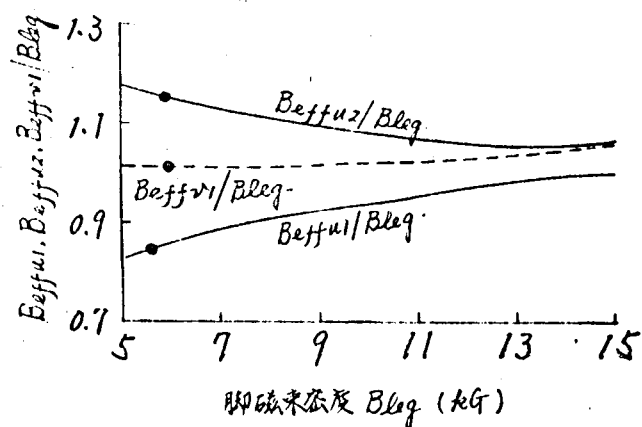
以上の各図で脚の磁束密度がS09Fでは5~6kg, G10では10~12kgのときの線形解^{*}に近い値を示している。また、高磁束密度になると磁路長比 ϕ_r , ϕ_n は磁束分布にほとんど影響を与えない。

脚注 * 線形解は各図に○印で示す。



才3.24 図

材質 S09F の場合の各磁路磁束
密度波形



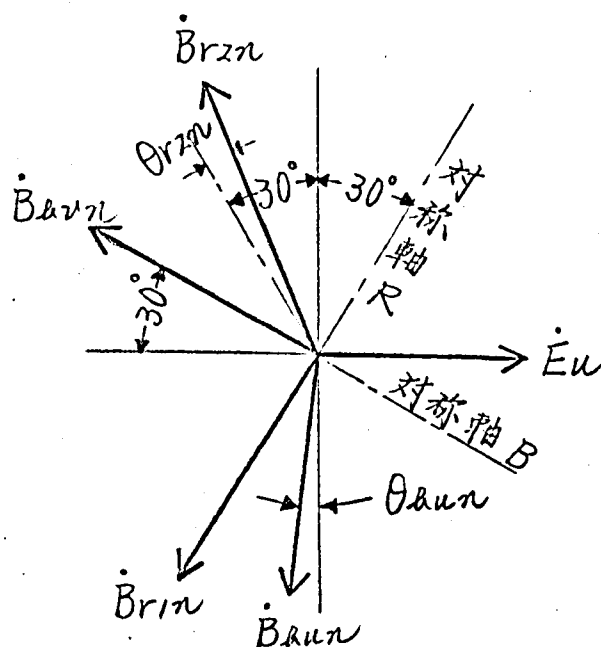
(a) S09F の場合

(b) G10 の場合

才3.25 図 脚磁束密度と各磁路の有効磁束密度の関係

4.1.3 R6形鉄心⁽³⁹⁾

オ3.26図に(3.51)式に対応したベクトル図を示す。 \dot{O}_{r2n} 、 \dot{O}_{a2n} の基準点は線形の場合のオI線オ1.16図と同様にとつた。 \dot{O}_{r3} 、 \dot{O}_{a3} の各調波成分ベクトルは逆波形の関係から求めるので省略した。^{*}以後の各図において、振幅はうびに位相変化の正方向は本ベクトル図の向きにとることとする。また、以後の各図は寸法比 $\delta_r = 1.8$ 、 $\delta_a = 2.0$ の場合で、実線は $\delta_s = 1.0$ 、 $\delta_c = 1.0$ 、点線は $\delta_s = 2.5$ 、 $\delta_c = 1.5$ の場合を示す。



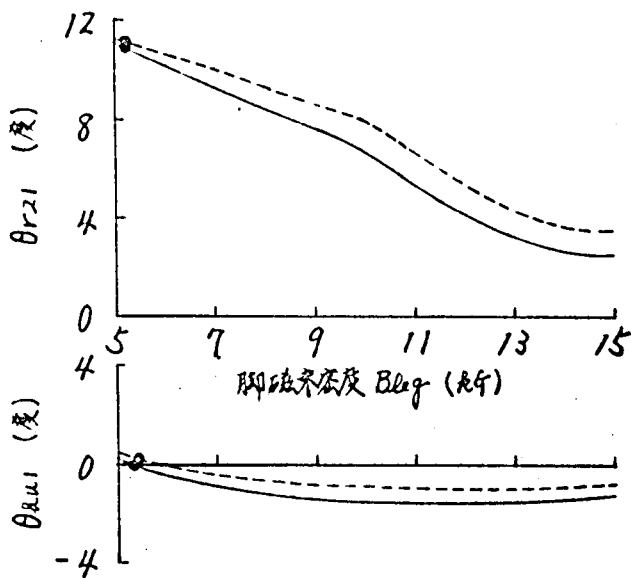
オ3.26図 R6形鉄心のひずみ波ベクトル図
(オ1調波)

\dot{O}_{r1} は R3形鉄心の \dot{O}_{r1} と同様な特性を示し、各調波の位相角は -120° 一定である。 \dot{O}_{a1} は 90° 対称波で、B形鉄心の \dot{O}_{a1} に似た特性を示し、各調波の位相角は 150° 一定である。

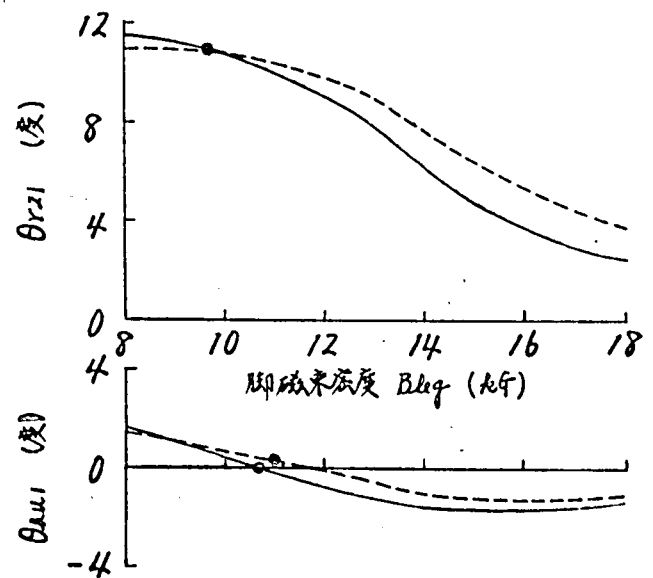
オ3.27図に \dot{O}_{r2} の基本波 \dot{B}_{r21} の基準点からのずれ θ_{r21} および \dot{O}_{a2} の基本波 \dot{B}_{a21} の基準点からのずれ θ_{a21} を示す。 δ_r 、 δ_a が増加したときの θ_{r21} の変化傾向は R3形鉄心の \dot{O}_{r2} の δ_r による変化傾向と同じである。また δ_s 、 δ_c の影響は低磁束密度においては無視できるのである。

脚注 * \dot{B}_{r2n} と \dot{B}_{r2n} はオ3.26図の対称軸 R に関して対称な位置にある。
 \dot{B}_{a2n} と \dot{B}_{a2n} はオ3.26図の対称軸 B に関して対称な位置にある。

磁束密度に依ると θ_{r21} は零に近くなる。 θ_{a1} は磁路長比、磁束密度によらずわづかに正・負両方向に変化するがほとんど零と考えるよい。



(a) S09Fの場合

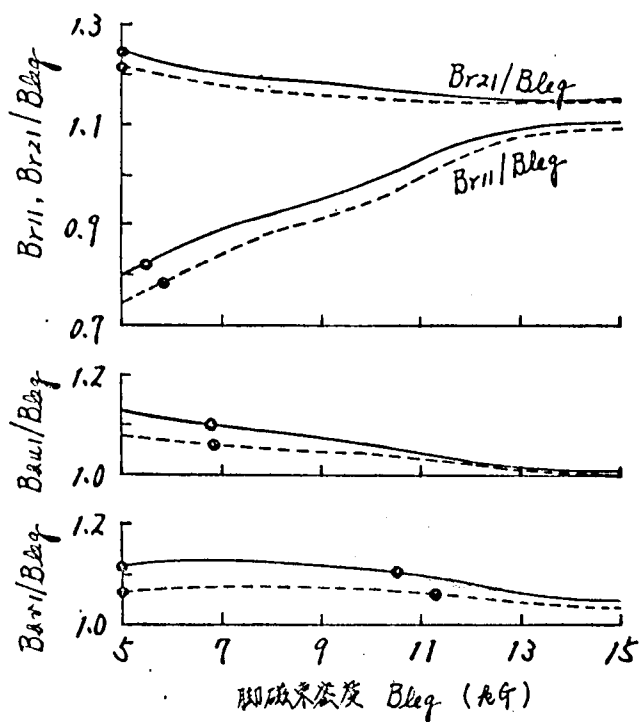


(b) G10の場合

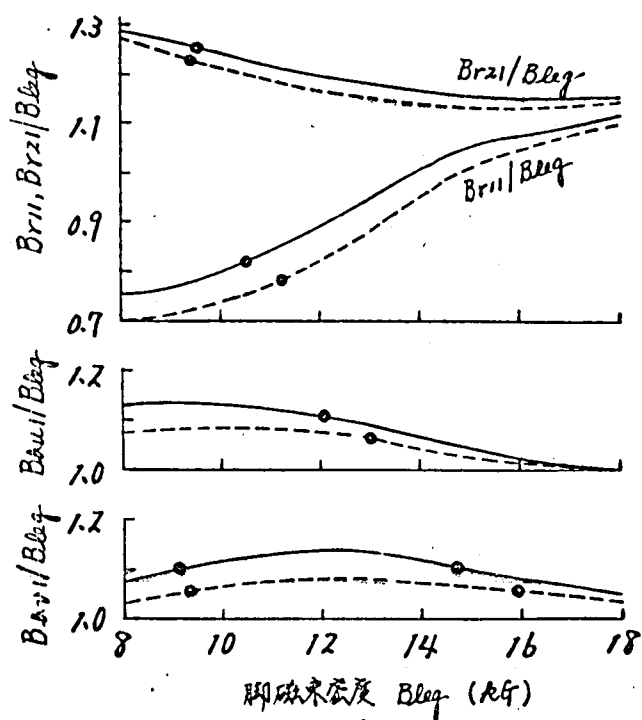
オ3・27 図 基本波の位相角の脚磁束密度による変化

オ3・28 図に各磁路の基本波の振幅を示す。 B_{r11} , B_{r21} は R3 形鉄心の B_{11} , B_{21} と同じ傾向を示す。すなわち σ_r , σ_a が大きくなると B_{r11} は減少するが、高磁束密度に依るとその影響は少ない。一方、 B_{r21} は B_{r11} と逆の傾向を示し、高磁束密度に依ると B_{r11} に接近し、両者は脚磁束密度の 1/3 倍に近くなる。高磁束密度に依ると B_{r11} , B_{r21} の σ_s , σ_c による影響も少ない。 B_{a11} , B_{a21} は脚磁束密度による影響があまりに少ないが、高磁束密度に依るといずれも B_{leg} に近づく。 σ_s , σ_c の影響は高磁束密度では少ない。 σ_r , σ_a が大きくなると B_{a11} は減少するが高磁束密度ではその影響はわずかなである。 B_{a21} は σ_r , σ_a によらずほとんど変化しない。

オ3・29 図、オ3・30 図にオ3 鋼波の振幅および位相角と脚磁束密度の関係を示す。 S09F の B_{r21} は σ_s , σ_c によらずほとんど変化しない（点線は実線と一致する）。 R6 形鉄心の中央磁路の高調波ベクトル B_{a11} , B_{a21} , B_{a31} については、(オ・46)式が成立するとともに、 $B_{a11} = B_{a21}$

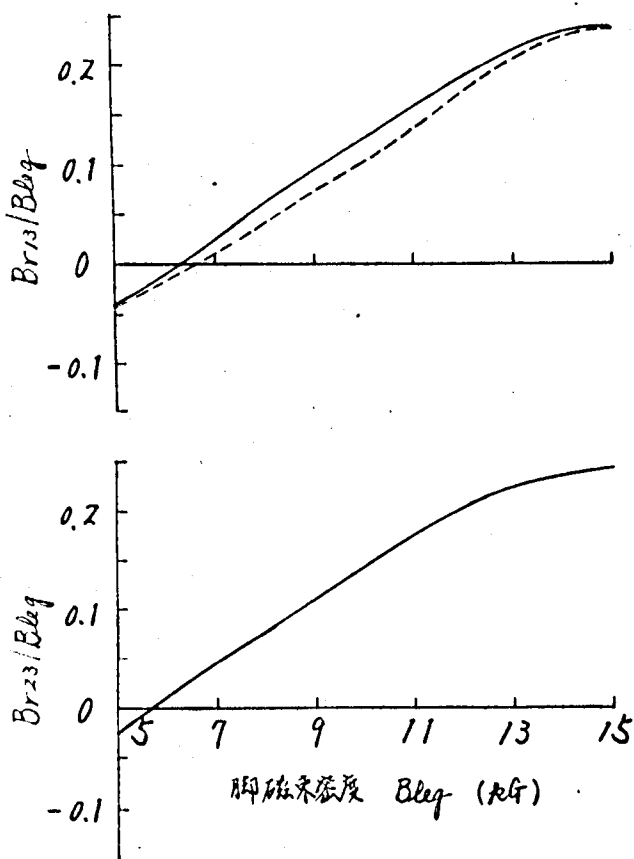


(a) S09F の場合

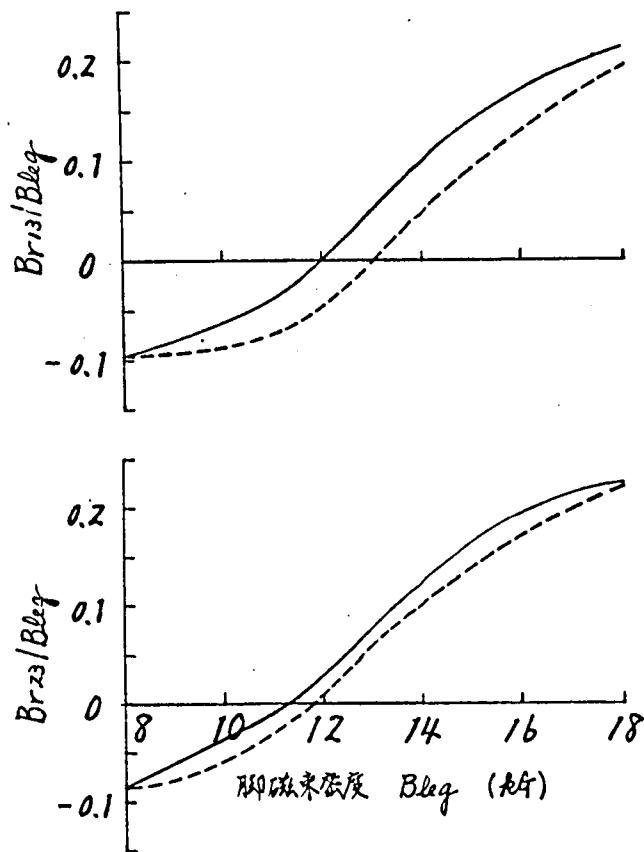


(b) G10 の場合

オ 3・28 図 脚磁束密度と基本波振幅の関係

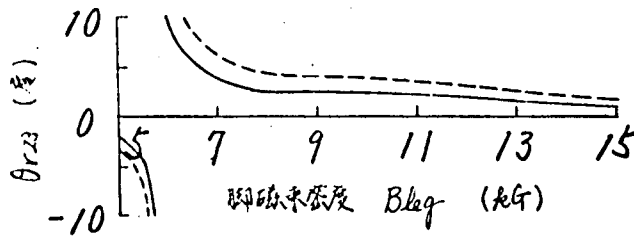


(a) S09F の場合

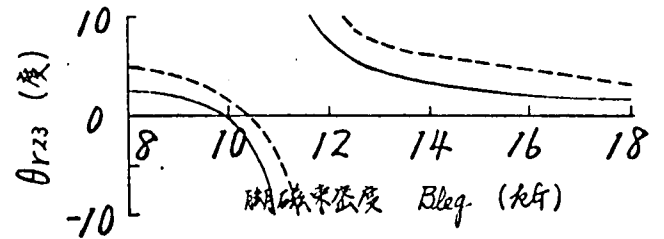


(b) G10 の場合

オ 3・29 図 脚磁束密度とオ 3 調波振幅の関係



(a) 509Fの場合



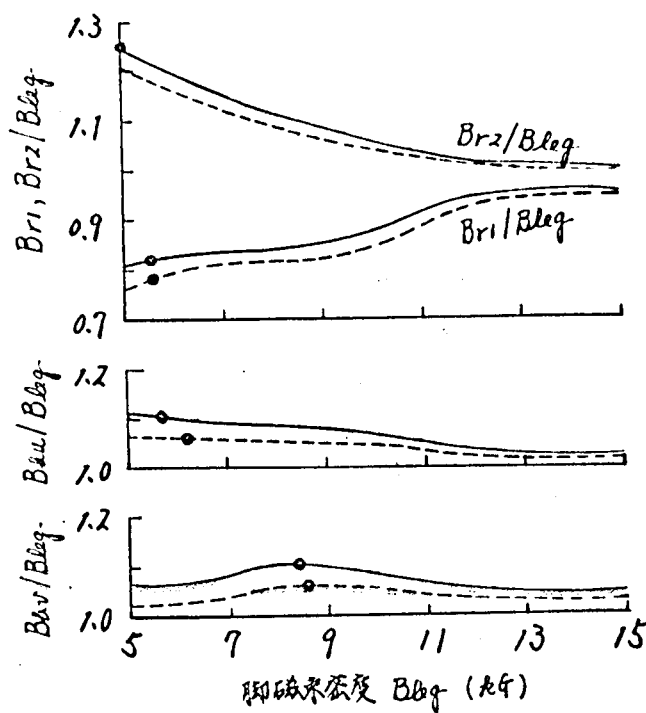
(b) 910の場合

オ3.30図 オ3調波の位相角の脚磁束密度による変化

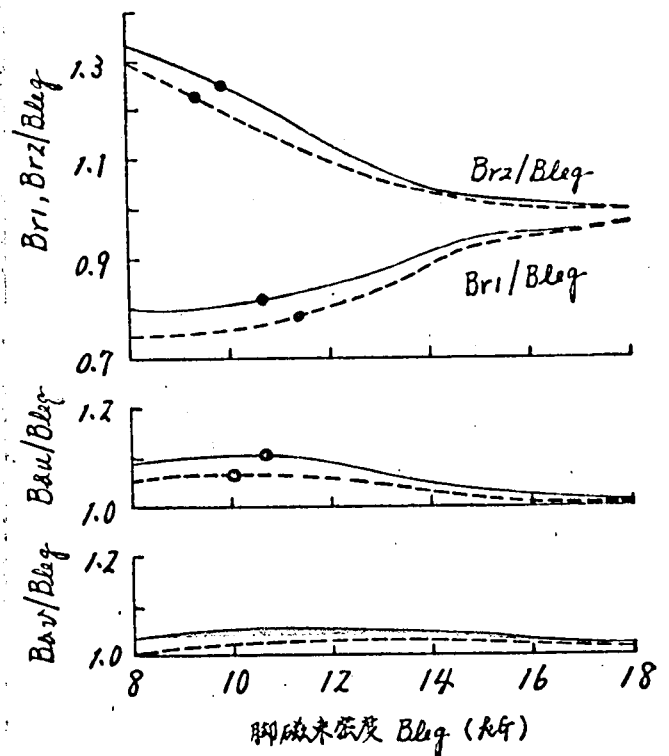
で、しかも位相角に関しては B_{au1} と B_{au2} が逆波形の関係を満たし、さらに B_{au1} の位相角は 150° である。したがって $B_{au1} \div B_{au2}$ であれば、3.1節(VII)で述べたように高調波の次数 n が (3.44) 式を満たすオ3、オ9調波等の場合には $\theta_{au1} \div 0$ で、しかも $B_{au1} \div B_{au2} \div 0$ とする。実際には両者の磁路長が等しくないのが、 B_{au1} と B_{au2} が等しくならず、したがってこれらの値は零にはならないが、 B_{au1}/B_{leg} 、 B_{au2}/B_{leg} は0.05以下の小さな値なので、これらの図は省略した。 h_{au} 、 h_{av} の波形にはオ9調波成分もほとんど存在しない。

B_{au3} が零でないから Br_{13} と Br_{23} は等しくならない。 Br_{23} は Br_{13} より数パーセント大であるが、同じ寸法のR3形鉄心のオ3調波成分より小さい。お、おが増加すると B_{au3} は増加する。お、おが増加すると B_{au1} 、 B_{au2} は減少する。 θ_{r23} は高磁束密度になると零に近づき、 h_{r2} の基本波とオ3調波が同位相になって、後述のオ3.32図に示すように波形にくぼみを生ずる。 h_{r1} の基本波とオ3調波の関係は、低磁束密度では逆位相になっているが、高磁束密度になると同位相となり、やはり波形にくぼみを生じる。

オ3.31図に各磁路の最大磁束密度と脚磁束密度の関係を示す。高磁束密度になると、すべての磁路の磁束密度は脚の磁束密度に近づく。 Br_{11} 、 Br_{21} は、R3形鉄心の同じ脚磁束密度での h_{r1} 、 h_{r2} の最大磁束密度より小さい。お、おが増加すると Br_{11} 、 B_{au} 、 B_{av} は減少し、 Br_{21} は増加するが高磁束密度になるとその影響は少ない。



(a) P09Fの場合

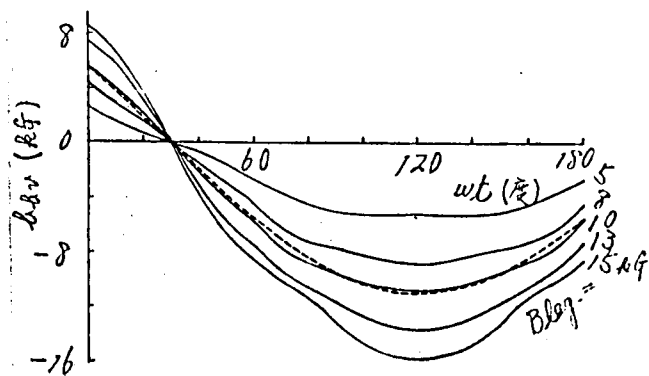
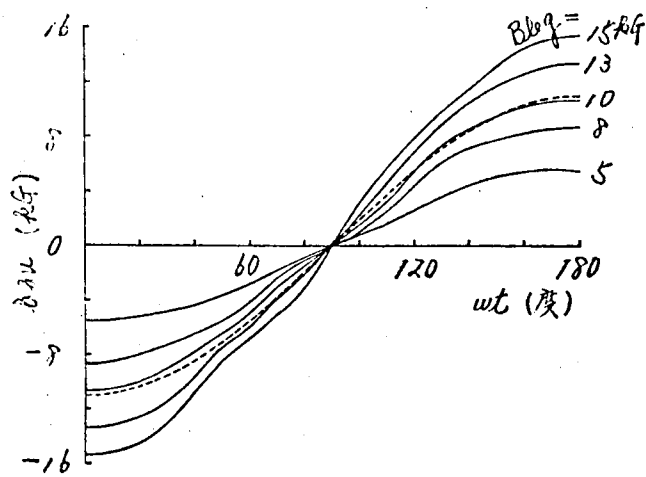
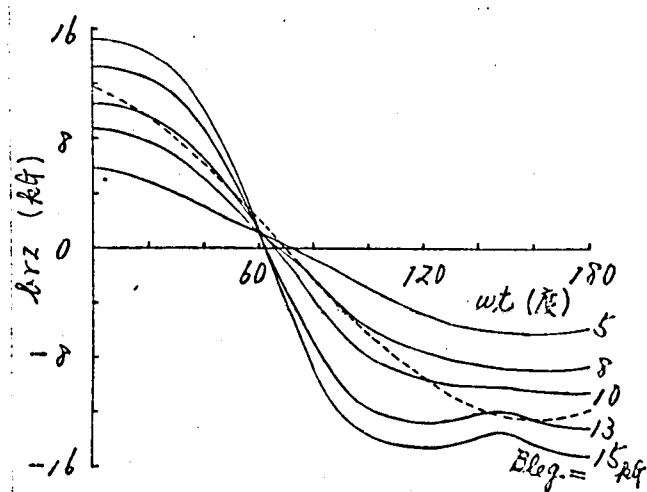
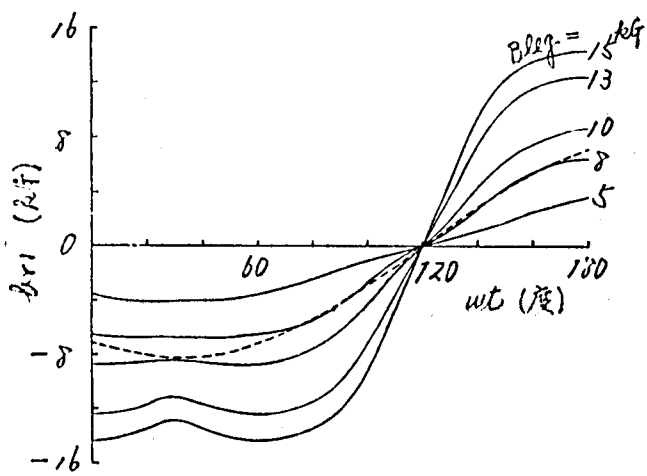


(b) G10の場合

オ3.31 図 脚磁束密度と各磁路の最大磁束密度の関係

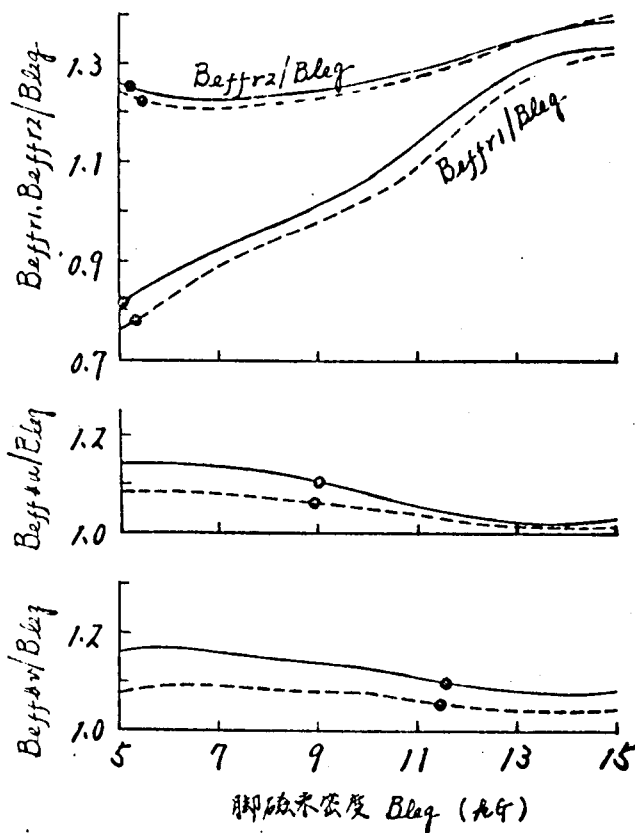
オ3.32 図に材質 P09F で、 $\mu_p = 1.0$ 、 $\mu_c = 1.0$ の場合の各磁路の磁束密度波形を脚の磁束密度をパラメータとして示す。図の点線は脚の磁束密度が 10 kg/cm² の場合の線形解を示す。 h_{r1} 、 h_{r2} の波形は R3 形鉄心の h_1 、 h_2 の波形とほとんど同じであるが、振幅は R6 形鉄心の方がわずかに小さい。前述のように h_{au} 、 h_{av} 中にはオ3、オ9 調波をほとんど含みないのでこれらの波形は h_{r1} 、 h_{r2} の波形よりわずかに小さい。 h_{au} の波形は $\omega t = 30^\circ$ において横軸と交差する 90° 対称波になっている。 h_{rv} の波形は h_{r2} の波形を $\omega t = 30^\circ$ の軸を中心として左右入れかえに波形と等しく、位相差 30° の逆波形となる。 h_{av} の波形は h_{au} の波形を $\omega t = 120^\circ$ の軸を中心として左右入れかえに波形と等しく、位相差 120° の逆波形となる。

オ3.33 図に実効値磁束密度と脚磁束密度の関係を示す。 Be_{ffr1} 、 Be_{ffr2} は対応する R3 形鉄心の実効値磁束密度 Be_{ff1} 、 Be_{ff2} より小さい。 μ_r 、 μ_c が増加すると Be_{ffr1} 、 Be_{ffau} は減り、 Be_{ffr2} は増加するが高磁束密度になるとその影響は小さい。

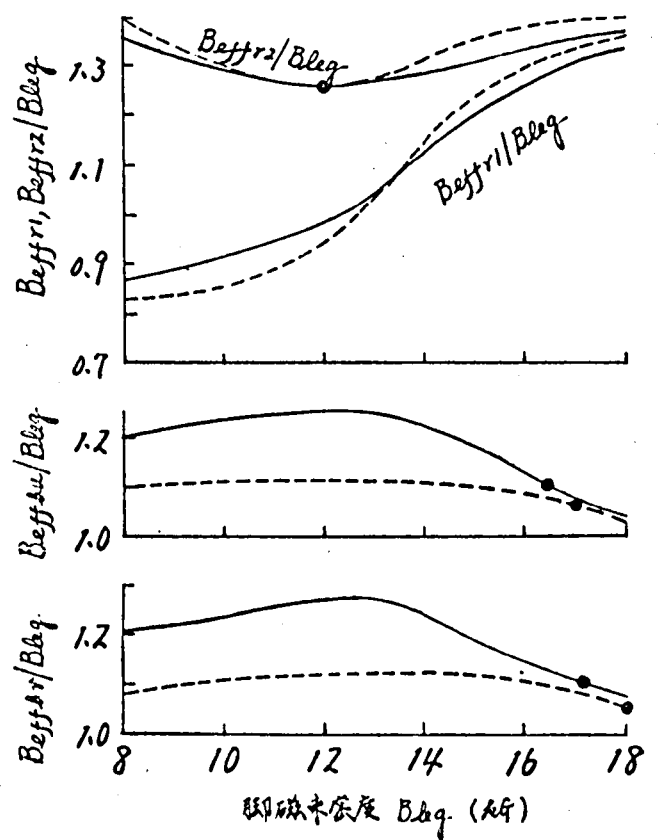


点線は10kgにおける線形解を示す。

才 3.32 図 材質 S09F, $\sigma_r' = 1.8$, $\sigma_h = 2.0$, $\sigma_s' = 1.0$, $\sigma_c' = 1.0$
の場合の各磁路の磁束密度波形



(a) 509F の場合



(b) G10 の場合

オ 3.33 図 脚磁束密度と各磁路の突加値磁束密度の関係

4.2 鉄損の計算

基礎方程式を解くことにより各磁路の磁束波形が求まり、最大磁束密度、突加値磁束密度、マイナーループの振幅等も計算されるので、オ II 編 (2.63) 式で提案されている鉄損計算法を利用して鉄損が算定できる。計算機による計算方法はオ I 編の線形解の場合と同じ要領であるが、今回のものは高調波を含有するのでオ 1.20 図*のヒステリシス損、うず電流損分曲線も使用される。次に各形式の鉄心について鉄損の計算式なりびに計算結果を検討するが、その際使用される記号の意味は次のとおりである。

W ; 全鉄損 (W/kg)

W_h ; ヒステリシス損 (W/kg)

脚注 * オ 1.20 図はエプスタイン試験機を使用して実測結果である。

W_e ; うず電流損 (W/kg)

$w(B)$; 最大磁束密度 B における正弦波の全鉄損 (W/kg)

$w_h(B_m)$; 最大磁束密度 B_m におけるヒステリシス損 (W/kg)

$w_e(B_e)$; 未知値磁束密度 B_e におけるうず電流損 (W/kg)

B_m ; 最大磁束密度 (添字 m の後には磁路記号を続ける)

B_e ; 未知値磁束密度 (添字 e の後には磁路記号を続ける)

B_h ; マイナーループの振幅 (添字 h の後には磁路記号を続ける)

B_{leg} ; 脚の磁束密度

α ; B 形鉄心^{*}の全鉄損を 1 とした場合の全鉄損比

α_h ; B 形鉄心^{*}のヒステリシス損を 1 とした場合のヒステリシス損比

α_e ; B 形鉄心^{*}のうず電流損を 1 とした場合のうず電流損比

に代わって, $\alpha, \alpha_h, \alpha_e$ は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= W/w(B_{leg})^* \\ \alpha_h &= W_h/w_h(B_{leg}) \\ \alpha_e &= W_e/w_e(B_{leg}) \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

こゝで, 全鉄損 W は次式で表わされる。

$$W = W_h + W_e \quad (3.57)$$

すなわち, w, w_h, w_e の内数値はオ I 編オ 1.20 図を使用する。

(i) R 形鉄心⁽³⁸⁾

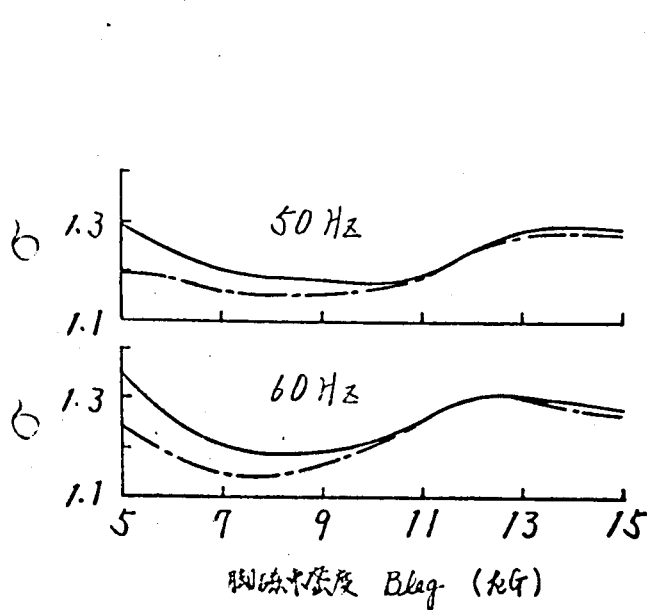
鉄損はオ I 編 (1.103) 式に対応して次式で計算される。

$$W_h = \frac{\gamma_r' \{w_h(B_{m1}) + 2 \sum w_h(B_{h1})\} + 2 \{w_h(B_{m2}) + 2 \sum w_h(B_{h2})\}}{(\gamma_r' + 2)} \quad (3.58)$$

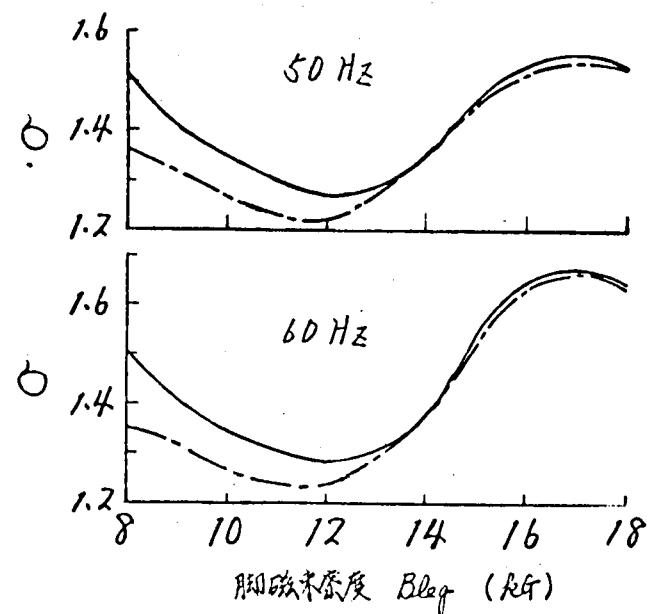
$$W_e = \{\gamma_r' \cdot w_e(B_{e1}) + 2 w_e(B_{e2})\} / (\gamma_r' + 2) \quad (3.59)$$

脚注 * 計算機解の場合, $w(B_{leg})$ の値としてオ 1.20 図を使用するので, 実際にはエプスタイン鉄損基準の鉄損比ということになる。

才3・34図に脚磁束密度と鉄損比の関係を示す。常用磁束密度範囲では磁路長比 l_r の影響は少ない。高磁束密度における鉄損増加の大部分はうず電流損であるから周波数が増加するほど l_r は大きくなる。また、うず電流損分の多い方向性けい素鋼板 G10 は S09F より鉄損増加が著しい。これによって、最近のように高級けい素鋼板が変圧器鉄心に使われるようになる、この構想は好ましくない。うず電流損を増加させる主因は才3、才9調波磁束である。低磁束密度においては、才3調波磁束が逆方向に増加するため最大磁束密度も高く l_r 、ヒステリシス損の増分も l_r が増値になる。



(a) S09Fの場合



(b) G10の場合

実線; $l_r = 1.0$ の場合
 鎖線; $l_r = 2.0$ の場合

才3・34図 鉄損比の脚磁束密度による変化

才I編才1・21図の線形解と比較すると、高磁束密度においては l_r の影響が少なくなっている。これは磁路の飽和による磁気抵抗の平衡作用のためである。また、才3調波が上記のように作用するので低磁束密度においても鉄損が増加している。

(ii) C10形鉄心

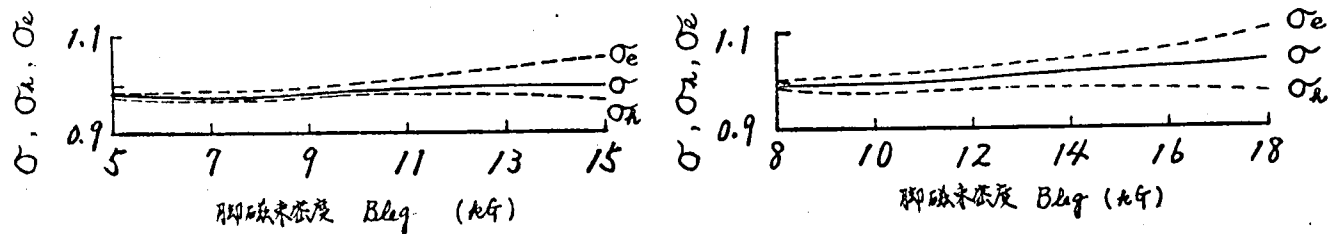
オI端(1.104)式に対応して

$$W_h = \left(2 \{ l_{u1} \{ W_h(B_{mu1}) + 2 \sum W_h(B_{ku1}) \} + l'_{uz} \{ W_h(B_{mu2}) + 2 \sum W_h(B_{ku2}) \} + l'_{v1} \{ W_h(B_{mv1}) + 2 \sum W_h(B_{kv1}) \} + l_n \{ W_h(B_{mv1n}) + 2 \sum W_h(B_{kv1n}) \} \} + l_n \{ W_h(B_{mvn}) + 2 \sum W_h(B_{kvn}) \} \right) / \{ 2(l_{u1} + l'_{uz} + l'_{v1} + 2l_n) \} \quad (3.60)$$

$$W_e = \left[2 \{ l_{u1} \cdot W_e(B_{eu1}) + l'_{uz} \cdot W_e(B_{eu2}) + l'_{v1} \cdot W_e(B_{ev1}) + l_n \cdot W_e(B_{ev1n}) \} + l_n \{ W_e(B_{evn}) + W_e(B_{evvn}) \} \right] / \{ 2(l_{u1} + l'_{uz} + l'_{v1} + 2l_n) \} \quad (3.61)$$

l_{u1} , l_n はオI端(1.14), (1.17)式で, l'_{uz} , l'_{v1} はオI端(1.105)式で与えられる。

オ3.35図に60Hzにおける鉄損比を示す。この形式の鉄心は涙形はすみやかなので, 鉄損はB形鉄心とほとんど変わらない。材質, 周波数, 寸法比, 脚磁束密度による変化は微小である。



(a) 509Fの場合

(b) G10の場合

σ_h ; ヒステリシス損比

σ_e ; うず電流損比

σ ; 全鉄損比

オ3.35図 60Hz, $\delta_r = 1.8$, $\delta_h = 2.0$, $\delta_s = 0.5$ の場合の脚磁束密度と鉄損比の関係

(iii) R6形鉄心⁽³⁹⁾

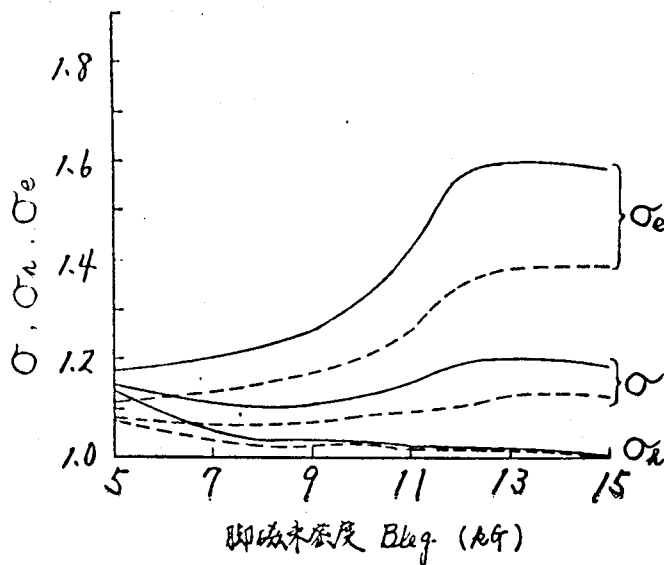
オI編 (1.106) 式に対応して

$$W_h = \left(l_{r1} \{ W_h(B_{mr1}) + 2 \sum W_h(B_{kr1}) \} + 2 l_{rz} \{ W_h(B_{mrz}) + 2 \sum W_h(B_{krz}) \} + [2 l'_{au} \{ W_h(B_{mau}) + 2 \sum W_h(B_{kau}) \} + l'_{av} \{ W_h(B_{mav}) + 2 \sum W_h(B_{kav}) \}] \gamma_s' \right) / \{ l_{r1} + 2 l_{rz} + (2 l'_{au} + l'_{av}) \gamma_s' \} \quad (3.62)$$

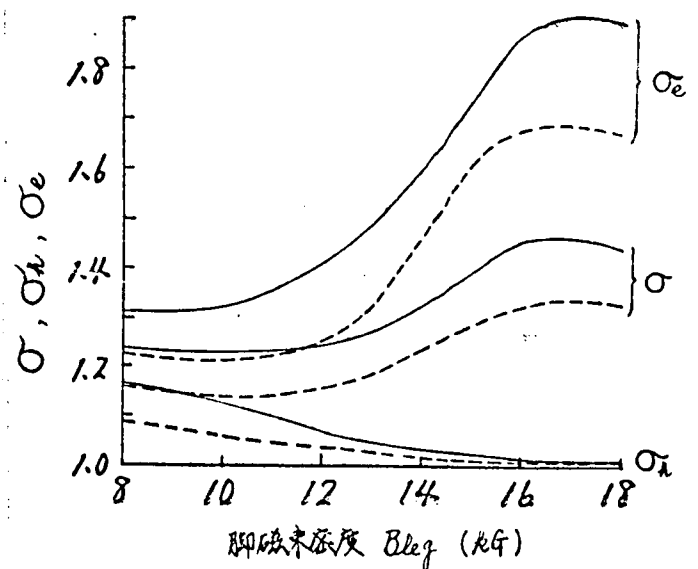
$$W_e = \left[l_{r1} \cdot W_e(B_{er1}) + 2 l_{rz} \cdot W_e(B_{erz}) + [2 l'_{au} \cdot W_e(B_{eau}) + l'_{av} \cdot W_e(B_{eav})] \gamma_s' \right] / \{ l_{r1} + 2 l_{rz} + (2 l'_{au} + l'_{av}) \gamma_s' \} \quad (3.63)$$

l_{r1} , l_{rz} はオI編 (1.20), (1.21) 式で, l'_{au} , l'_{av} はオI編 (1.107) 式で与えられる。

オ3.36 図に 60 Hz における鉄損比を示す。図からわかるように脚磁束密度が高くなるとヒステリシス損比 σ_h は減少して 1 に近くなるが, 渦電流損比 σ_e は急激に増加してその総飽和する傾向を示す。



(a) 509F の場合



(b) G10 の場合

実線; $\gamma_s' = 1.0$, $\gamma_c' = 1.0$ の場合

点線; $\gamma_s' = 2.5$, $\gamma_c' = 1.5$ の場合

オ3.36 図 60 Hz, $\gamma_r = 1.8$, $\gamma_k = 2.0$ の場合の脚磁束密度と鉄損比の関係

オ 3.31, オ 3.33 図で, 高磁束密度においては各磁路の最大磁束密度 B_{\max} が実効値磁束密度 B_{eff} によってほとんど変化しないにもかかわらず, オ 3.36 図では σ_m は変化しないが, σ_e はかなり変化している理由は次の通りによる。オ 3.33 図で, 内・外磁路の実効値磁束密度 $B_{\text{eff}r2}$, $B_{\text{eff}r1}$ は高磁束密度に行くと脚磁束密度の 1/4 倍に近づく。一方, 中央磁路の実効値磁束密度 $B_{\text{eff}m}$, $B_{\text{eff}a}$ は脚磁束密度に近づく。したがって, B_{eff} が増加するほど実効値磁束密度の低い鉄心の量が減少して σ_e は減少する。これに対し, すべての磁路の最大磁束密度は高磁束密度に行くと脚の磁束密度に近づくので, σ_m は B_{eff} によってほとんど変化しない。

内・外磁路の波形 b_{r2} , b_{r1} が R 字形鉄心の b_{r2} , b_{r1} に類似し, 中央磁路の波形 b_{m} , b_{a} が B 形鉄心の波形に似ていることから, この鉄心の損失は R 字形と B 形鉄心の中間の特性を示すことが推定される。そして B_{eff} の大きい, すなわち中央磁路の断面積の割合の大きい鉄心ほど鉄損が小さいことも理解できる。この形式の鉄心も周波数の高い場合, あるいは, 必ず鉄損損失の多いけい素鋼板を使用する場合には鉄損比が大きくなる。 σ_m , σ_e はけい素鋼板の η^* が変わってもほとんど変化しないが, σ は各磁路の磁束波形が同じであつても η が大きくなると減少する。すなわち, 磁路長比 l_r , l_m が大きくなると, σ_m はほとんど変わらないうが, σ , σ_e は低磁束密度のときじゃっかん小さくなる。

4.3 計算結果の総括

本章の計算結果を要約すると次のようになる。

(1) 低磁束密度においては, 磁路長比 l_r , l_m が大きいほど各磁路の磁束密度の不平衡ははばけいだが, 高磁束密度に行くと, B_{eff} , B_{eff} が磁気特性に及ぼす影響は少なく, 脚を構成するすべての磁路の最大磁束密度は脚磁束密度に近づく。高磁束密度に行くと鉄心が飽和して各磁路の磁気抵抗の不平衡が少なくなるからである。

(2) 比較的線形解に近い磁束分布を示す脚の磁束密度は, $509F$,
脚注 * η : 百分率ヒステリシス損 ($=W_h/W \times 100$). オ I 編オ 1.20 図参照。

510 では 5 ~ 6 kg, 410 では 10 ~ 12 kg 程度であるが, そのときでも各磁路の磁束波形および鉄損値は線形解とかなり異なっている。非線形の場合には高調波磁束が混入するに因る。

(3) 磁束分布, 鉄損等の磁気特性は, けい素鋼板の磁化曲線, 鉄損曲線の形状, すなわち, 材質によりかなり異なる差違を示すが, 寸法比 ϕ , δ , 脚磁束密度等による磁気特性の変化傾向は材質により関係はない。

(4) 鉄損は C10, R6, R3 形鉄心の順に多くなるが, 特に R3 形鉄心は波形いずみが激しく, うず電流損の増加がけん着であるから, 周波数の高い場合, あるいはうず電流損分の多い材質を使用する場合には不適当である。

(5) R6 形鉄心は R3 形鉄心と B 形鉄心の中間の特性を示す。断面積比 ϕ の大きいほど特性が良好なので, 冷却その他設計上特に問題がなければ, できるだけ中央磁路の断面積比の大きい構造のものが望ましい。

第5章 モデル鉄心による実験的検討

第4章で述べた数値解析の結果と実際の鉄心の磁気特性を比較検討するためモデル変圧器を製作し、実験的検討を行なった。

5.1 モデル変圧器

1.1 節で述べた理由から材質はS 10を使用した。寸法比 k 、 k_n は第1.3 図から代表的鉄心と考えられる $k=1.8$ 、 $k_n=2.0$ を選んだ。第1.1 図の脚幅 c とすると、これがあまりに狭いと鋼板の切断がずみの影響が非常にでる可能性があるため、また仮すると第1編第2章のはじめに規定した(iv)の条件を満足しなくてはならないので、エプスタイン試料の寸法を勘案して60(mm)とした。そうすると、巻寸法A、Bは(1.1)および(1.2)式から $A=180$ 、 $B=60$ (mm)と計算される。鉄心の積層高さ T は、第1編第2章の規定(i)を満足するためにはほぼ c 寸法に近い値にしなければならぬので $T=60$ (mm)とした。この鉄心の重量は約25kgで、これを励磁する場合に生ずる励磁電流に起因した電源の波形状をあまり大きくしないで済む目安である。ダクト寸法は、実際の変圧器に近い値^{*}にすると、 c 寸法に比してダクト寸法が大きくなりすぎ、各種の特性を比較する場合に不都合が生ずるので、第1編第2章の規定(ii)をある程度満足すると思われる3(mm)とした。また規定(v)を満足するため、試料は富士製鉄に依頼して特別に注意して作られた均一な特性のものを提供してもらう。各磁路の矢効断面積が場所によって異なるとそれに伴って磁束密度も変化するもので、鉄板は±0.1 mmの精度で製作した。これによって矢効断面積を予定値の±1%以内に納めることができた。また、層間抵抗を測定し、けい素鋼板切断端のかさりの多いものはこれを除いた。組み立て時には、各脚を単相励磁して、鉄心の中心線の左・右の磁気特性がバランスしていることを確かめた。

本章でとり上げる鉄心はR3、C10、R6形の3種類とし、C20形は脚

脚注 * 6~10(mm)

形解の結果からも明らかのようにB形鉄心とほとんど同じ特性を示すので別立てした。C10形鉄心の μ は0.5とし、才1編1.4図(a)の積層法により製作した。R6形鉄心の μ , μ_c はいずれも1とした。

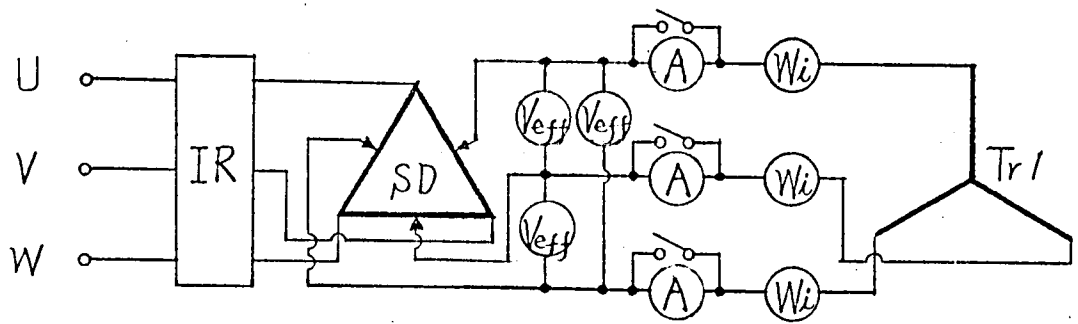
巻線は、一番内側に各脚毎に各磁路の磁束波形を測定するため5~10ターンのサーチコイルを巻く、その上に電力計の電圧コイルに接続する二次巻線を一次巻線と同回数巻いた。これ磁束を少なくするために、一番外側に励磁用一次巻線を脚全体にわたって一様に数百回巻いた。その巻数は、磁束密度、電流の電圧、容量、測定計番のレンジ、電流波形等と密接な関係を有するので、これらを勘案して決定した。

5.2 実験項目毎に測定方法

5.1節で述べたモデル鉄心の鉄損毎に各磁路の波形を測定した。波形は、各サーチコイルの出力電圧をサンプリング式メーイレコードで記録し、これを電子計算機で積分して磁束波形を求める方法と、演算増幅器で直接積分してメーイレコードで記録する方法の両方で測定したが、計算機による積分の方が読みとり誤差が少なく良好な結果が得られた。計算機による積分の際には調波分析も行われるのでその結果も打ち出した。

才3.07図に電源回路と鉄損測定回路を示す。電源は60Hz, 200Vの商用電源を用い、これに3kV, 1600kVAの自動電圧調整器を接続し、極力いすみの少ない、電圧安定度の良好な電圧をとり出すように配慮した。モデル変圧器の一次、二次巻線毎に電力計の電圧線輪はそれぞれ1本緒線とした。その理由は、 Δ 緒線の場合より励磁電流が少なく、それによる電源波形のいすみが少ないためである。各脚印加電圧を等しくするためにスライダックSDで各相電圧の微調整を行なった。 Δ 緒線が存在しないために起る脚電圧のいすみは微小で問題にはならなかった。

電力計は低力率電流計形を使用し、三電力計法で鉄損を測定した。二電力計法で低力率の三相電力を測定すると誤差が多くなるので二電力計法は用いなかった。なお、三電力計法で鉄損を測定する場合、才I編4.2節で述べたように、高磁束密度になると1相の電力計の指示値は負になるの



Tr1, Tr2; モデル変圧器一次, 二次巻線

IR; 3相誘導電圧調整器

SD; 単相スライダック

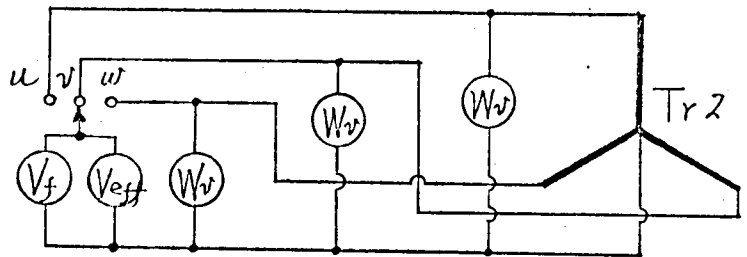
V_{eff} ; 実効値電圧計

V_f ; 平均値電圧計

W_i ; 電力計電流線輪

W_v ; 電力計電圧線輪

A; 高周波用実効値電流計



オ3.37図 鉄損測定回路

で、三相電力としてはこの側の電力計の代数和を用いなければならない。その際、U相電力計の電圧線輪中で消費される電力はこの代数和に加算し、他の2相の電力計の電圧線輪中の損失は差し引かなければならない。

オ3.37図の一次側の電圧計 V_{eff} 、電流計 A は励磁 VA ほうびに比率測定用であって、一次電流波形はかたやいずむので電流計 A は高周波用熱電形を使用した。二次側の電圧計 V_f 、 V_{eff} は最大磁束密度測定用および電力計電圧線輪中の損失計算用である。

5.3 実験結果

以下の各図で、実線は材質 $\delta 10$ についてオ4章と同じ方法で計算した計算値^{*}を示し、×あるいは⊗印は実測結果を示す。実測は脚磁束密度が5, 8, 10, 13, 15 高ガの各点で行なった。

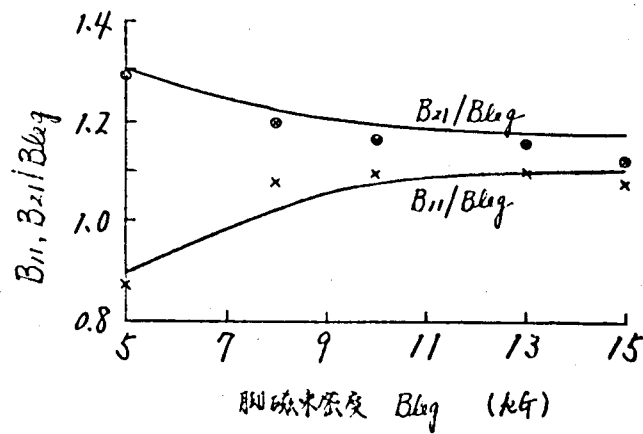
5.3.1 R3形鉄心

オ3.38図～オ3.41図に脚磁束密度と各磁路の磁束密度の基本波の振幅

B_{m1} 、 B_{m2} 、 B_{m3} の基本波の位相変化 θ_{21} 、オ3調波の振幅 B_{31} および B_{32}

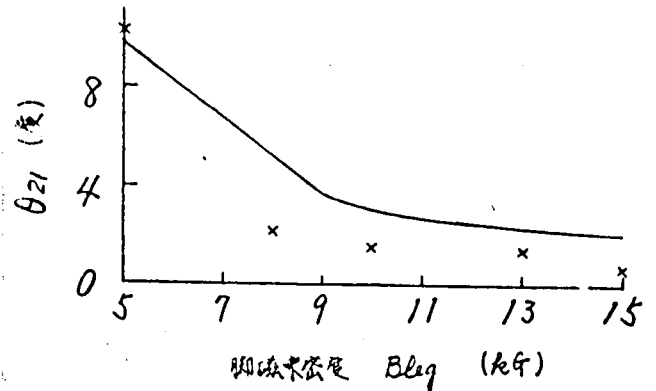
脚注 * モデル鉄心の磁路長については、オ4章の式が適用できないので(1.11), (1.12), (1.14)～(1.17), (1.20), (1.21)式の代わりに実磁路長で計算した。

の最大磁束密度 $B_1 \cdot B_2$ の関係を示す。



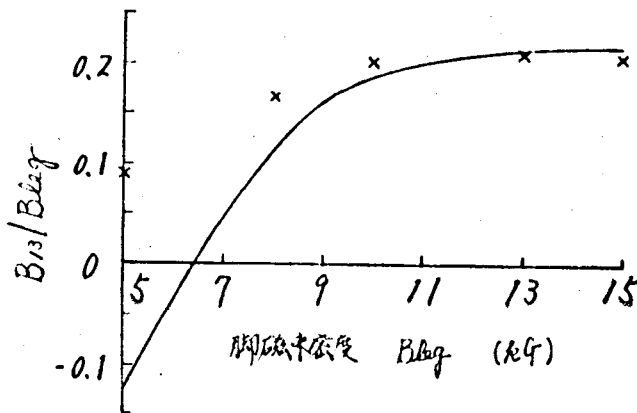
才 3.38 図

脚磁束密度と基本波振幅の関係



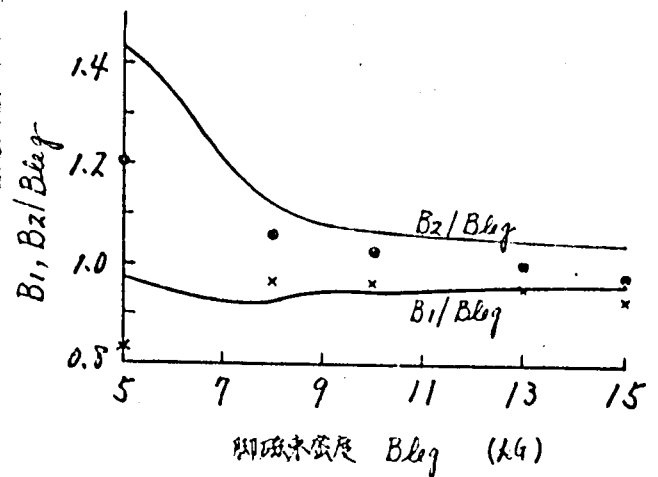
才 3.39 図

基本波の位相角の脚磁束密度による変化



才 3.40 図

脚磁束密度と才3調波振幅の関係

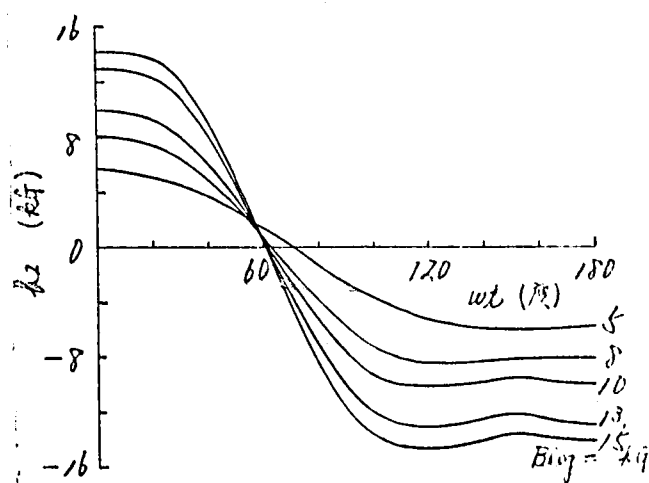
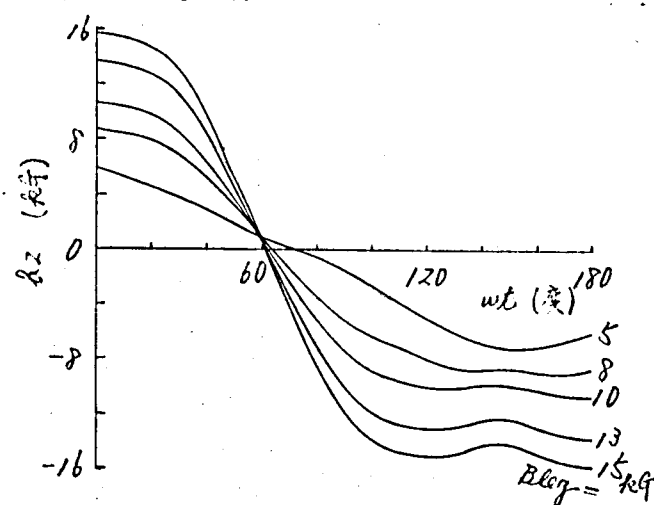
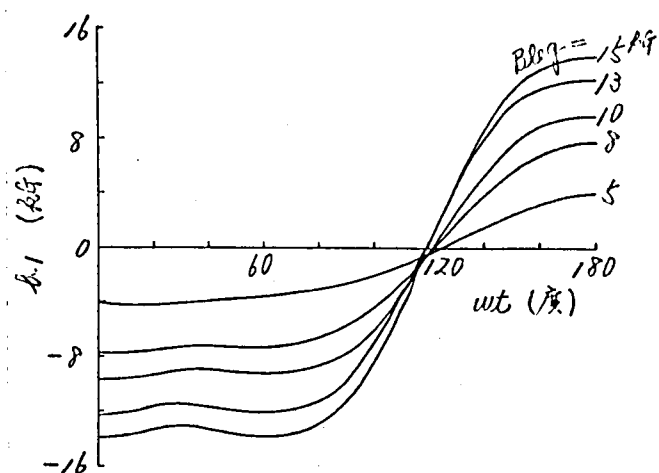
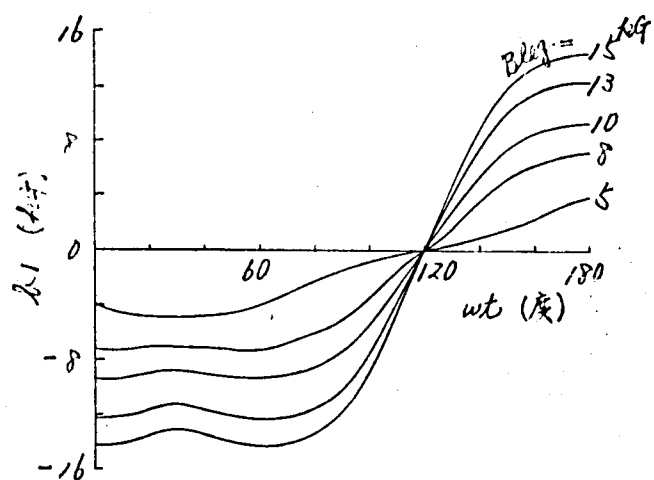


才 3.41 図

脚磁束密度と各磁路の最大磁束密度の関係

才 3.42 図に各磁路の磁束密度波形と脚の磁束密度をパラメータとして示す。(a) 図は計算値、(b) 図は実測値である。

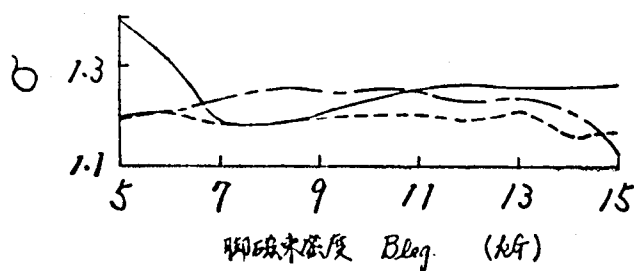
才 3.43 図は 60 Hz における脚磁束密度と全鉄損比の関係で、実線は才 1.20 図を用いた計算値を示し、破線は (3.56) 式の W とした実測値を、



(a) 計算波形

(b) 実測波形

オ 3.42 図 各磁路の磁束密度波形



実線；計算値
点線；単相鉄損基準の実測値
鎖線；エプスタイン基準の実測値

オ 3.43 図 60 Hz における全鉄損比

(1) (B_{leg}) としたエプスタイン実測値* とした場合である。各磁路を単独に単相励磁し、それらの鉄損** の和と総重量で除いた値を W とし、 W には

脚注 * オ 1 編オ 1.20 図 (b) 参照

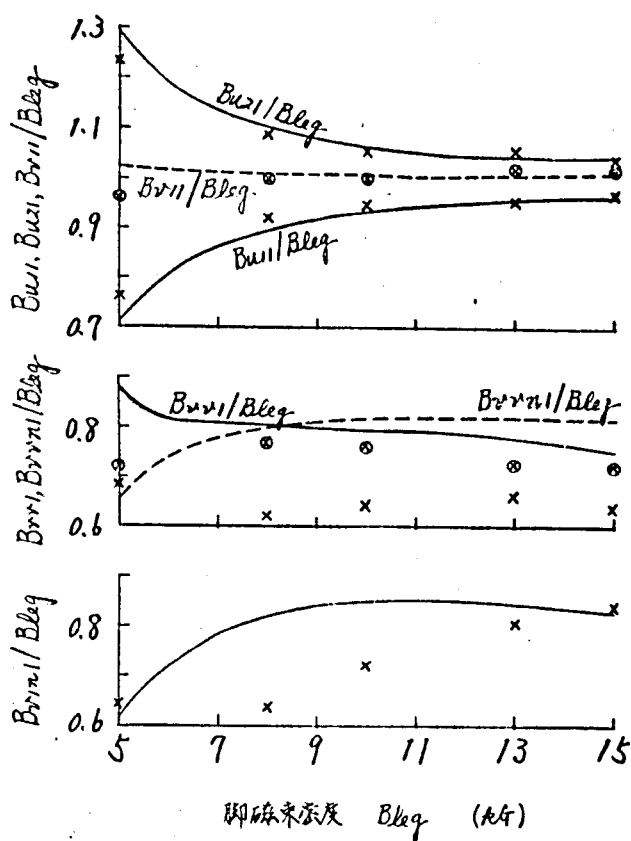
脚注 ** 各磁路の単独重量当りの単相鉄損のばりつきはほとんど無視できる程度であつた。

実測値を用いた場合の○を点線と示した。エプスタイン鉄損より実際の変圧器の鉄損の方が多目にでることは周知の事実であるが、本図で鎖線の方が点線より上にあることはこの事実を裏付けている。

低磁束密度で実測鉄損が小さい原因は次の理由によるものと考ええる。オ 3・40 図で、実測オ 3 調波は低磁束密度においても基本波と同位相に入っている。そのためにオ 3・41 図の各磁路の最大磁束密度は実測値の方が低くなる。したがって、低磁束密度におけるヒステリシス損は実測値の方が小さい。

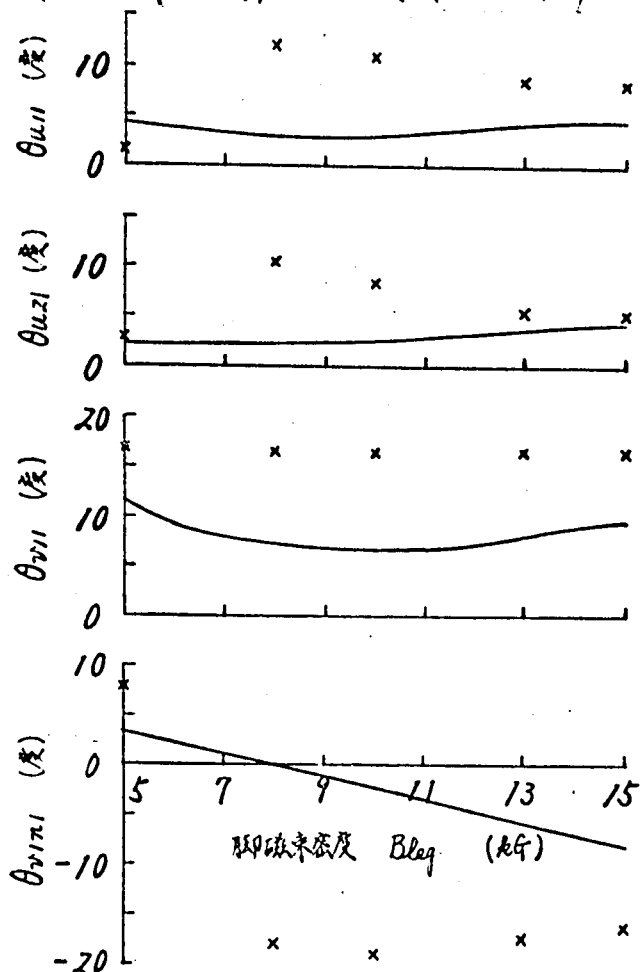
5.3.2 C10形鉄心

オ 3・44 図、オ 3・45 図に脚磁束密度と各磁路の基本波の振幅、位相変化の関係を示す。以下の各図で⊗印は点線の曲線に対応した実測値を示す。



オ 3・44 図

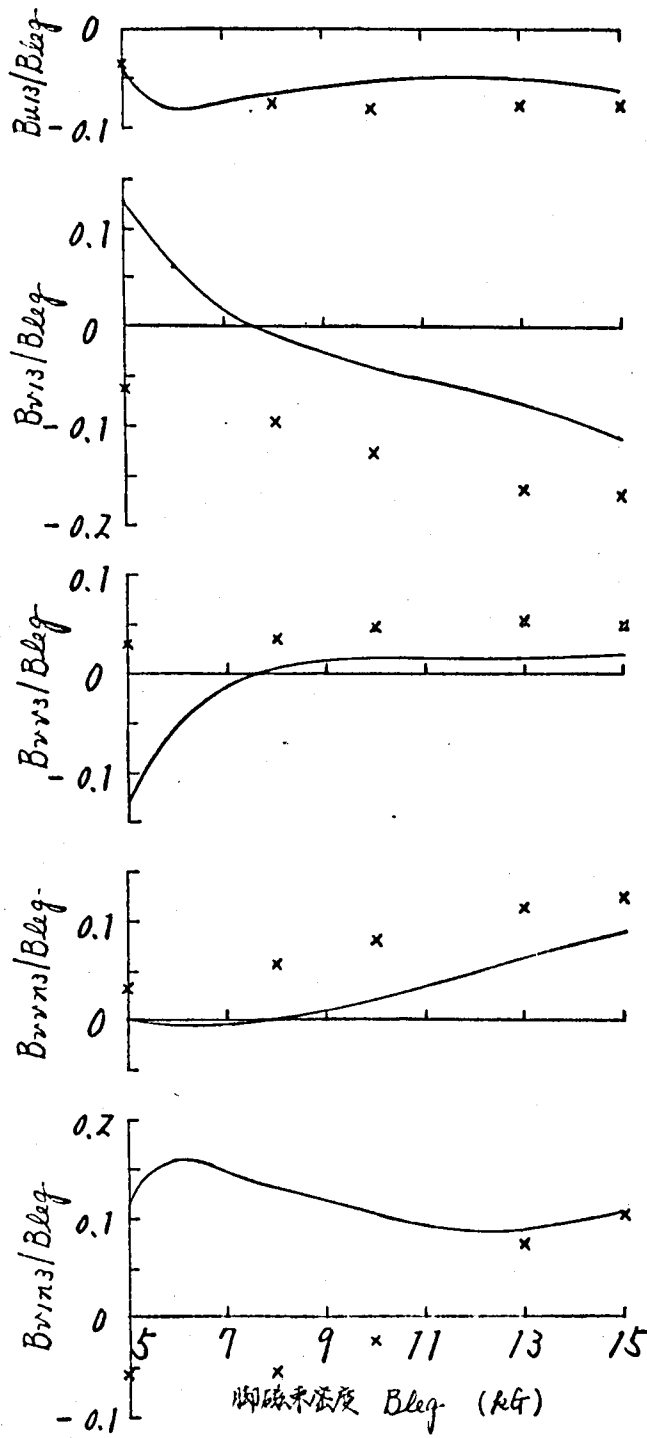
脚磁束密度と基本波振幅の関係



オ 3・45 図

基本波の位相角の脚磁束密度による変化

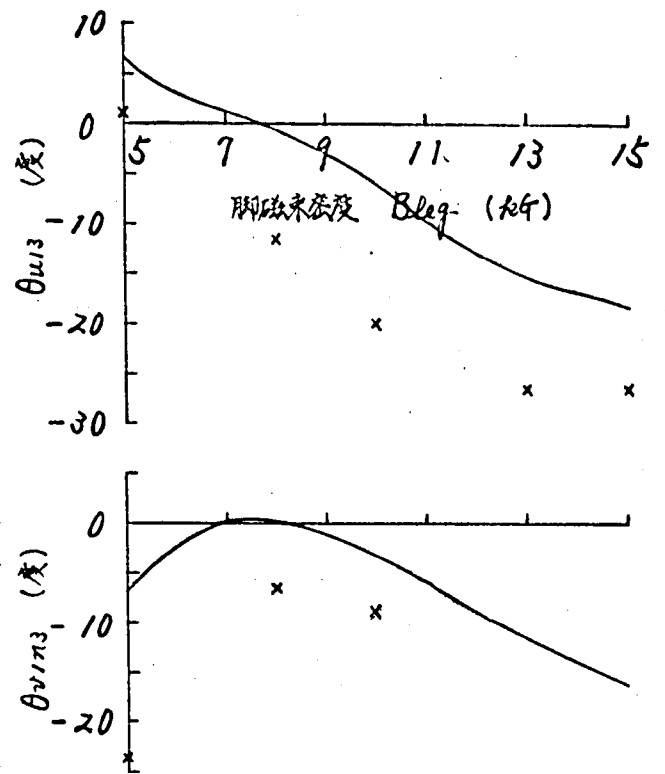
脚注 * 5.4 節参照



オ 3.46 図

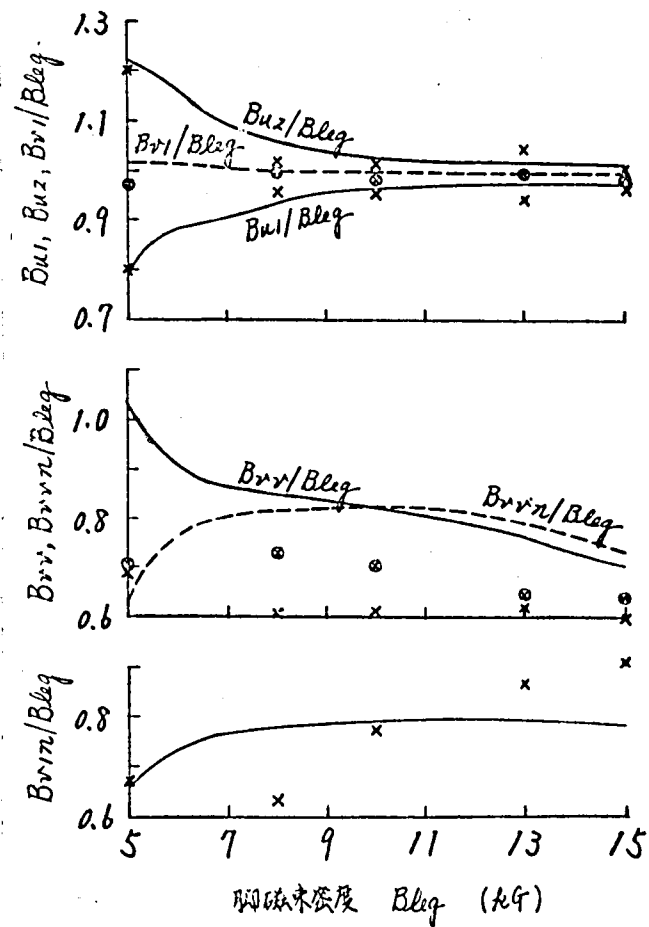
脚磁束密度とオ 3 調波振幅の関係

オ 3.46 図 ~ オ 3.48 図はそれぞれオ 3 調波の振幅、位相角が各磁路の最大磁束密度と脚磁束密度との関係を示す。



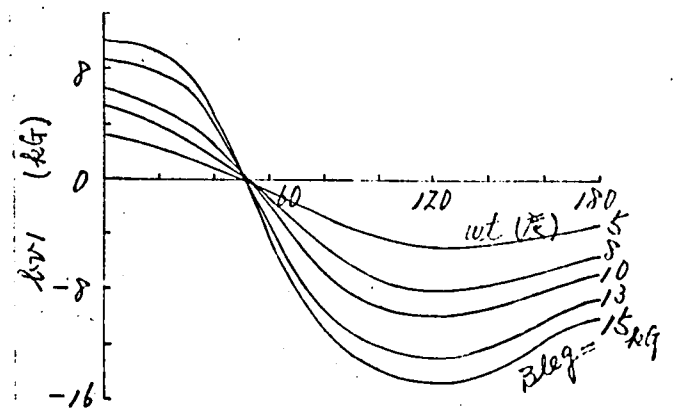
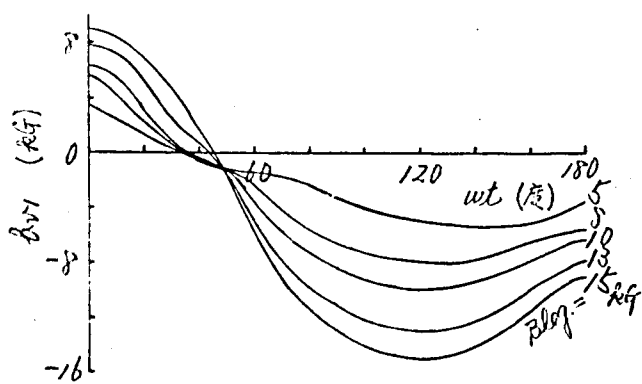
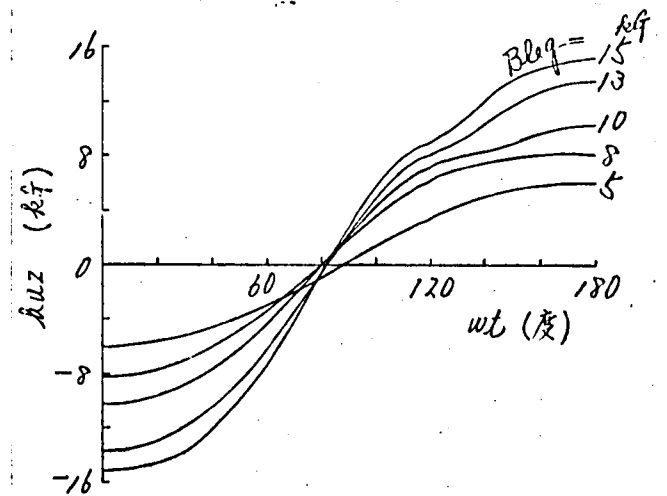
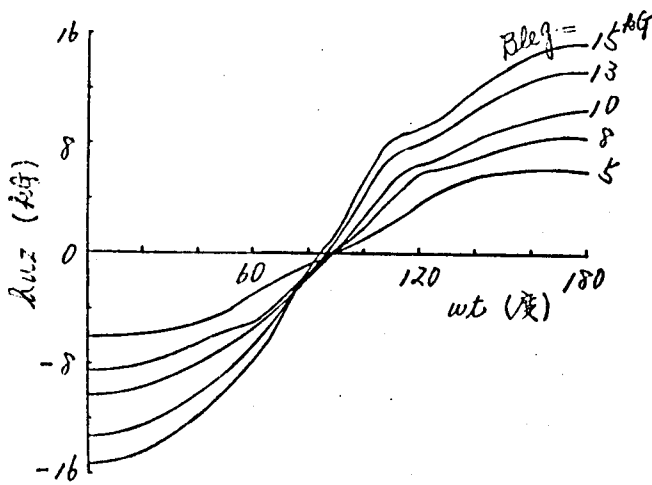
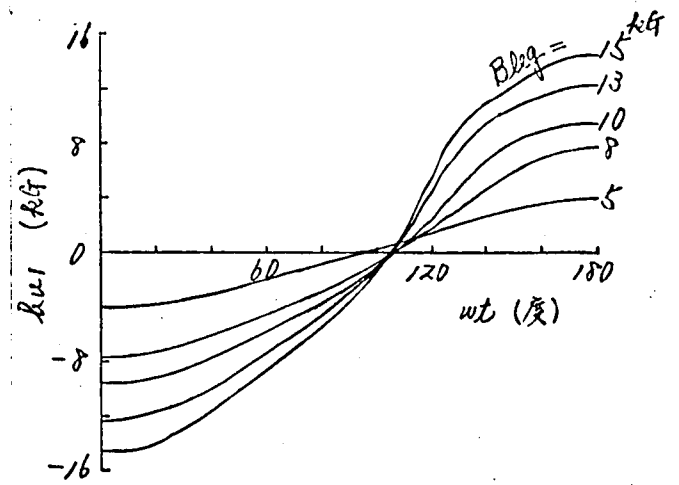
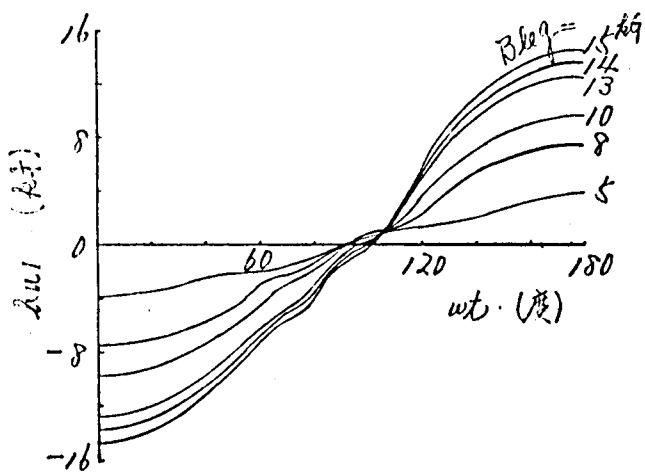
オ 3.47 図

オ 3 調波の位相角の脚磁束密度による変化



オ 3.48 図

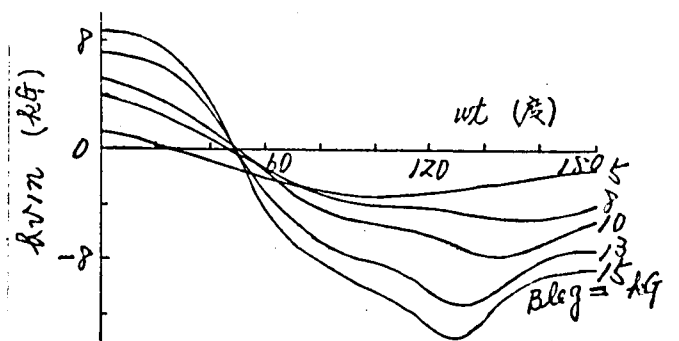
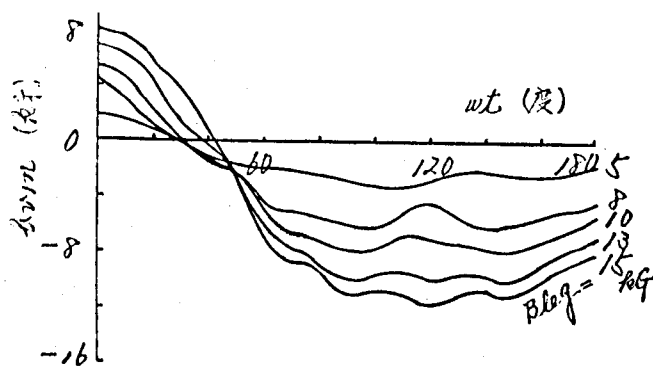
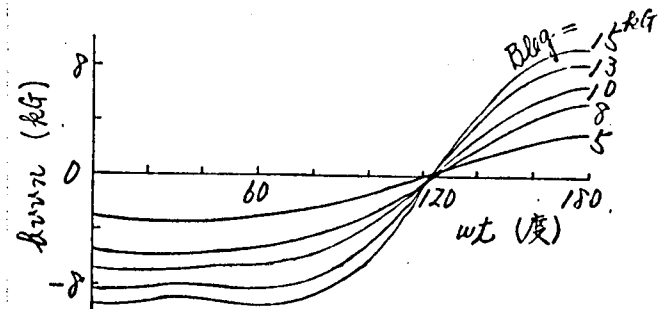
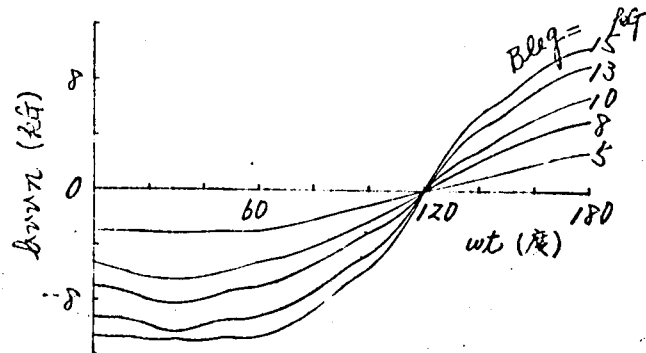
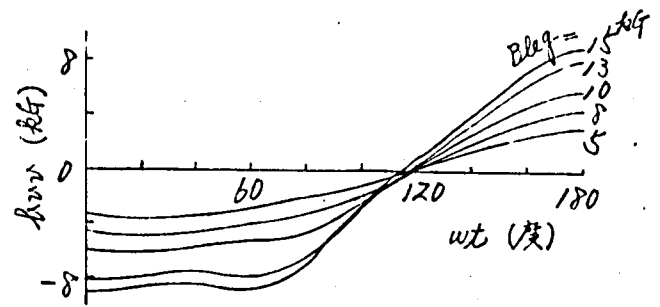
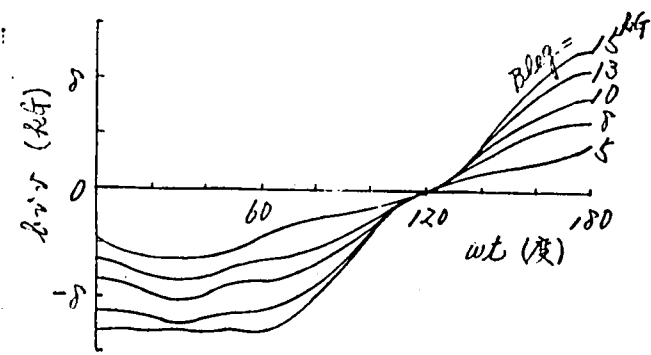
脚磁束密度と各磁路の最大磁束密度の関係



(a) 計算波形

(b) 実測波形

才 3.49 図 各磁路の磁束密度波形



(a) 計算波形

(b) 実測波形

オ 3.49 図 各磁路の磁束密度波形

オ 3.49 図は各磁路の磁束密度波形を脚の磁束密度をパラメータとして示したもので、(a) 図は計算解析、(b) 図は実測波形である。

計算波形に対し、実測波形は次の傾向がある。

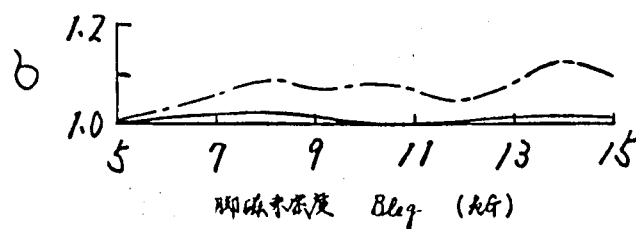
オ 1 に、全般的に実測波形の方がゆめりかに行っている。その原因は磁

化間線の近似式が不完全なためと考えられるが、これについては5.4節で改めて述べる。

オ3.16, 振幅が零となる点の位相 ωt が, ϕ_{u1} , ϕ_{u2} では数度早い位相程度進み, ϕ_{u3} では数度遅れている。これは主として基本波の位相角のずれが原因であり, オ3.45 図の θ_{u1} , θ_{u2} , θ_{u3} のずれに対応する。

オ3.16, 中央脚上・下部分の磁束波形 ϕ_{u1} , ϕ_{u2} , ϕ_{u3} は計算結果とかなり異なっている。 ϕ_{u1} , ϕ_{u2} の最大磁束密度はオ3.48 図からわかるようにかなり小さくなっている。オ3.44 図およびオ3.48 図において, ϕ_{u1} の実測値は×印で, ϕ_{u2} の実測値は○印で示す。特に ϕ_{u1} の基本波と最大値が計算値と実測値で大きく違っていることがわかる。これらの部分では磁路長が磁路幅に比べて短かいので, 磁路幅を無視して磁束が磁路の中央を通ると仮定して計算値はかなりの誤差を含むこと, 直接磁路間の磁位差が大きく, 磁路間で磁束のわたりを主とする等の原因により ϕ_{u1} , ϕ_{u2} , ϕ_{u3} の波形が計算値と異なるものと推定される。

オ3.50 図に 60 Hz における全鉄損比の計算値(実線)とエプスタイン基準の実測値(鎖線)を示す。この構造の鉄心の各磁路は独立しているため, 尺3形鉄心のオ3.43 図のように各磁路を単相励磁して鉄損を測定することは不可能である。



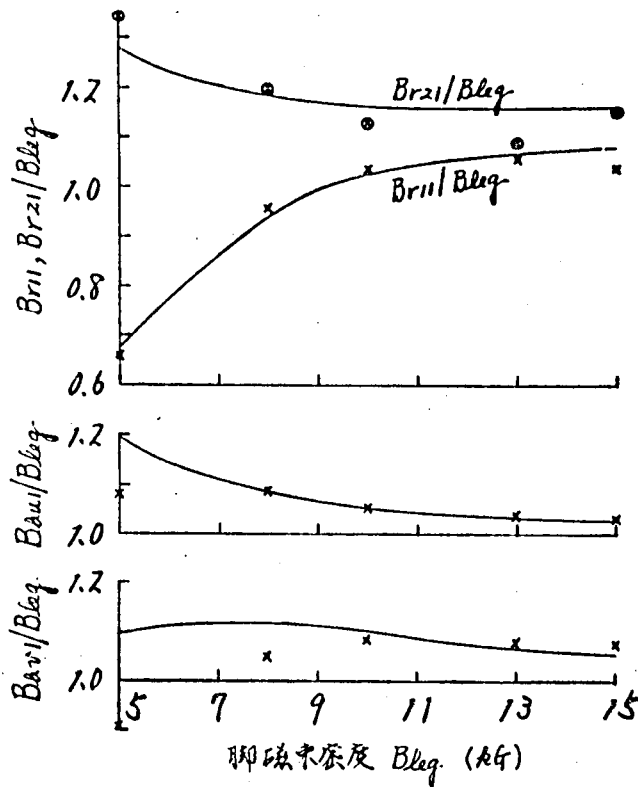
実線; 計算値
鎖線; エプスタイン基準の実測値

オ3.50 図 60 Hz における全鉄損比

計算値と実測値で波形がかなり異なるにもかかわらず鉄損に大きな差を示さない原因は, 鉄心の大部分の重量を占める磁路 ϕ_{u1} , ϕ_{u2} , ϕ_{u3} の波形がかなりよく一致しているため, わずかの部分にのみある ϕ_{u1} , ϕ_{u2} , ϕ_{u3} の波形の誤差は問題にならないからである。

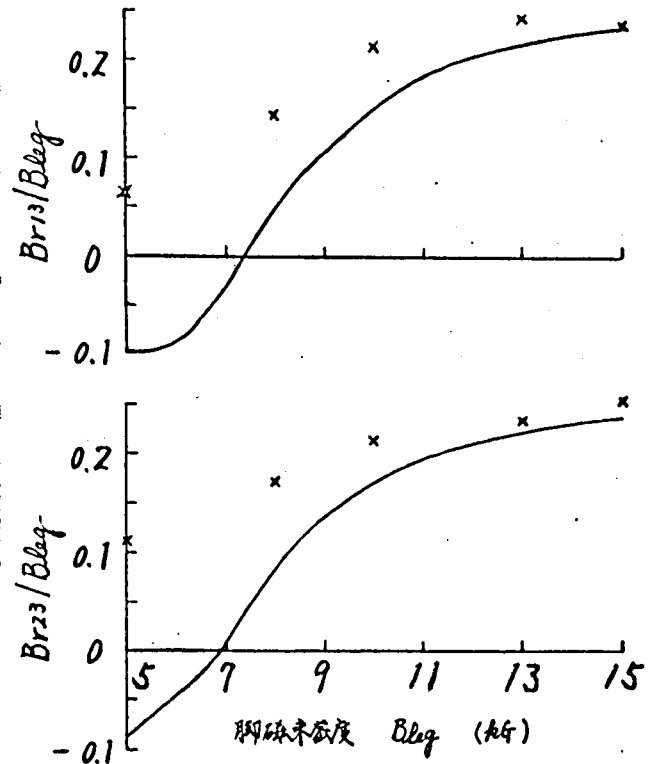
5.3.3 R6形鉄心

才3.51図, 3.52図に各磁路の基本波および才3調波の振幅と脚磁束密度の関係を示す。



才3.51図

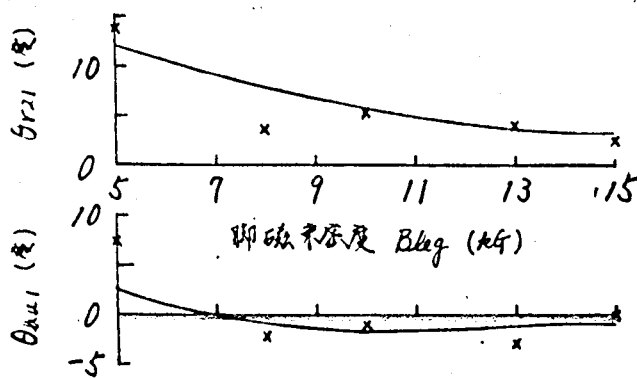
脚磁束密度と基本波振幅の関係



才3.52図

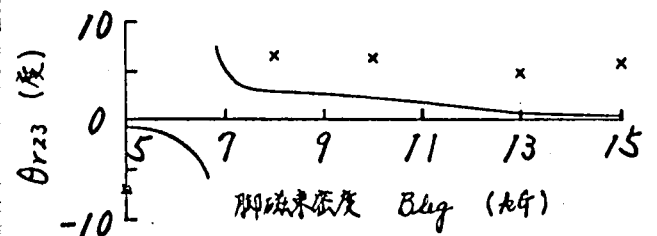
脚磁束密度と才3調波振幅の関係

才3.53図, 3.54図に各磁路の基本波および才3調波の位相変化と脚磁束密度の関係を示す。



才3.53図

基本波の位相角の脚磁束密度による変化



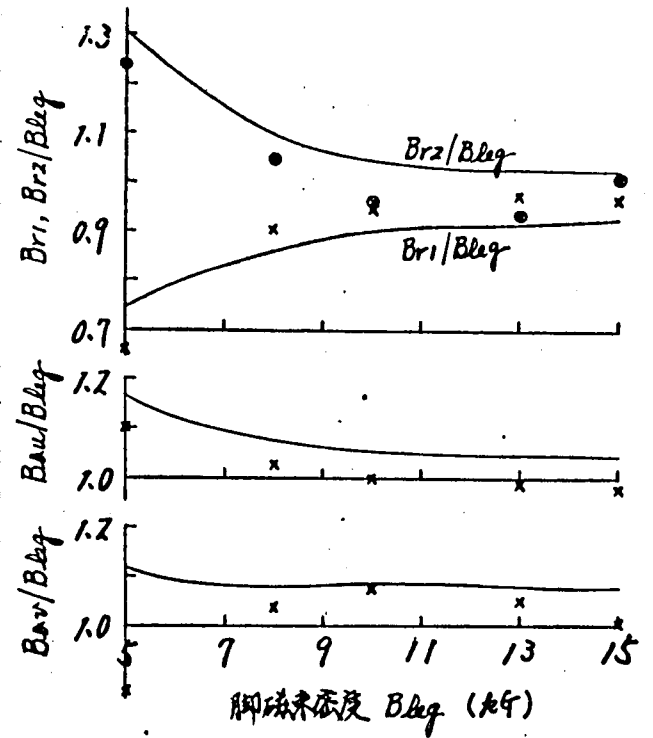
才3.54図

才3調波の位相角の脚磁束密度による変化

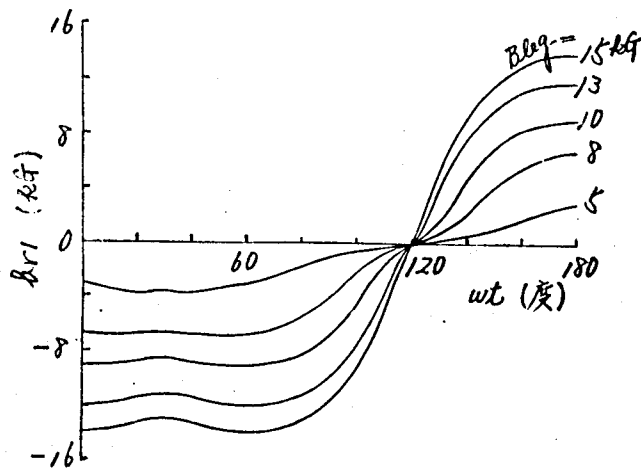
オ 3.55 図に各磁路の最大磁束密度と脚磁束密度の関係を示す。

オ 3.56 図は各磁路の磁束密度波形を脚の磁束密度をパラメータとして示すもので、(a) 図は計算値、(b) 図は実測波形である。C10 形鉄心の場合と同様、実測波形の方が一般的にねめりかた形状に付っている。

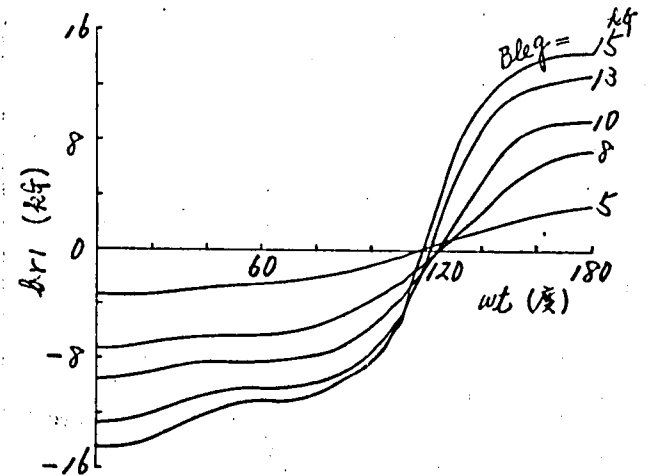
オ 3.57 図は 60 Hz における脚磁束密度と全鉄損比の関係を示し、実線はオ 7.20 図を用いた計算値、鎖線はエプスタイン基準の実測値である。中央磁路を単独に三相励磁に比し、内・外磁路をそれぞれ単独に单相励磁に比し



オ 3.55 図
脚磁束密度と各磁路の最大磁束密度の関係

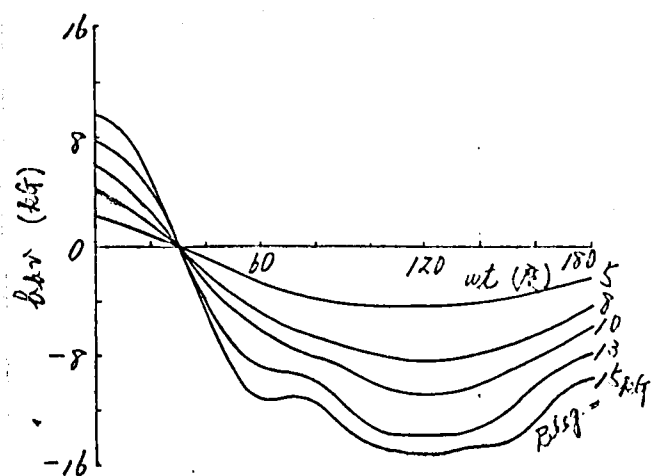
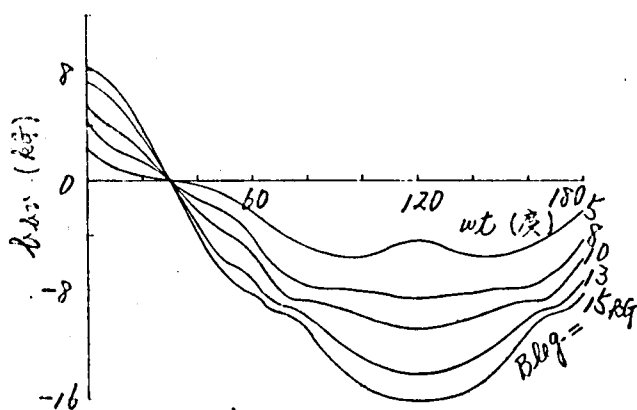
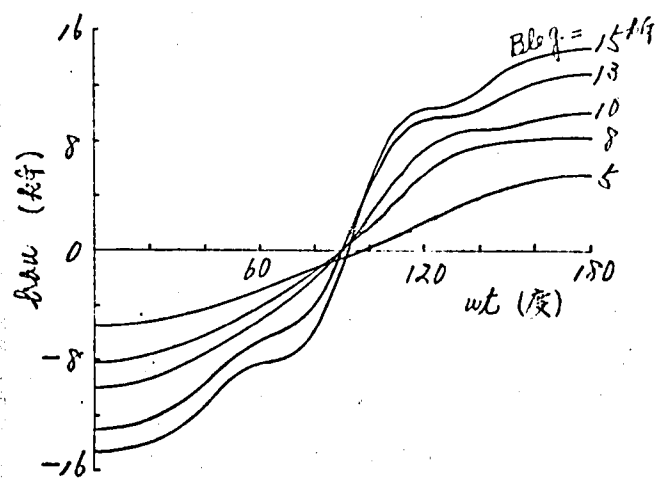
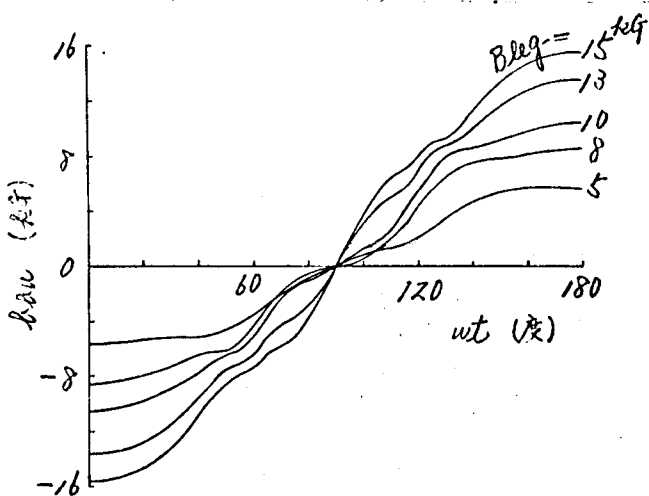
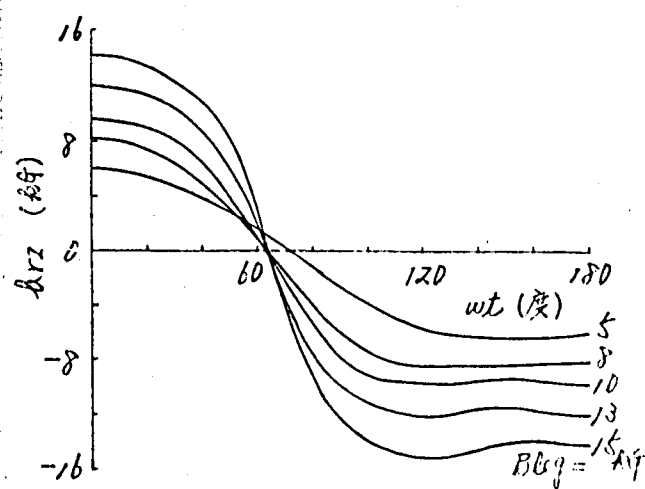
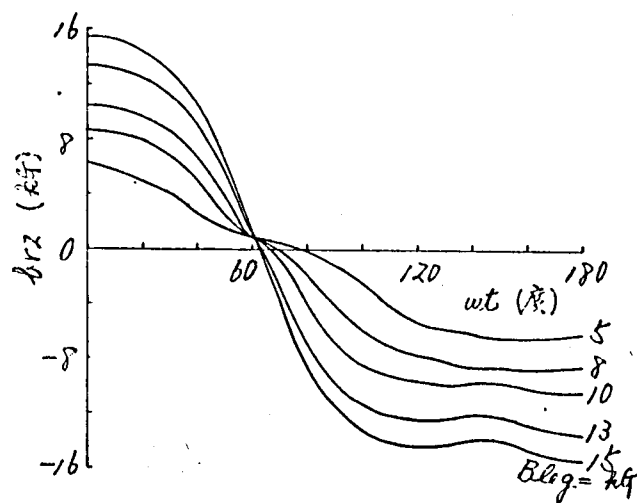


(a) 計算波形



(b) 実測波形

オ 3.56 図 各磁路の磁束密度波形

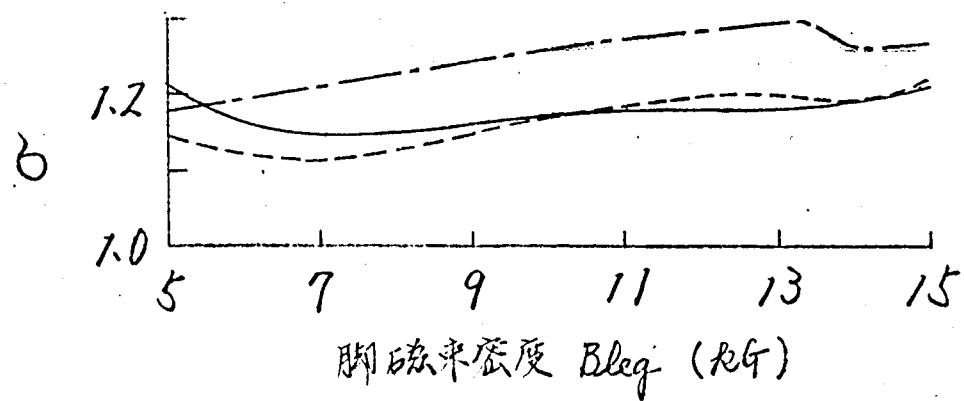


(a) 計算波形

(b) 実測波形

才3・56図 各磁路の磁束密度波形

その鉄損の和を総重量で除いた値を (3・56) 式の w とし、 W には実測値を用いた場合の鉄損比を点線で示した。中央磁路の三相鉄損はエプスタイン基準の鉄損値より大であるがこれについては5・4節で詳述する。



実線；計算値
点線；各磁路単独で測定した鉄損実測値
の和を基準として実測値
鎖線；エプスタイン基準実測値

オ 3.57 図 60 Hz における全鉄損比

5.4 実験結果に対する検討

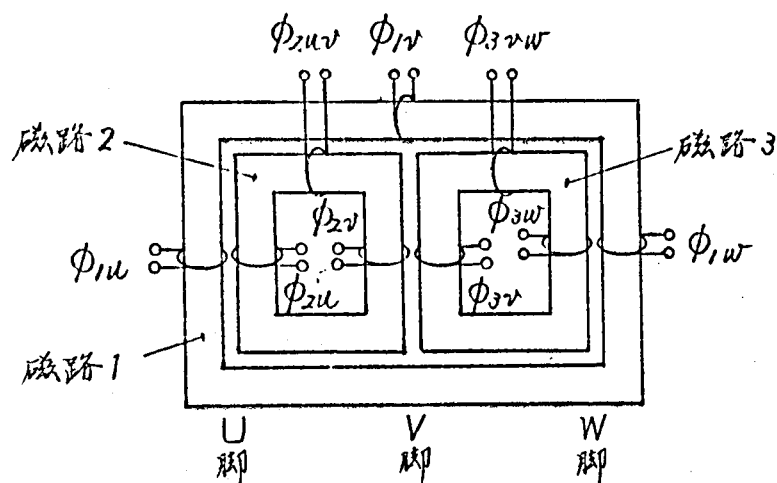
前節の実験結果は理論値と傾向においてよく一致しているが、各測定点については必ずしも正確に一致していない。本節では、主としてその原因について検討する。実験結果と理論値が一致しない原因としては、オ I 節オス章の最初に述べた諸限定が厳密には成立しないこと、磁化曲線の近似式として (3.2) 式は不完全であること、必ずみ鉄損計算式 (2.63) 式の誤差等が考えられる。次にこれらの事項について考察を行なう。

(i) 磁路相互間の磁束のわかれについて

各磁路磁束がダクトを通して相互にわかれ合う問題について検討する。

5.1 節で述べたように、実際の変圧器鉄心のダクト幅はモデル変圧器よりかなり大きいので、本実験の場合ほど多量のわかれはないものと推定されるが、ここではダクト幅 3 cm のモデル鉄心で議論をすゝめることにし、その中でも構造の簡単な E 字鉄心を取りあげて検討する。

磁束のわかれぐあいを調べるために、オ 3.58 図のように各磁路にサーコイルを設け、中央脚を単相励磁して各部の磁束分布を測定した。この状態では外側磁路 1 は励磁されないはずであるが、磁束はダクトをわけて



オ3.58図 R3形鉄心単相励磁実験時のサーケコイル位置

オ3.3表 中央脚励磁による各磁路の磁束量(%) オ3.4表 U脚励磁による各磁路の磁束量(%)

位置	中央脚磁束密度 (kg)			位置	U脚平均磁束密度 (kg)		
	5	10	15		5	10	15
Φ_{2u}/Φ_{2v}	98.2	94.8	84.6	Φ_{1u}/Φ_{2u}	39.4	88.0	97
Φ_{1u}/Φ_{2v}	1.8	4.6	14.7	Φ_{1v}/Φ_{1u}	96.2	96.4	92.3
Φ_{1v}/Φ_{2v}	0.5	0.6	0.8	Φ_{1w}/Φ_{1u}	92.1	91.6	76.2
Φ_{3vw}/Φ_{3v}	98.2	97.1	90.5	Φ_{2uv}/Φ_{2u}	100.0	99.2	98.7
Φ_{3w}/Φ_{3v}	97.4	94.7	84.8	Φ_{2v}/Φ_{2u}	100.0	98.4	96.9
Φ_{1w}/Φ_{3v}	1.8	4.6	14.5	Φ_{1u}/Φ_{u}	28.3	47.5	49.1
Φ_{3v}/Φ_{2v}	100.0	100.0	100.0	Φ_{2u}/Φ_{u}	71.9	54.0	49.1
				Φ_{3v}/Φ_{u}	1.0	1.6	5.4
				Φ_{3vw}/Φ_{u}	0.2	0.3	0.9
				Φ_{3w}/Φ_{u}	0.9	1.3	2.0

2磁路2を1に3から磁路1へ分派する。オ3.3表に実験結果を示す。表で、磁束記号の数字のオ1字目の数字は磁路の番号を示し、つづく英字は脚の位置を示す。たとえば、 Φ_{2v} はオ3.58図に示すように磁路2のV脚中央部を意味する。この表から高磁束密度のところは15%もの磁束のわに

りを生じることがわかる。すなわち、V脚上部 (ϕ_{1v}) ではほとんど磁束のわたりを生じないことがわかる。すなわち、表中の Φ_{2u}/Φ_{2v} 等はいずれも磁束の最大値の比で表示して。

オ3.4表はU脚を単相励磁して同様な実験を行なった結果である。この場合には磁路3は励磁されないはずであるが、磁路1および磁路2からダクトを渡って分流する。表中の Φ_u はU脚の全磁束を表わす。オ3.4表の場合には、磁路2の磁束密度の方が磁路1の磁束密度より高くなるが、その差はわずかなので Φ_{2u}/Φ_{2u} はほとんど100%となる。

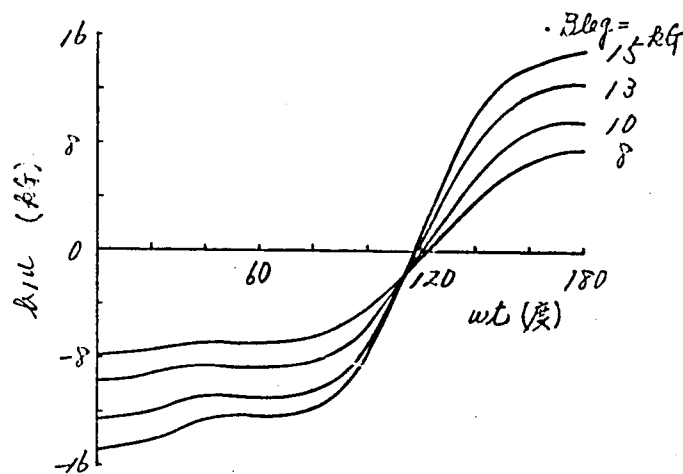
これらの実験時の誘導磁束の波形を見ると、磁束のわたりは相隣り磁路間の磁束密度の差に対応して生じている。すなわち、磁束密度の差が大きい瞬間にわたり磁束量が多くなっている。

オ3.3表およびオ3.4表の実験は周波数50Hzから、50Hzとびに600Hzまで行なったがいずれも同じ結果であった。この事実とは相隣り磁路間の磁束密度の差が一定であれば、基本波も高調波も同じ割合で磁束の分流が行なわれることを意味している。

以上の実験結果を念頭に置いて、各形式の鉄心の三相実験結果について考察する。

尺3形鉄心の外側磁路の磁束波形 ϕ_1 は、磁路1のすべての部分で同じではなく、オ3.58図の表示法でいえば、 ϕ_1 は磁束のわりの影響をほとんど受けないのでオ3.42図のように計算機解と同様な90°対称波形となるが、 ϕ_{1u} の波形はオ3.59図に示すようにオ2の峰がじゃっかん削り取れた形状となり、また ϕ_{1w} の波形は逆にオ1の峰が一部削り取られた形状となる。すなわち、オ3.42図 (a) には ϕ_{1w} の波形を示して、たとえば脚磁束密度が10%のとき $\omega t = 90^\circ$ のあたりで ϕ_{1u} に多量の磁束のわたりを生じ、波形が非対称になる原因は、この付近で内・外磁路間の磁束密度差が最も大きくなるからである。磁束密度差の大きい瞬間の ωt の値は脚磁束密度によっても変化する。

内側磁路の波形 ϕ_2 においても磁束のわたりがあり、 ϕ_{2u} の波形は $\omega t = 120^\circ$ の近辺の峰が削り取れ、 ϕ_{2v} の波形は $\omega t = 180^\circ$ の近辺の山が削り取



オ 3.59 図 R3 形鉄心外側磁路の 1 脚側中央部の磁束密度波形

る傾向がある。オ 3.42 図 (ハ) には B_{21} の波形を示した。この磁束のわたりのため B_{21} の最大磁束密度が減少し、オ 3.41 図の B_2/B_{leg} の実測値は計算値より少なくなっている。

C10 形鉄心においては、脚部の各磁路間の磁束密度差がまん均なので、 B_{11} 、 B_{12} 、 B_{21} の波形はほとんど磁束のわたりの影響を受けない。

R6 形鉄心においても磁束のわたりが存在し、 B_{11} 、 B_{12} はそれぞれ R3 形鉄心の B_1 、 B_2 の波形が各部分で示す傾向と同じ傾向をもつ。オ 3.56 図 (ハ) は B_{11} 、 B_{12} の波形を示している。したがって、オ 3.55 図の最大磁束密度の実測値は B_{11} については多目、 B_{12} については低目にできている。13.6kV における最大磁束密度の実測点で、 B_{11} と B_{12} の大、小関係が逆転しているのはこのような事情によるものである。

(ii) 磁化曲線の不完全さについて

C10 形鉄心等においては、実測波形と較べて計算波形の凹凸が激しいのは磁化曲線 (3.2) 式の不完全さに原因があるように思われる。このことは、各種形の鉄心とも低磁束密度におけるオ 3 調波ベクトルの計算値が実測値と逆位相になっていること、また磁路が複雑で磁化曲線のわずかな変動が磁束分布に大きな影響を及ぼす構造の鉄心ほど波形のみずれが著しいこと等から推察される。磁化曲線の形状が磁束波形に及ぼす影響は大きく、たとえば μ_{10} の磁化曲線として (3.2) 式の代わりに、(3.2) 式の高磁束

脚注 * オ 3.40, 3.46, 3.52 図参照

密度における近似式を低磁束密度にまで適用した場合のC10形鉄心の波形は、前節の結果とかなり変わってくる。

才I編才1.4図の積層例に示すように、モデル鉄心の各磁路中にはけい素鋼板の継ぎ目が存在する。本計算では、この継ぎ目に要する磁化電流を無限と見なすが、これも誤差の一因と考えられる。特に、C10形鉄心の h_{11} , $h_{11}n$, $h_{11}n$ の磁路においては、わずかの磁路長の間に継ぎ目が存在するのでその影響は大きい。

(iii) 磁路長について

磁束分布を計算する場合の磁路長としては、けい素鋼板の中央を直線と結んだ平均磁路長を用いた。磁路長が長い場合にはそれほど大きな誤差を生じないが、C10形鉄心の h_{11} , $h_{11}n$, $h_{11}n$ の磁路のように鋼板幅に比べて磁路長が短い場合にはかなりの誤差を生ずるものと思われる。C10形鉄心の磁束密度波形 h_{11} , $h_{11}n$, $h_{11}n$ の実測値が計算値と大きな差を有する原因は、以上(i)~(iii)の理由によるものと推定される。

(iv) 鉄損について

才I編3.2節のはじめに述べたように、高磁束密度における鉄損の測定はさうわめて困難^{*}であり、才1.20図で、無方向性けい素鋼板の15kg以上、方向性けい素鋼板の18kg以上の鉄損値はかなりの誤差を伴うものと推定される。ところが、たとえばR3形鉄心の内側磁路 h_2 の実効値磁束密度は、脚の磁束密度が12kgのとき既に16.2kgにもなるので、これ以上の脚磁束密度における鉄損の計算結果はかなりの誤差を伴うことになる。すなわち、低磁束密度では電力計の読みとり誤差が問題になるので、才1.20図において無方向性けい素鋼板で4kg以下、方向性けい素鋼板で6kg以下の場合も鉄損値はかなりの誤差を伴うものと推定される。

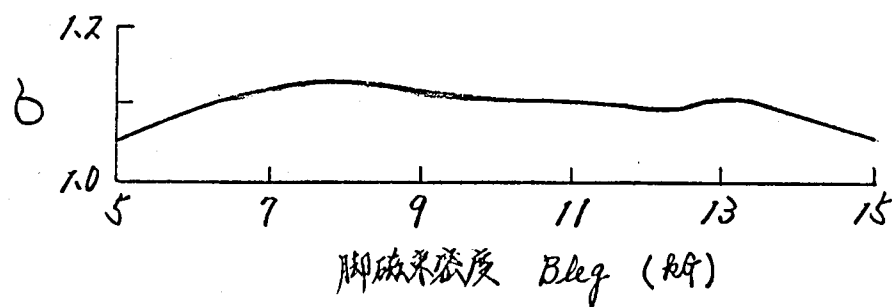
この他、才II編(2.63)式のわずかな鉄損算定式にもじやっかんの誤差が含まれる。

脚注 * 高磁束密度における鉄損の測定法は 現在電気学会磁性材料専門委員会的主要研究テーマの一つになっており、今後さらに研究を要する問題である。それでも、低力率における電力計の誤差、実効磁路長、実効電圧、浪涛係数などが主要な問題である。

一般に、鉄損の測定誤差は大きく、同一試料の鉄損を同一測定器を使って繰り返し測定した場合でも $2 \sim 3\%$ のばらつきが存在する⁽⁴²⁾ので、鉄損測定結果はこのことを念頭に置いて検討する必要がある。

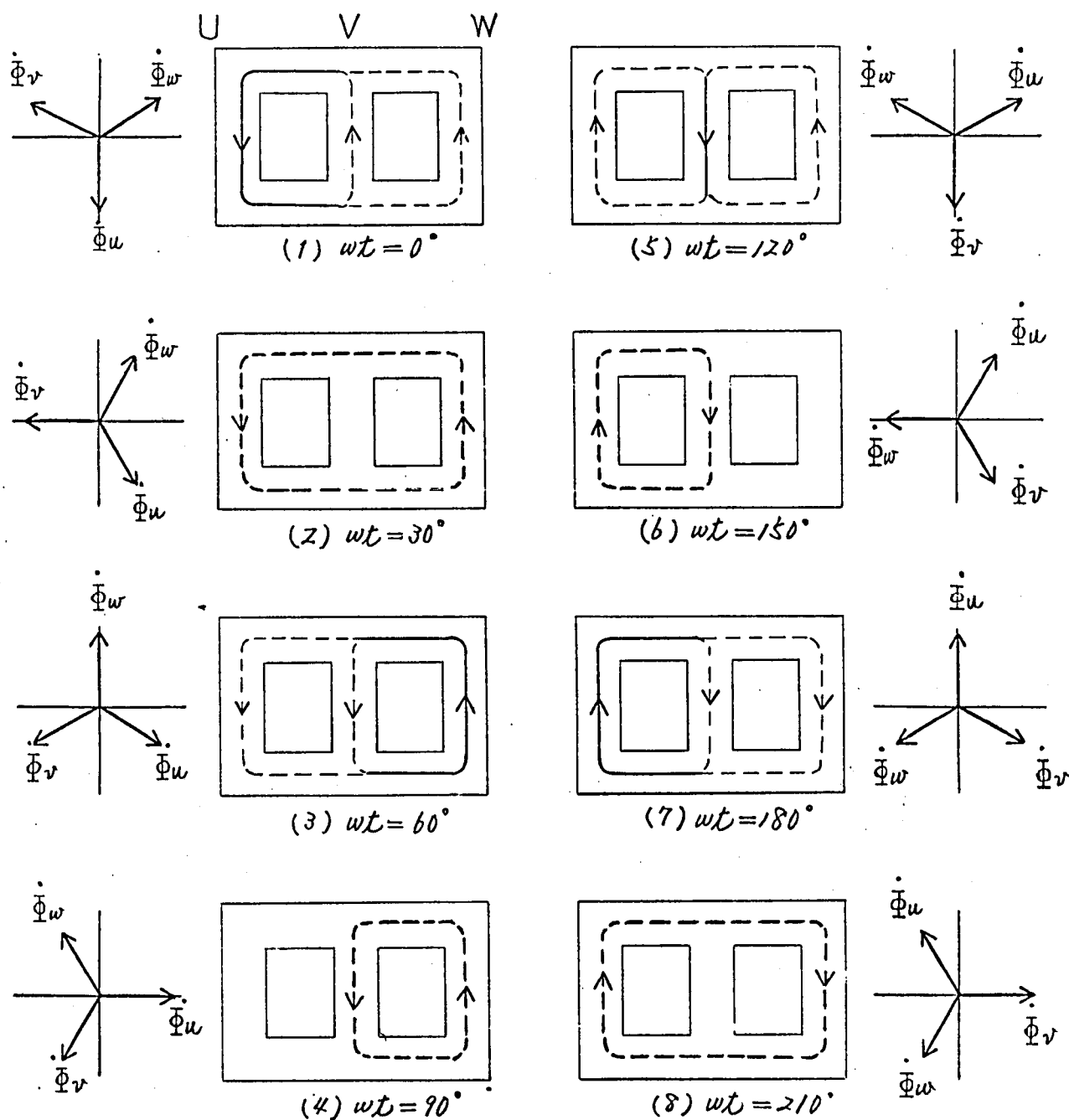
5.3.1項の終わりで触れのように、単相鉄損は一般にエプスタイン鉄損の $3 \sim 7\%$ 増しになる。その原因としては、(iii)で述べたように鉄心幅 b のため各部の磁路長が平均磁路長と一致せず磁束が意図的に片寄る（特に四隅の部分でこの傾向が強い）ことや、けい素鋼板の継ぎ目の影響等が考えられる。(5.56)式の脚注で、計算機解はエプスタイン基準の鉄損比と説明したが、上記鉄損増加分を計算機解では考慮していないので、中5.43図の矢線は点線と比較する方が適当である。

R形鉄心の中央磁路はB形鉄心の構造と同じである。そこで、この中央磁路のみを取り出して三相励磁を行ない鉄損を測定した結果を中5.60図に示す。縦軸の ϕ はエプスタイン鉄損を基準($=1$)とした場合の鉄損比で、中I編5.2節のはじめにも述べたように、B形鉄心の鉄損はエプスタイン鉄損より $5 \sim 10\%$ 多い。その原因の一つは次のように推定される。



中5.60図 60 HzにおけるB形鉄心の鉄損比
(エプスタイン基準)

中5.61図は磁束分布の時間的変化を定性的に示したもので、図中の矢印は磁束の方向を示す。矢線の磁束量を1とすれば、太破線は $\sqrt{3}/2$ 、細破線は $1/2$ の磁束量を表わすものとする。(8)図以後の ωt における磁束分布は、磁束方向が違えば以外(1)～(7)図が繰り返される。この図からわかるように、V脚上・下部分を除けば磁束方向は正または負で、大きさが時間とともに変化するだけである。それに対しV脚上・下部分で



才 3.61 図 B形鉄心中における磁束分布の時間的変化

は、振幅が時間的に変化する一種の回転磁界を形成する。回転磁界による損失の計算法についてはここではこれ以上述べないが、損失増加を招く一因と推定される。レバがって、R形鉄心の場合と同様に、才 3.57 図の矢線は点線と比較されるべきである。

C10形鉄心のV脚上・下部分においてもB形鉄心と同様な現象が生じるので、才 3.50 図に見るように計算鉄損の方が実測鉄損より少ないと推定される。

(V) 位相角について

各磁路の各調波の位相角は、5.2節で述べたようにX-Yレコード上に記録された電圧波形を15°毎に読みとり、これを計算機で調波分析して求めたものであるから数度の読みとり誤差を伴なりことはやむをえない。

以上の誤差要因のほか、電源電圧の変動、波形いずみ等の影響もじゅうぶん存在する。これらを総合して勘案すれば、実験結果はほぼ満足すべきものと考えられる。すなわち、誤差要因を考慮して実験結果を補正することほぼ計算値に近くなるので、計算結果はじゅうぶん信頼できることがわかった。

オ3.5表 各形式の鉄心のエプスタイン基準鉄損比

鉄心形式	B	R3		R6	
		S	G	S	G
鉄損比**	1.05~1.10	1.2~1.3	1.5~1.7	1.10~1.15 1.15~1.20	1.30~1.35 1.35~1.45

注 * S:無方向性けい素鋼板 (509FないしS10)

G:方向性けい素鋼板 (G10)

** 上段は $\phi_s = 2.5$, 下段は $\phi_s = 1.0$ の場合を示す。

結局、常用磁束密度近傍における各形式の鉄心はオ3.5表程度の鉄損を示すものと推定される。B形鉄心の鉄損比は計算で求められないので実験結果をもとにして推定値を示した。オ3.5表のその他の数値は、単相あるいは三相としてのいわゆる計算できない鉄損を無視している。したがって、R3形鉄心ではこの他に単相鉄心としての3~7%の鉄損増加分が加算される。R6形鉄心の中央磁路にはB形鉄心に対応して鉄損増加があり、また内・外磁路には単相鉄心としての鉄損増加分があるので、全体としては表の値より5~8%の鉄損が加算される。もちろんこの付加損失は ϕ_s が大きくなるほど増加する。

表から、方向性けい素鋼板を使用する場合にはR3形鉄心構造はできるだけ避けに方がよいことがわかる。

結 言

才 I 編で線形解を求めたのに対し、本編では非線形解について検討した。はじめに、各種荷重に対する磁化曲線の近似式を求めた。そして磁化曲線の形状と磁化電流の各調波分振幅との関係を検討した。その結果、常用磁束密度の近傍では才 3 調波系列の高調波電流は基本波と逆位相に入り、才 5 調波系列の高調波電流は基本波と同位相に入ることを得られた。

独立磁路を有する尺形鉄心と、磁路が連結されている L 形鉄心では解法が異なるが、同一グループに属する鉄心は同様の手順で解けることを得られた。そして、磁化曲線の性質を巧みに利用することによって非線形連立方程式を解くことができた。また、解の収束法として「 $1/2$ 収束法」を提案した。

いずみ波の表示法として「いずみ波のベクトル表示法」を提案した。この表示法によれば、各調波間の位相関係、いずみ波の性質等をベクトル図から容易に知ることが出来る。たとえば、この表示法を使った場合には基準ベクトルの位置をどこにとっても各調波間の相対位置は変化しない、また二つの波形が位相差 θ_s の逆波形である場合には、一方の波形のベクトル図がわかっているれば、他方の波形のベクトル図は簡単に求められる。このような性質を利用して、各鉄心の各磁路磁束の各調波振幅・位相角の相対的關係を求めることができた。

尺形鉄心の磁束波形の解析結果によれば、外側磁路の磁束波形は 90° 対称波で、各調波の位相角は -120° 一定である。高磁束密度になると磁路長比 l_r の影響は少なくなり、各磁路の基本波は対称三相交流に近くなる。すなわち、高磁束密度になると基本波の振幅・位相角は $l_r=1$ の線形解の値に近づく。高調波については、才 5、才 7 調波は無視できるが、才 3、才 9 調波は無視できなくなる。常用磁束密度の近辺における才 3 調波の含有率は 20% 程度で、才 5、才 7 調波の含有率は 1% 以下である。また、各磁路の最大磁束密度は線形解とは異なり、脚の磁束密度に近づく。そして波形はマイナーループを含有した双峰形となる。

C10形鉄心の磁束波形の解析結果によれば、中央脚の各磁路の磁束波形は線形解の場合に類似しており、その最大磁束密度は脚磁束密度とほとんど同じである。高磁束密度になると、各磁路の磁束波形に及ぼす磁路長比が、 μ_m の影響は少なく、またすべての脚の各磁路の基本波の振幅はほぼ最大磁束密度は脚磁束密度に接近する。いずれの磁路の高調波含有率もR3形鉄心よりはるかに少なく、各磁路の磁束波形はやはり正弦波に近い形状となる。

R6形鉄心の磁束波形の解析結果によれば、一者外側の磁路の波形はR3形鉄心の外側磁路の波形と類似の特性を示し、また内側磁路の波形はR3形鉄心の内側磁路の波形と類似の特性を示す。V脚中央磁路の波形はB形鉄心の波形に似る正弦波に近い形状を示す。高磁束密度になると、すべての磁路の最大磁束密度は脚磁束密度に近づく。

高磁束密度において、単一磁路からなる鉄心よりR3形ならびにR6形鉄心の鉄損が増加する主な原因は、高調波によるうず電流損の増加である。これによって、周波数が高い場合や、うず電流損の多い方向性けい素鋼板を使用すると鉄損増加が激しくなる。C10形鉄心は高調波の含有率が少ないので、他の形式の鉄心に比し鉄損が少なく、B形鉄心の鉄損とほとんど同じ鉄損値を示す。R6形鉄心においては、中央磁路の断面積の多い鉄心ほど鉄損が少ない。

磁束分布ならびに鉄損は磁化曲線の形状と鉄損曲線の形状、すなわち材質によって大幅に変化することがわかった。

以上の解析結果を実証するためにモデル変圧器による実験を行い、ほぼ満足する結果を得た。

結局、鉄損軽減の観点によれば、冷却上許されるかぎり、 $\mu_s = 0.5$ のC10形鉄心を採用し、大形鉄心で冷却上C10形鉄心の採用が困難な場合には、 μ_s のなるべく大きいR6形鉄心を採用することが望ましい。

結 論

以上の編にわたって変圧器鉄心構造と磁気特性の関係はうびにこれに因
りて諸問題について述べてきたが、これらを要約すると次の通りである。

オ工編関係

(1) 鉄心寸法の正規化を行なうことにより、代表的な鉄心について
解析すれば任意の寸法の鉄心の特性が推定できるばかりでなく、計算に
際して考慮すべき変数をかなり減らすことができる。

(2) 一般に使用されている電力用変圧器鉄心の磁路長比が、 α
はオム3図斜線部の範囲にあり、大形変圧器ほど輸送制限の関係で α
 α が大きくなる。

(3) 等価回路を使って各形式の鉄心に関する基礎方程式を導いた。

(4) 磁化特性が線形の場合について、鉄心形状と各磁路磁束の振幅
・位相角の関係、鉄損等について検討した。

(5) C10形鉄心のV脚上・下部分の充まん率 ϕ を0.5以上にすると
鉄心の組み立て工数が増すだけで磁気特性の改善は期待できない。

(6) C20形鉄心構造はC10形鉄心構造に比べて磁気特性がさほど改
善をせず、組み立て工数が増加するので実用的でない。

(7) R6形鉄心はR3形鉄心とB形鉄心の中間の特性をもつ。これに
代って、R6形鉄心の断面積比 ϕ は、冷却上問題がなければできるだけ
大きい方が望ましい。

(8) 各形式の鉄心の磁化電流の計算式を与えた((1.127)~(1.131),
(1.132)~(1.137), (1.142)~(1.147)式参照)。

(9) R3形鉄心の励磁電流は同一寸法のB形鉄心の励磁電流より大
である。

(10) 三電力計法で入結線変圧器の鉄損を測定すると、高磁束密度に
おいて1相の電力計の指示値が負になる。

オII調関係

- (1) 平均値電圧計の指示値から最大磁束密度を知ることが出来るのはマイナーループを含む磁束波形の場合に限る。
- (2) 一定の最大磁束密度を与える基本波ほうびに高調波の振幅と位相角の関係を明らかにして(オ2.2図参照)。
- (3) オ3, オ7等 $4m-1$ 次の高調波を含むするはずみ波群とオ5, オ9等 $4m+1$ 次の高調波を含むするはずみ波群はそれぞれ類似の特性を示す。
- (4) 同じ突効値電圧を示すはずみ波の基本波とオ9調波磁束密度の関係は、長軸が短軸の凡増のバ円群で表わされる。
- (5) 同じ波形率を示すはずみ波の基本波とオ9調波磁束密度の関係は、長軸が短軸の凡増のバ円群で表わされる。
- (6) 波形率とはずみ率の関係を明確に示す。すなわち、はずみ波の波形率には最小値と最大値が存在するが、はずみ率には上・下限がなく、 $0 \sim \infty$ に変化し得る。また、はずみ率と波形率は一対一の対応関係をもたず、正弦波と同じ波形率のはずみ波も存在し得る。はずみの極端に大きい波形、小さい波形、あるいは含有高調波の次数の高い波形について、はずみの程度を波形率で表現するのは適当でない。
- 最小の波形率は $\pi\pi/(2\sqrt{2}(\pi^2+1))$ で与えられ、そのときの電圧のはずみ率は $100/\pi$ (%) となる。最大の波形率は $\pi\pi/(2\sqrt{2})$ で与えられる。
- (7) 電圧のはずみ率が $100/\pi$ (%) 以下であれば、高調波の位相角 θ_n に関係なくマイナーループは生じない。また、電圧のはずみ率が 100 (%) 以上になると必ずマイナーループを形成する。
- (8) マイナーループを含むはずみ波のはずみ率や位相角を変化させた場合にヒステリシス曲線上でマイナーループがどのように変化するかについて一定の法則を与える。
- (9) 最大値、突効値、波形率、マイナーループの振幅・位置等とはずみ波の各調波の振幅・位相の関係を定量的に検討した結果、希望する系

件を満足する任意のいずみ波を合成できるようにした。

(10) マイナーループの発生限界を明らかにしたことによって鉄損測定時の波形いずみの許容限界が明確になった。また、波形いずみの許容限界を波形率のみで規定する従来の規格は不十分であることを指摘した。

(11) 各調波の振幅・位相角を変化した場合のいずみ波鉄損の一般的傾向を明らかにした。

(12) 商用周波領域におけるマイナーループを含まないいずみ波の鉄損は最大磁束密度と実効値電圧のみの関数である。

(13) いずみ波のヒステリシス曲線の性質を検討する場合に、材質、磁束密度に影響されない「電圧-磁束密度曲線」が有用であることを見出した。

(14) いずみ波の電圧-磁束密度曲線の囲む面積と正弦波のそれの比の平方根は波形率係数 F に等しい(2.52)式参照)。

(15) いずみ波の交流ヒステリシス曲線、正弦波の交流ヒステリシス曲線、直流ヒステリシス曲線間の関係を明らかにした。

(16) マイナーループ限界におけるヒステリシス曲線の包絡線の囲む面積がヒステリシス損を与えることを見出した。

(17) ニつの周波数成分からなるいずみ波の鉄損は、基本波のみが高調波が各々単独に存在する場合の鉄損を内挿することにより近似計算できる(2.64)式参照)。

(18) 多数の周波数成分からなる、いずみの比較的少ないいずみ波の鉄損は(2.63)式で近似計算できる。

(19) 鉄損をヒステリシス損とリプル電流損に分離する方法として「いずみ波法」と「マイナーループ限界法」を提案した。

才Ⅲ歸関係

(1) 各種材質のけい素鋼板の磁化曲線の近似式を与えた。

(2) いずみ波の表示法としてベクトル表示法を提案した。この方法によれば、各調波間の位相関係、いずみ波の性質等をベクトル図から容易

に知ることが出来る。

(3) ひずみ波ベクトルの性質を利用して、各磁路相互間の各調波の振幅・位相角の関係を導出する。

(4) 各種鉄心の各磁路磁束波形を解析し、ひずみ波ベクトル図を求めるとともに、各調波の振幅・位相、最大磁束密度、更知値磁束密度比、す法比、脚磁束密度、材質等によってどのように変化するかを定量的に検討する。その結果は線形解の結果とかなり異なっているが、その原因は高調波（主として第3調波）が存在するに因る。

(5) 鉄心内の磁束分布を求める場合、低磁束密度のときには線形解でもさほど大きな誤差を伴わないが、磁路長比の影響は大きいのでこれを考慮する必要がある。高磁束密度のときは磁路長比の影響は小さいので、これを無視してもさほど大きな誤差を生じないが、高調波の影響は大きいので非線形性を無視してはならない。

(6) R字形鉄心の各磁路の磁束波形はマイナーループを含む双峰形であるが、C10形鉄心のそれうはやはり正弦波に近い形状を示す。R6形鉄心の内・外磁路の波形はR字形鉄心の対応する磁路の波形に類似し、中央磁路の波形はB形鉄心のそれに近い形状を示す。

(7) 高磁束密度になると脚を構成するすべての磁路の最大磁束密度は脚磁束密度に近づく。

(8) 高磁束密度においてR字、R6形鉄心の鉄損が増加する原因は高調波磁束によるうず巻流損の増加である。したがって、周波数の高い場合や、うず巻流損分の多いけい素鋼板を使用する場合には鉄損増加が激しくなる。C10形鉄心は高調波の含有量が少ないのでB形鉄心とほとんど同じ鉄損値を示す。

(9) 磁束分布のうばに鉄損比はけい素鋼板の材質によりかなり大きく変化する。

(10) 各形式の鉄心のエグスタイン基準鉄損比の標準値を与える（次の表参照）。

謝 辞

本研究について種々御指導を賜った京都大学上之園教授に厚くお礼申し上げるとともに、本研究遂行上種々御高配をいただいた岡山大学美穂工学部長に謝意を表する。また、有益な御示唆をいただいた東京芝浦電気株式会社初田常務、御多忙中詳細に内容を御検討いただいた色々御教示下さった九州大学成田教授に感謝する。

さらに、実験、計算、データ整理に御協力いただいた岡山大学石原、中野、妹尾氏、何うびに特別研究学生諸君に感謝する。

新日本製鉄からは多量の実験試料を提供していただいたばかりでなく、御関係の諸氏と種々討論の機会を与えられた。また、東亜電気大岡工場長、富士電機平野氏からは多くのデータを提供していただいた。これらの諸氏に対しても深く感謝する。

参 考 文 献

- (1) 川島, 中田: 昭34連大, 482.
- (2) M. Vidmar : Die Transformatoren. (1956).
- (3) Arnold-la-Cour : Die Transformatoren. (1936).
- (4) R. Küchler : Die Transformatoren. (1966).
- (5) 山口: 電学誌 86, 820. (昭41).
- (6) 山口: 電学誌 87, 1161 (昭42).
- (7) A. Aizer : B.B. Rev. 47, 875 (1960).
- (8) 変圧器専門委員会: 電気学会技術報告 67, 4 (昭40).
- (9) 電気規格調査会: JEC 168 (1966).
- (10) G. Gatter : Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen. 19. (1954).
- (11) ASTM: A343 (1960).
- (12) 和田, 長岡: 電学誌 63, 890 (昭18).
- (13) 和田, 長岡: 電学論文集 4, 483 (昭18).
- (14) 中田, 石原, 土肥: 昭40電気同学会中国支部連大, 1-15.
- (15) 中田, 石原, 土肥: 昭41連大, 447.
- (16) 小糸鋼板特別委員会: 電学誌 72, 620 (昭27).
- (17) E. Madelung: Phys. ZS. 13, 406 (1912).
- (18) J. D. Ball: A.I.E.E. Trans. 34, 2693 Pt. II (1915).
- (19) E. A. Watton: J. I. E. E. August (1925).
- (20) N. Hemmer: Elektrotech. Z. (ETZ)-A 86, 296 (1965).
- (21) 磁性材料専門委員会: 電気学会技術報告 88 I部, 2 (昭44).
- (22) G. L. Hauge: J. Appl. Phys. 38, 1089 (1967).
- (23) 中田, 石原, 中野: 電学誌 90, 115 (昭45).
- (24) G. Mardus: Elektrotech. Z. (ETZ)-A H. 15 August, 446 (1953).
- (25) H. C. Roters: Electromagnetic devices. (1963).

- (26) M.I.T. : *Magnetic circuits and transformers*. (1962).
- (27) R.M. Bozorth : *Ferromagnetism*. (1961).
- (28) 中田, 石原, 中野 : 昭45連大, 329.
- (29) 中田, 石原, 土肥 : 昭39電気回学会中国支部連大, 47.
- (30) 中田, 石原, 中野 : 昭43電気回学会中国支部連大, 109.
- (31) 中田, 石原, 中野 : 昭43連大, 534.
- (32) 中田, 石原, 中野 : 昭43電気回学会中国支部連大, 110.
- (33) C.S. Walker : *T.A.I.E.E.*, 76 Pt. III, 1113 (1957).
- (34) L.F. Blume 他 : *Transformer engineering*. (1951).
- (35) J. Fischer, H. Moser : *Arch. f. Elek.* 42, 286 (1956).
- (36) H.L. Armstrong : *E.E.* 74, 1060 (1955).
- (37) G.W. Swift : *Transformer core simulation in ferroresonance studies*. (1968).
- (38) 中田, 石原, 中野 : 昭44連大, 627.
- (39) 中田, 石原, 中野 : 昭45連大, 561.
- (40) 電気学会 : 変圧器, 89 (1951).
- (41) 上又園, 町田, 上又園 : 技術研究所報告, 電力, 59059 (1960).
- (42) 中ノ系鋼板特別委員会 : 電学誌 62, 620 (昭27).

才 I 補付録

- 1.1 R 3 形鉄心の各磁路磁束密度の比 ----- 264
(線形解)
- 1.2 C 10 形鉄心の各磁路磁束密度と位相変化 ----- 265
(線形解, $\delta_s = 0.5$ の場合)

才 II 補付録

- 2.1 特定角度におけるマイナーループ発生限界点の計算 --- 268
- 2.2 電子計算機によるハザード解析法のフローチャート --- 276
- 2.3 単相独立磁路の磁束分布 ----- 277
- 2.4 マイナーループ発生限界の電圧-磁束密度曲線 ----- 281

才 III 補付録

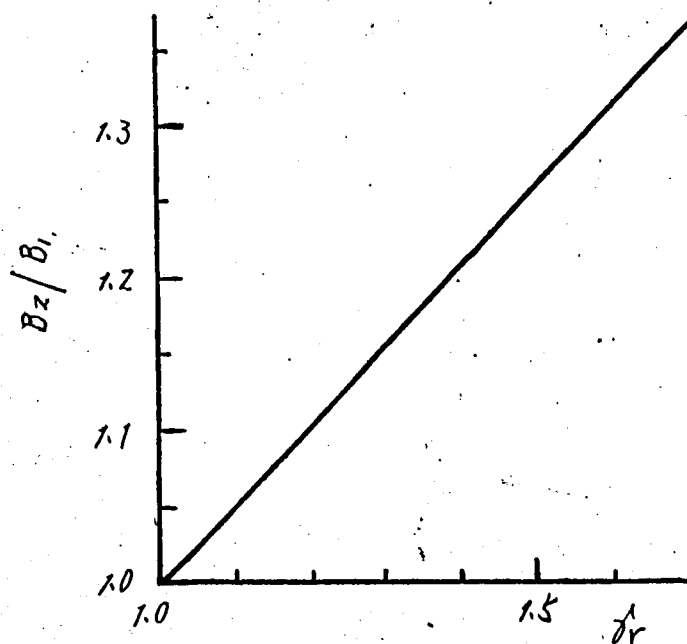
- 3.1 ニュートン法による根の計算法 ----- 284
- 3.2 逐次近似計算における解の収束法 ----- 286
(1/2 収束法)
- 3.3 線間電圧と相電圧の関係 ----- 291

付録 1.1 R3形鉄心の各磁路磁束密度の比 (線形解)

本文の (1.67), (1.68) 式より

$$B_2/B_1 = \sqrt{(\delta_r^2 + \delta_r + 1)/3} \quad (1.1.1)$$

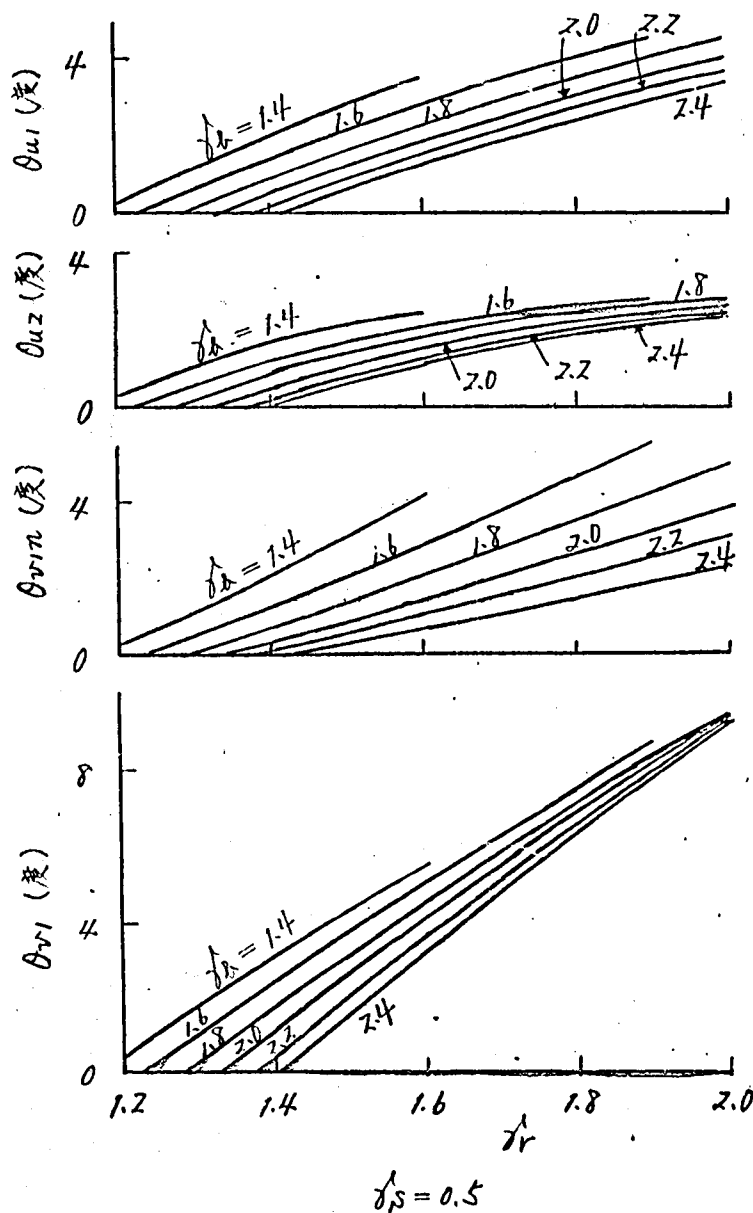
δ_r と B_2/B_1 の関係を付 1.1.1 図に示す。 δ_r が大きくなるにつれて磁路磁束密度の比はほぼ直線的に増加することがわかる。



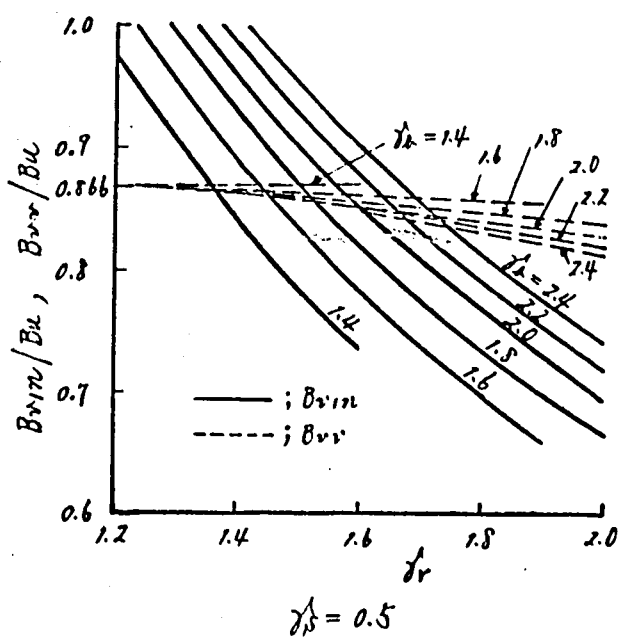
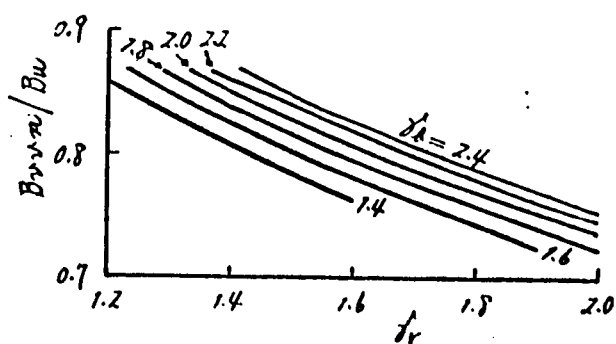
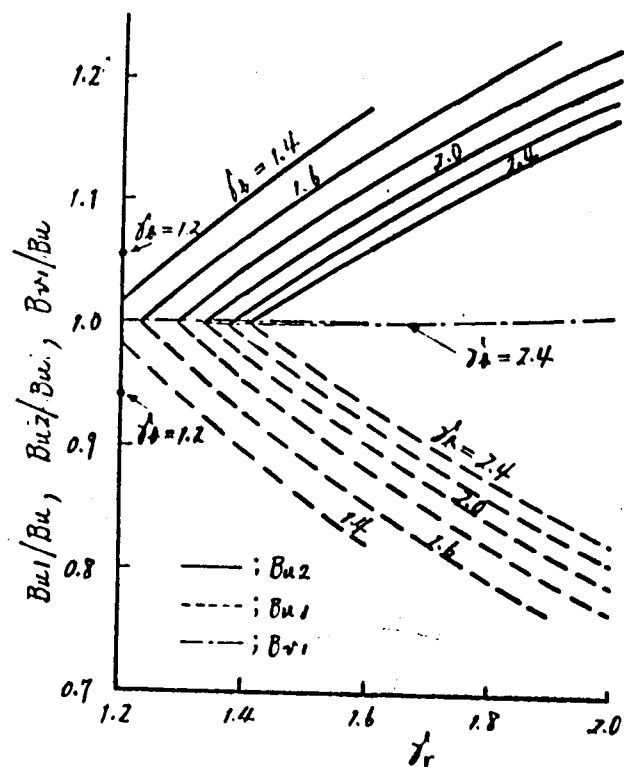
付 1.1.1 図 δ_r と B_2/B_1 の関係

付録 1.2 C10形鉄心の各磁束密度と位相変化 (線形解, $\delta_s = 0.5$ の場合)

C10形鉄心の磁路長比 δ_r , δ_s と各磁路の磁束密度の振幅係りに位相変化の関係を付1.2.1図および付1.2.2図に示す。図はいずれも充てん率 $\delta_s = 0.5$ の場合の線形解で、前者は本文第1.12図と同じにとった。



付 1.2.1 図 C10形鉄心の磁路長比と位相変化の関係



付 1.2.2 図 C10 形鉄心の磁路長比と各磁路磁束密度の関係

脚幅 C が 0 と なる条件は本文 (1.3) 式より

$$\delta_a = \delta_r / (2 - \delta_r) \quad (1.2.1)$$

$C = 0$ と なる極限状態では, B_{u1} , B_{u2} , B_{v1} , B_{v2} はすべて脚の磁束密度と同じに なること が (1.2.1) 式と 対 1.2.2 図 から わかる。同様に, 位相変化 θ_{u1} , θ_{u2} , θ_{v1} , θ_{v2} は 0 と なること も 対 1.2.1 図 より わかる。また, B_{vr}/B_u , B_{vr2}/B_u はすべて $\sqrt{3}/2$ に せん 近する。これらの値は本文中の (1.72) ~ (1.86) 式に (1.2.1) 式の条件を代入して求められる。

次に, 磁路長 l_{u1} , l_{u2} , l_v がすべて等しい場合を考えてみる。このよう な条件を満足する鉄心を実際に作ることは不可能であるが, 各磁路の磁束が飽和してくると磁路長に差があっても磁気抵抗の差はまん小になるので, このよう な極限状態を考えてみる必要がある。

(1.4), (1.14) ~ (1.16) 式より

$$\left. \begin{array}{l} \delta_r = \delta_a = 1 \\ \delta_{ra} = 2 \end{array} \right\} \quad (1.2.2)$$

このときの l_n は (1.17) 式より

$$l_n = 0 \quad (1.2.3)$$

(1.2.2) 式は (1.2.1) 式も満足しているので, (1.2.2) 式を満足する B_{u1} , B_{u2} , B_{v1} , B_{v2} はすべて脚の磁束密度に等しく, また位相変化 θ_{u1} , θ_{u2} , θ_{v1} , θ_{v2} はすべて 0 に なることが証明できる。また, B_{vr}/B_u , B_{vr2}/B_u も $\sqrt{3}/2$ に せん 近する。

すなわち, C 20 形鉄心においても (1.2.1) 式あるいは (1.2.2) 式を満足する鉄心構造の場合には, C 10 形と同様の関係が成立するが, C 20 形の場合には $l_n = 0$ であるばかりでなく l_{uv} も 0 と なる。

付録 2.1 特定角度におけるマイナーループ発生限界点の計算

計算を簡単化するため (2.11) 式の代わりに次式を考える。

$$b = \sin \varphi + \frac{V_E}{\pi} \sin \pi (\varphi + \theta \pi) \quad (2.1.1)$$

(2.1.1) 式は基本波の振幅を 1 とし、電圧のひずみ率 V_E (絶対値表示) をとり入れ、また ωt の代わりに角度表示の φ を使用したものである。そうすると磁束が極値を示す φ の値は次式から求められる。

$$db/d\varphi = 0 \quad (2.1.2)$$

またマイナーループ限界にある磁束波移は、発生限界点において (2.1.1) 式の微分値が等根をもたねばならないから

$$d^2b/d\varphi^2 = 0 \quad (2.1.3)$$

次に、(2.1.2)、(2.1.3) 式の両者を同時に満足するという条件からマイナーループ発生限界点の V_E 係りに φ を計算する。 V_E がわかれば特定角度における波移率係数 F は (2.37) 式あるいは (2.38) 式から求められる。すなわち、計算は $0 \leq \theta \pi \leq 180^\circ/\pi$, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$ の範囲のみについて行なう。

(1) 3 調波を含む場合

(2.1.1) 式より

$$b = \sin \varphi + \frac{V_E}{3} \sin 3(\varphi + \theta_3) \quad (2.1.4)$$

$$db/d\varphi = \cos \varphi + V_E \cos 3(\varphi + \theta_3) \quad (2.1.5)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \cos^2 \varphi \\ \alpha &= \sin 3\theta_3 \\ \beta &= \cos 3\theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2.1.6)$$

とすれば、(2.1.5) 式は次式のように変形される。

$$db/d\varphi = \pm (4\beta \cdot V_E \cdot x - 3\beta \cdot V_E + 1) \sqrt{x} - (4\alpha \cdot V_E \cdot x - \alpha \cdot V_E) \sqrt{1-x} \quad (2.1.7)$$

$0^\circ \leq \theta_3 \leq 60^\circ$ とすれば, (2.1.6) 式の定義から x, α, β は次の範囲にある。

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq \alpha \leq 1 \\ -1 \leq \beta \leq 1 \end{array} \right\} \quad (2.1.8)$$

また当然のことながら

$$V_E > 0 \quad (2.1.9)$$

がなければならぬ。(2.1.8), (2.1.9) 式の関係は今後式を変形する場合にしばしば考慮される。

(2.1.7) 式に極値の条件である (2.1.2) 式を適用して

$$f(x) \equiv 16 V_E^2 \cdot x^3 + 8 V_E (\beta - 3 V_E) x^2 + (9 V_E^2 - 6\beta \cdot V_E + 1) x - \alpha^2 \cdot V_E^2 = 0 \quad (2.1.10)$$

(2.1.10) 式を解けば磁束波形が極値を生ずる位相角が求まり, また $f(x)$ が等根をもつ条件からマイナーループ発生限界点が求まるはずであるが, 計算が複雑になるので特定角度についてのみ計算する。

(i) 才3調波が同相または逆相に入る場合

θ_3 が 0° または 60° の場合であるから (2.1.6) 式の α, β は

$$\alpha = 0$$

$$\beta = \pm 1$$

ここで, 符号は同相の場合が上段, 逆相の場合が下段とする。これを (2.1.10) 式に代入して

$$\{16 V_E^2 \cdot x^2 + 8 V_E (\pm 1 - 3 V_E) x + (3 V_E \mp 1)^2\} x = 0 \quad (2.1.11)$$

これが等根をもつためには (2.1.11) 式を微分して

$$48V_E^2 \cdot x^2 + 16V_E(\pm 1 - 3V_E)x + (3V_E \mp 1)^2 = 0 \quad (2.1.12)$$

結局, (2.1.11) 式と (2.1.12) 式を同時に満足する V_E がマイナーループ発生限界点の電圧ひずみ率を与えることにはなるが, 磁束波形から観察により $\theta_3 = 0^\circ$ の場合には $\varphi = 90^\circ$, また $\theta_3 = 60^\circ$ の場合には $\varphi = 0^\circ$ にマイナーループ発生限界点があることがわかってるので, (2.1.11), (2.1.12) 式にこれらの値を代入する。

まず, $\theta_3 = 0^\circ$ の場合には (2.1.12) 式より

$$V_E = 100/3 \quad (\%) \quad (2.1.13)$$

また, $\theta_3 = 60^\circ$ の場合には (2.1.11), (2.1.12) 式より

$$V_E = 100 \quad (\%) \quad (2.1.14)$$

すなわち, (2.1.13), (2.1.14) 式はマイナーループ発生限界点の電圧ひずみ率となる。これらの値を (2.37) 式または (2.38) 式に代入すればこの点における波形率係数 F も計算できる。

(ii) $\theta_3 = 30^\circ$ の場合

(2.1.6) 式で $\alpha = 1$, $\beta = 0$ とするから (2.1.10) 式は

$$f(x) \equiv 16V_E^2 \cdot x^3 - 24V_E \cdot x^2 + (9V_E^2 + 1)x - V_E^2 = 0 \quad (2.1.15)$$

となる。これを微分して

$$f'(x) \equiv 48V_E^2 \cdot x^2 - 48V_E \cdot x + 9V_E^2 + 1 = 0 \quad (2.1.16)$$

(2.1.15), (2.1.16) 式を連立して解くと次の解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} V_E &= \sqrt{3 + 2\sqrt{3}} \times 100/3 = 84.75 \quad (\%) \\ x &= (1 + \sqrt{3})/4 = 0.683 \\ \therefore \varphi &= 34.2^\circ \end{aligned} \right\} \quad (2.1.17)$$

(2) 主と調波を含む場合

(2.1.1) 式より

$$b = \sin \varphi + \frac{V_E}{5} \sin 5(\varphi + \theta_5) \quad (2.1.18)$$

$$db/d\varphi = \cos \varphi + V_E \cdot \cos 5(\varphi + \theta_5) \quad (2.1.19)$$

才5調波を含む場合には、位相角が特定の 場合でない と計算が複雑になる ので、以下には同相の場合と逆相の場合のみを取り扱う。そうすると (2.1.19)式は

$$db/d\varphi = \cos \varphi + V_E \cdot \cos 5\varphi \quad (2.1.20)$$

とする。ここで、 $\theta_5 = 0^\circ$ の場合は V_E が正、 $\theta_5 = 36^\circ$ の場合は V_E が負で表 示されていると考えれば、(2.1.20)式は同相の場合にも、逆相の場合にも 通用できる。(2.1.20)式を変形すると

$$db/d\varphi = (16V_E \cos^4 \varphi - 20V_E \cos^2 \varphi + 5V_E + 1) \cos \varphi \quad (2.1.21)$$

(2.1.21)式より極値は $\varphi = 90^\circ$ の点に1個存在することになる。また (2.1.21)式の括弧内は $\cos^2 \varphi$ の2次式とほっているが、現在着目している 波形がいずれも 90° 対称波であることを考えれば、これは当然のことである。 したがって、次の(2.1.22)式を検討すれば、 $\varphi = 0^\circ \sim 90^\circ$ の範囲についての 値が求まる。 $\varphi = 90^\circ \sim 180^\circ$ の範囲の値は 90° 対称波という条件から容易に求 められる。

$$f(x) \equiv 16x^2 - 20x + 5 + 1/V_E = 0 \quad (2.1.22)$$

ここで、

$$x = \cos^2 \varphi \quad (2.1.23)$$

とする。

(2.1.22)式の根は

$$x = (5 \pm \sqrt{5 - 4/V_E})/8 \quad (2.1.24)$$

したがって、 $f(x)$ は

$$V_E = 0.8 \quad (2.1.25)$$

に於いて

$$x = 5/8$$

(2.1.26)

の等根をもつ。よって, (2.1.22)式より

$$f(0) = 5 + 1/V_E$$

(2.1.27)

に於いて, $f(0) = 0$ を満足する V_E は

$$V_E = -1/5$$

(2.1.28)

同様に

$$f(1) = 1 + 1/V_E$$

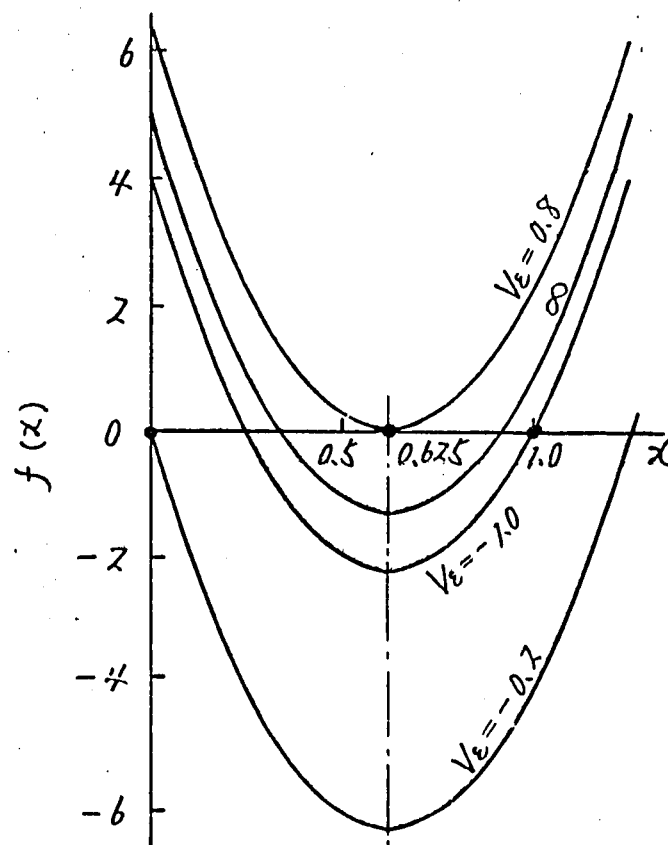
(2.1.29)

ゆえに $f(1) = 0$ を満足する V_E は

$$V_E = -1$$

(2.1.30)

結局, 曲線 $f(x)$ は付2.1.1図に示すように下に凸の放物線群となり, V_E が変化しても図形は変わらず全体が上下方向に移動するだけである。この曲



付2.1.1図 $f(x) = 16x^2 - 20x + 5 + 1/V_E$ の図形

線が $0 < \alpha < 1$ の間に根をもちければ、磁束は $\varphi = 90^\circ$ の点に 1 個の極値を有し、マイナーループの存在しない波形となる。また $0 < \alpha < 1$ の間に根が 1 個あれば、1 組のマイナーループを有する波形となる。したがって、 $f(\alpha)$ が等根を有する条件 (2.1.25), (2.1.26) 式はオ 1, 2 組のマイナーループが同時に発生する限界点のひずみ率および φ を与える。また、 $\alpha = 0$ の点で 1 根を有する条件 (2.1.28) 式はオ 1 組のマイナーループ発生限界点のひずみ率を与える。同様に $\alpha = 1$ の点に根を有する条件 (2.1.30) 式は 2 組目のマイナーループが発生する限界点となる。

以上を要するに、位相角 $\theta_5 = 0^\circ$ の場合には、

$$\left. \begin{array}{l} V_E = 80 \text{ (\%)} \\ \varphi = \begin{cases} 37.75^\circ \\ 142.25^\circ \end{cases} \end{array} \right\} \quad (2.1.31)$$

の点で、マイナーループの組数が 0 から 2 に変化する。また、位相角 $\theta_5 = 36^\circ$ の場合には、

$$\left. \begin{array}{l} V_E = 20 \text{ (\%)} \\ \varphi = 90^\circ \end{array} \right\} \quad (2.1.32)$$

の点で、オ 1 組のマイナーループが発生し、

$$\left. \begin{array}{l} V_E = 100 \text{ (\%)} \\ \varphi = 0^\circ \end{array} \right\} \quad (2.1.33)$$

の点で、オ 2 組目のマイナーループが発生する。そのときオ 1 組目のマイナーループの上端に対応して φ の値は、(2.1.33) 式の V_E を (2.1.22) 式に代入して、

$$\varphi = \begin{cases} 60^\circ \\ 120^\circ \end{cases} \quad (2.1.34)$$

となる。

(3) オ 9 調波を含む場合

(2.1.1) 式より

$$h = \sin \varphi + \frac{V_e}{9} \sin \varphi (\varphi + \theta_9) \quad (2.1.35)$$

$$dh/d\varphi = \cos \varphi + V_e \cdot \cos \varphi (\varphi + \theta_9) \quad (2.1.36)$$

オ 9 調波を含む場合も位相角が 0° の場合と 20° の場合のみを取り扱い、 V_e の正・負もオ 5 調波の場合と同様に表示する。(2.1.36)式を変形して

$$\begin{aligned} dh/d\varphi = & (256 V_e \cdot \cos^8 \varphi - 576 V_e \cdot \cos^6 \varphi + 432 V_e \cdot \cos^4 \varphi - 120 V_e \cdot \cos^2 \varphi \\ & + 9 V_e + 1) \cos \varphi \end{aligned} \quad (2.1.37)$$

オ 5 調波の場合と同様は考え方から次式を検討すればよい。

$$f(x) \equiv 256 x^4 - 576 x^3 + 432 x^2 - 120 x + 9 + 1/V_e = 0 \quad (2.1.38)$$

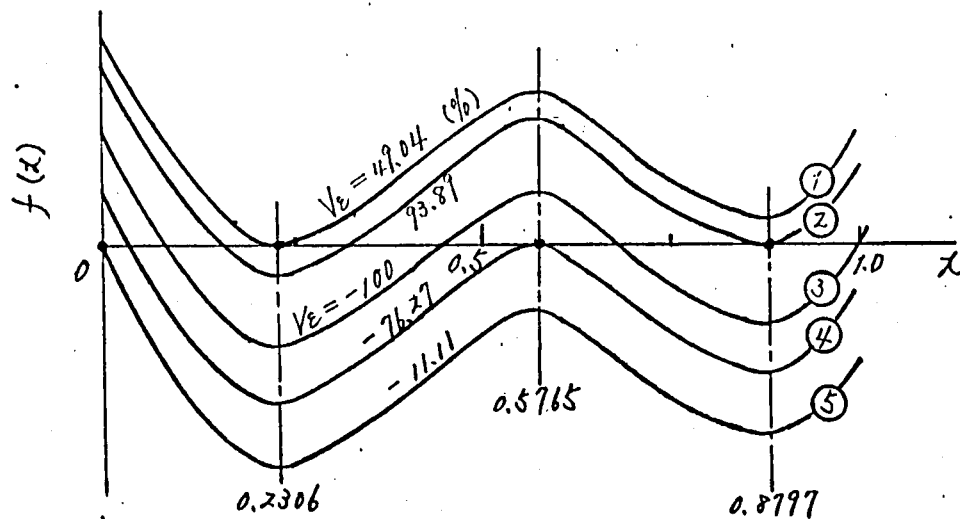
ゆえに、 $f(x)$ が極値を示す x は次式より求められる。

$$f'(x) \equiv 128 x^3 - 216 x^2 + 108 x - 15 = 0 \quad (2.1.39)$$

これを解いて $f(x)$ が極値を示す x および φ を求めると、次の $x_1 \sim x_3$ 、 $\varphi_1 \sim \varphi_3$ 点となる。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0.2306, \quad \varphi_1 = 61.3^\circ \\ x_2 &= 0.5765, \quad \varphi_2 = 40.6^\circ \\ x_3 &= 0.8797, \quad \varphi_3 = 20.3^\circ \end{aligned} \right\} \quad (2.1.40)$$

これらの値は V_e に無関係に一定であるから、 $f(x)$ の図形は付 2.1.2 図に示すように、 V_e が変化しても形が変わらずに全体が上下方向に移動するだけである。したがって、オ 5 調波の場合と同様に 1 組の寄根のみを有する曲線①がオ 1 組とオ 2 組のマイナーループを同時に発生する限界点のいずみ率を与える。また、1 組の寄根と 2 個の実根を有する曲線②がオ 3・4 組のマイナーループを同時に発生する限界点のいずみ率を与える。 $\theta_9 = 20^\circ$ の場合には、 $x=0$ の点に根を有する曲線③がオ 1 組のマイナーループ発生限界点となる。 $0 < x < 1$ 間に 1 実根と 1 組の寄根を有する曲線④はオ 2・3 組のマイナーループが同時に発生する限界点となる。

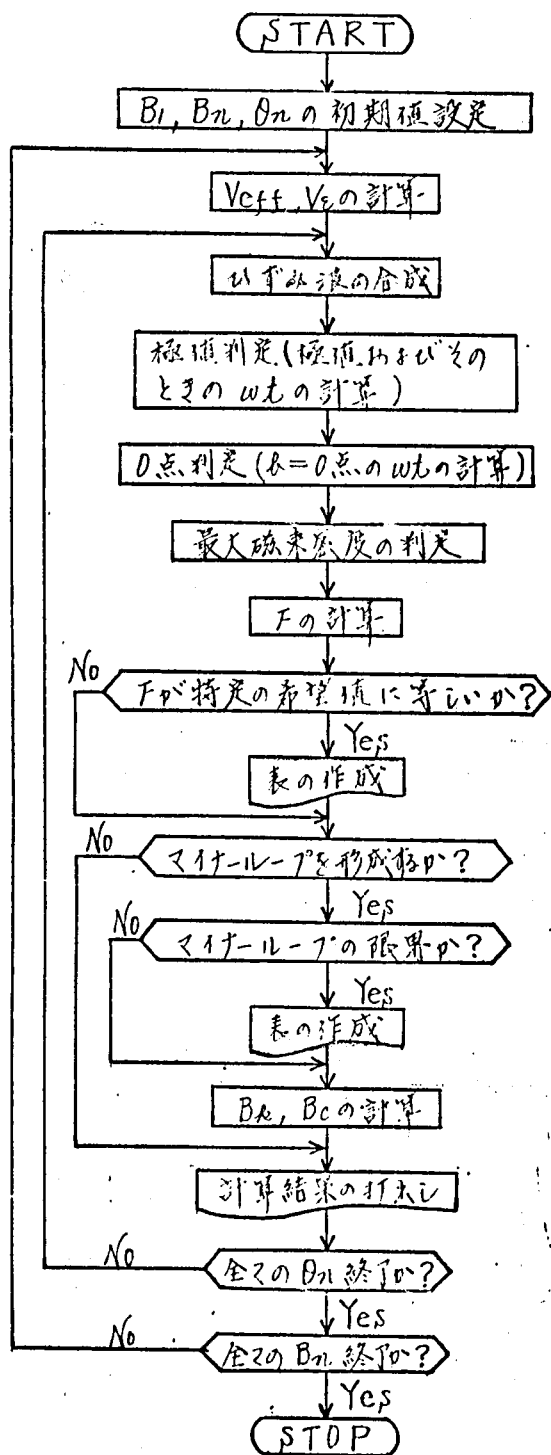


対 2.1.2 図 $f(x)$ の図形

曲線①, ②, ④に対応するはずみ率 V_L は, (2.1.40)式の x を (2.1.38)式に代入すれば求められる。また, 曲線③, ⑤に対応するはずみ率は, x をそれぞれ 1 および 0 とおき同様の手順で求められる。

付録 2.2 電子計算機によるいずみ波解析法のフローチャート

付2.2.1図にフローチャートを示す。図中の記号は本文中の記号と同じ
 ばとった。 B_1 は一定 ($B_1=1$) とし, B_n を 0.001 のピッチで, θ_n
 を 1° のピッチで変化して。極値を判定する際には ωt を 1° づつ変化してそ
 の前後の ωt の値と比較して。



付2.2.1図 いずみ波解析フローチャート

付録 2.3 単相独立磁路の磁束分布

付2.3.1図に示すように2分割された単相鉄心に正弦波電圧が印加された場合の各磁路の磁束分布を検討する。計算にあたっての仮定等は本文の各鉄心の場合と同様に考える。磁路A, Bの磁路長を l_A, l_B , 断面積を S_A, S_B , 磁束密度の瞬時値を b_A, b_B とする。また, 鉄心全体としての平均磁路長を l , 全断面積を S , 見かけの磁束密度を b とすれば, それらの間には次式が成立する。

$$l_A + l_B = 2l \quad (2.3.1)$$

$$S_A + S_B = S \quad (2.3.2)$$

$$S_A \cdot b_A + S_B \cdot b_B = S \cdot b \quad (2.3.3)$$

いま,

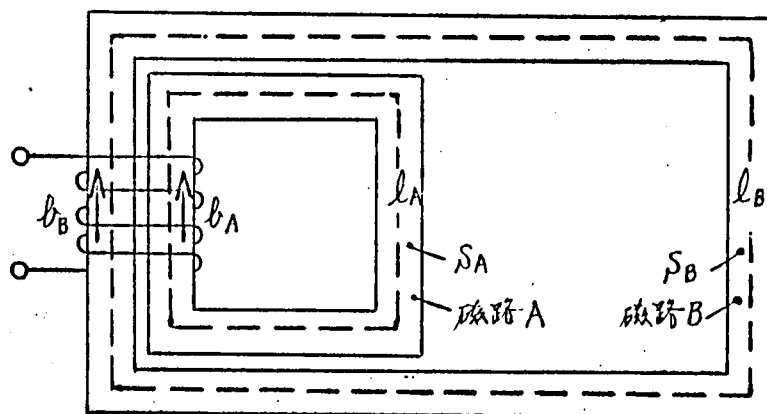
$$\delta_l = l_B / l_A \quad (2.3.4)$$

$$\delta_S = S_B / S_A \quad (2.3.5)$$

とすれば

$$l_A = 2l / (1 + \delta_l) \quad (2.3.6)$$

$$l_B = \delta_l \cdot 2l / (1 + \delta_l) \quad (2.3.7)$$



付2.3.1図 鉄心構造説明図

$$S_A = S / (1 + \gamma_s) \quad (2.3.8)$$

$$S_B = \gamma_s \cdot S / (1 + \gamma_s) \quad (2.3.9)$$

これらの式を (2.3.3) 式に代入して

$$b_B = \{ (1 + \gamma_s) b - b_A \} / \gamma_s \quad (2.3.10)$$

一方、起磁力が両磁路に等しく加わるという条件より

$$l_A \cdot f(b_A) = l_B \cdot f(b_B) \quad (2.3.11)$$

(2.3.4) 式を代入して

$$Z \equiv f(b_A) - \gamma_s \cdot f(b_B) = 0 \quad (2.3.12)$$

磁路長比 l , 断面積比 γ_s , 脚の見かけの磁束密度 b が与えられれば, 各磁路の磁束分布を求めるには次のようにすればよい。

まず, b_A を仮定し, (2.3.10) 式より b_B を求める。これを (2.3.12) 式に代入して Z を求める。 Z が 0 でなければ b_A を修正して $Z=0$ にする。これを繰り返せば, 正しい b_A , b_B が求められる。(2.3.12) 式の電子計算機による解法としてはニュートン法がよい。 Z を b_A で微分して

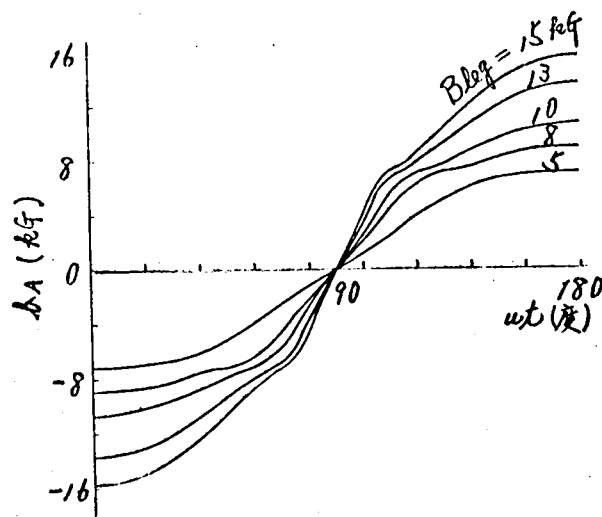
$$\Delta Z = \frac{dZ}{db_A} = \frac{df(b_A)}{db_A} + \frac{\gamma_s}{\gamma_s} \cdot \frac{\partial f(b_B)}{\partial b_B} \quad (2.3.13)$$

に代って b_A の修正量 Δb_A は $Z/\Delta Z$ となる。

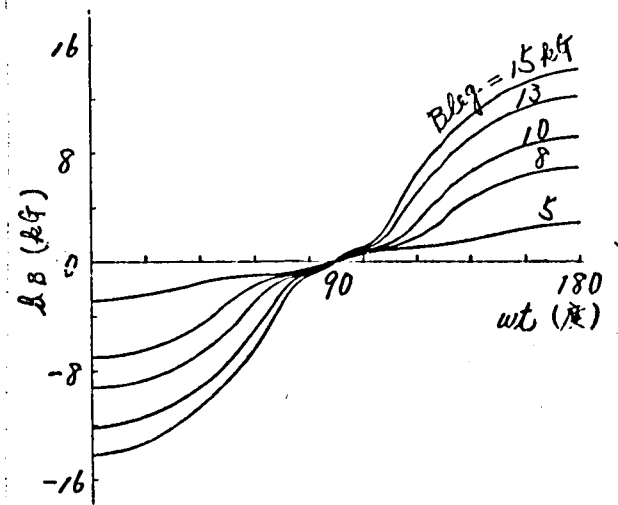
以上のようにして解析した結果の一例を付2.3.2図に示す。図は材質が S 10で, 断面積比 γ_s が1の場合の各磁路の磁束密度波形を, 脚の見かけの最大磁束密度 B_{leg} をパラメータとして描いたものである。図から, 正弦波の電圧を印加しても各磁路の磁路長^{*}が異なると, 磁路磁束は正弦波にはならないことがわかる。回路の対称性から考えると当然のことながら, 磁束波形は90°対称波になる。

付2.3.3図は磁路長比 l をパラメータとして脚の見かけの最大磁束密度

脚注 * (2.3.11) 式からわかるように $l_A = l_B$ であれば, 断面積 S_A と S_B のための磁気抵抗が異なっても波形はずみを生じない。

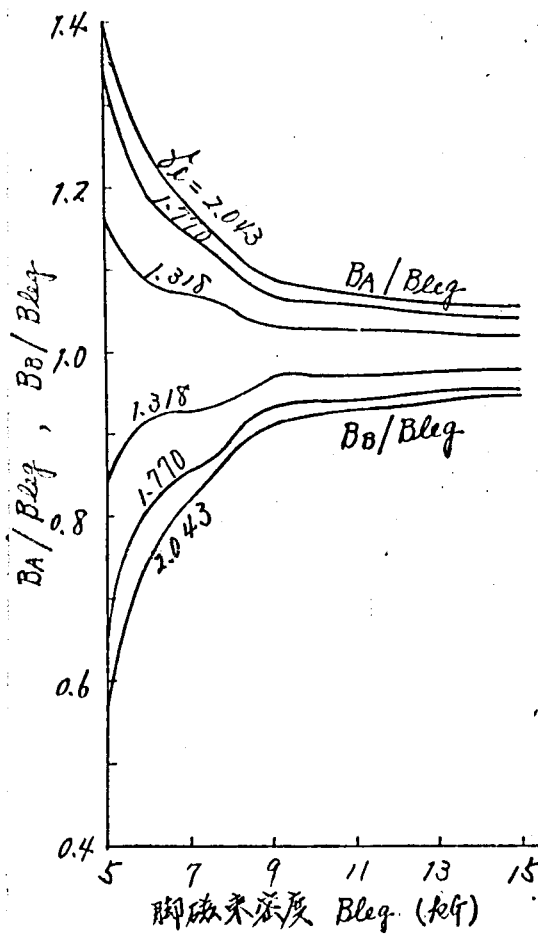


(a) A磁路

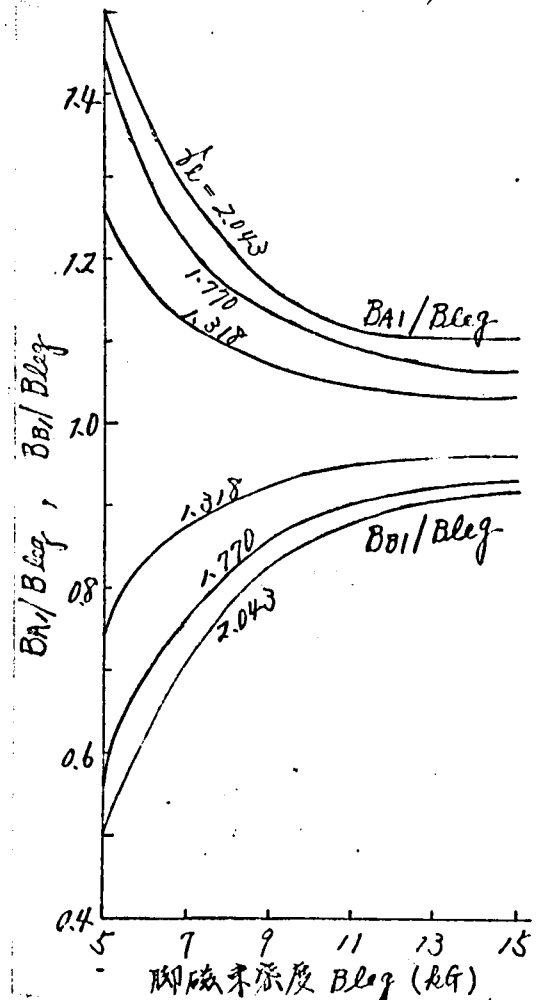


(b) B磁路

付2.3.2図 β_{10} の $\beta_s=1$, $\beta_L=2.043$ における各磁路の磁束密度波形



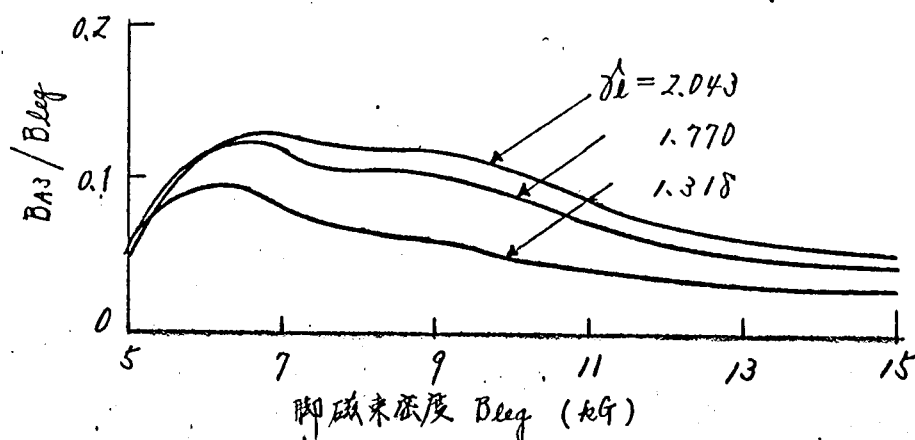
付2.3.3図 β_{10} の $\beta_s=1$ における
各磁路の最大磁束密度



付2.3.4図 β_{10} の $\beta_s=1$ における
各磁路の基本波の振幅

B_{leg} と各磁路の最大磁束密度 B_A , B_B の関係を示す。但し、縦軸は B_A , B_B の代わりに B_A/B_{leg} , B_B/B_{leg} で表すこと。

当然のことながら、磁路長の長い外側磁路Bの最大磁束密度 B_B の方が内側の B_A より小さいが、高磁束密度になると両者の差はほとんど無くなる。付2.3.4図は B_{leg} と各磁路の基本波の振幅 B_{A1} , B_{B1} の関係を示す。基本波分り B_A , B_B の場合とはほぼ同じ傾向を示している。付2.3.5図は各磁路のオノ調波の振幅に関する同様の関係を示す。印加電圧中にオノ調波分は存在しないので、断面積比 λ_p が1の場合には各磁路のオノ調波 B_{A3} , B_{B3} は等しい値となる。図から脚の磁束密度 B_{leg} が6~7 kGのあたりでオノ調波含有率がもっとも大きくなることがわかる。その大きさは10%程度で、磁路長比が大きくなるにつれて増加する。



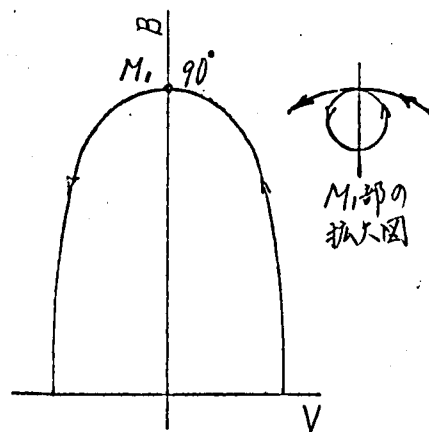
付2.3.5図 $S10$ の $\lambda_p=1$ における各磁路のオノ調波の振幅

付録 2.4 マイナーループ発生限界の電圧—磁束密度曲線

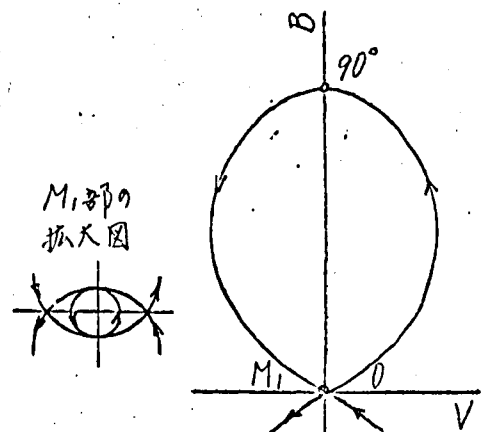
マイナーループ発生限界の近傍における電圧—磁束密度曲線はオ 2.9 図から推定できる。ここでは、特定の位相角におけるマイナーループ発生限界の電圧—磁束密度曲線の形状について考察する。オ II 編 4.2.4 項でも述べたように位相角 θ_n が 0° または $180^\circ/n$ の場合には、 $V-B$ 曲線が座標軸に関して上下・左右対称な形状になるので、以下の各図にはオ 1, オ 2 象限のみを示した。また、図中の数字はオ 2.9 図の ωt の値を示し、記号 M_1, M_2, \dots はオ 2.2 図に対応したマイナーループの組番号を示す。なお、矢印は ωt の増加方向を示す。

(1) オ 3 調波を含む場合

付 2.4.1 図 (a) は位相角 $\theta_3 = 0^\circ$ の場合のマイナーループ発生限界の $V-B$ 曲線で、 $\omega t = 90^\circ$ がマイナーループ発生点になる。(b) 図は $\theta_3 = 60^\circ$ の場合で、 $\omega t = 0^\circ$ がマイナーループ発生点となり、この点において曲線は B 軸に接する。また、 $\omega t = 90^\circ$ において最大磁束密度となる。



(a) $\theta_3 = 0^\circ$ の場合



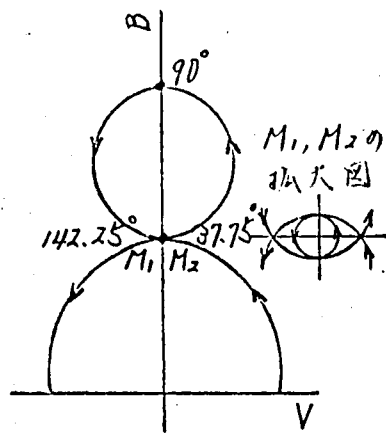
(b) $\theta_3 = 60^\circ$ の場合

付 2.4.1 図 オ 3 調波を含む低次項のマイナーループ発生限界における $V-B$ 曲線

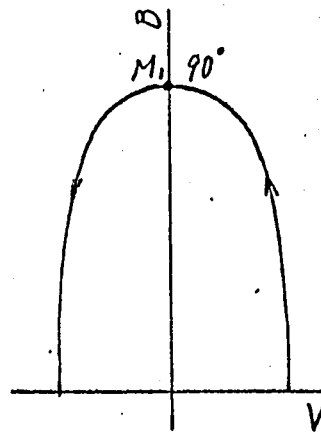
(2) オ 5 調波を含む場合

付 2.4.2 図 (a) は $\theta_5 = 0^\circ$ の場合の $V-B$ 曲線で、 $\omega t = 37.75^\circ$ がオ 2 組のマイナーループ発生点となり、 $\omega t = 90^\circ$ が最大磁束密度の点となり、

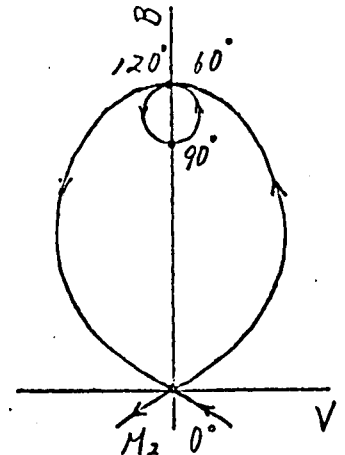
$\omega t = 142.25^\circ$ におけるオ1組のマイナーループを発生する。(b)図は $\theta_5 = 36^\circ$ におけるオ1組のマイナーループ発生限界のV-B曲線で、 $\omega t = 90^\circ$ は最大磁束密度点であると同時にマイナーループ発生点となる。(c)図は $\theta_5 = 36^\circ$ におけるオ2組のマイナーループ発生限界のV-B曲線で、 $\omega t = 0^\circ$ はオ2組のマイナーループ発生点で、 $\omega t = 60^\circ$ および $\omega t = 120^\circ$ で最大磁束密度となり、 $\omega t = 90^\circ$ は磁束密度の極小点となり、 $\omega t = 60^\circ \sim 120^\circ$ の間でオ1組のマイナーループを形成する。



(a) $\theta_5 = 0^\circ$ の場合



(b) $\theta_5 = 36^\circ$, オ1組のマイナーループ発生限界



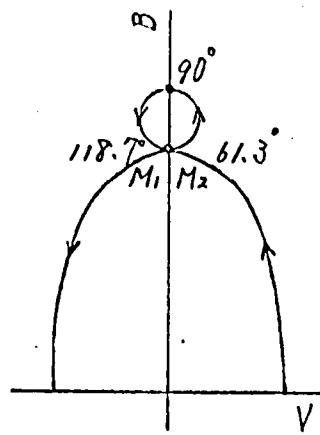
(c) $\theta_5 = 36^\circ$, オ2組のマイナーループ発生限界

付2.4.2図 オ5調波を含むオ5組のマイナーループ発生限界におけるV-B曲線

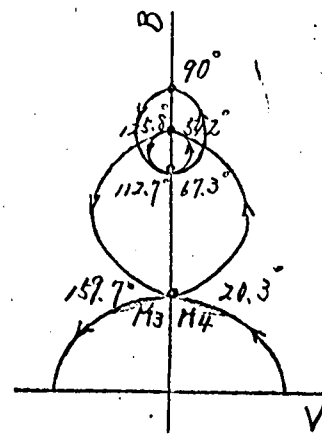
(3) オ9調波を含む場合

付2.4.3図に $\theta_9 = 0^\circ$ のV-B曲線を示す。(a)図はオ1・オ2組のマイナーループ発生限界の場合で、 $\omega t = 61.3^\circ$ がオ2組のマイナーループ発生点となり、 $\omega t = 90^\circ$ が最大磁束密度の点となり、 $\omega t = 118.7^\circ$ がオ1組のマイナーループ発生点となる。(b)図は $\theta_9 = 0^\circ$ のオ3・オ4組のマイナーループ発生限界のV-B曲線で、 $\omega t = 20.3^\circ$ がオ4組、 $\omega t = 159.7^\circ$ がオ3組のマイナーループ発生点となり、 $\omega t = 54.2^\circ$ が極大、 $\omega t = 67.3^\circ$ が極小、 $\omega t = 90^\circ$ が最大磁束密度を与える。 $\omega t = 112.7^\circ$ 、 $\omega t = 125.8^\circ$ はそれぞれ磁束密度の極小、極大点となる。

付2.4.4図は $\theta_9 = 20^\circ$ のV-B曲線で、(a)、(b)、(c)図はそれぞれオ1組、オ2・オ3組、オ4組のマイナーループ発生限界の場合を示す。



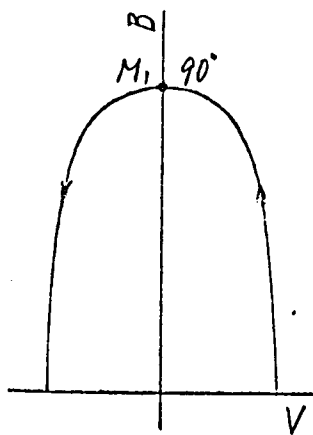
(a) オ1・2組のマイナーループ限界



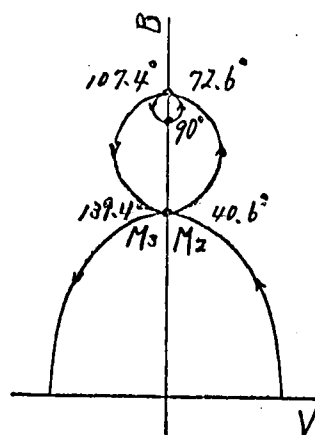
(b) オ3・4組のマイナーループ限界

付 2.4.3 図 オ9調波を含むいずみ派のマイナーループ発生限界における $V-B$ 曲線 ($\theta_g = 0^\circ$ の場合)

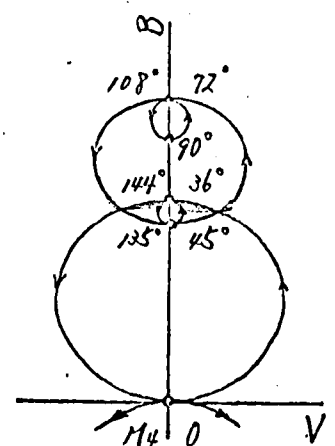
す。(a) 図に於いては, $\omega t = 90^\circ$ がマイナーループ発生点であると同時に最大磁束密度となる。(b) 図では, $\omega t = 40.6^\circ$ がオ3組のマイナーループ発生点となり, $\omega t = 72.6^\circ$ 及び 107.4° で最大磁束密度になり, $\omega t = 90^\circ$ で極小磁束密度となり, $\omega t = 72.6^\circ \sim 107.4^\circ$ の間でオ1組のマイナーループを形成し, $\omega t = 139.4^\circ$ がオ3組のマイナーループ発生点になる。(c) 図の場合には, $\omega t = 0^\circ$ がオ4組のマイナーループ発生点で, $\omega t = 36^\circ$ で極大, $\omega t = 45^\circ$ で極小, $\omega t = 72^\circ$ で最大磁束密度になる。 $\omega t = 90^\circ$ は極小の磁束密度を与え, $\omega t = 72^\circ \sim 108^\circ$ の間でオ1組のマイナーループを形成する。



(a) オ1組のマイナーループ限界



(b) オ2・3組のマイナーループ限界



(c) オ4組のマイナーループ限界

付 2.4.4 オ9調波を含むいずみ派のマイナーループ発生限界における $V-B$ 曲線 ($\theta_g = 20^\circ$ の場合)

付録 3.1 ニュートン法による根の計算法

関数 $f(x)=0$ を満足する根の近似値 x_n を求める方法としてニュートン法がある。いま $f(x)$ が付 3.1.1 図のよう関数であるとすれば、はじめに x の初期値 x_s を何等かの方法で x の近傍にとる。 $f(x_s)$ を求めて、これが 0 でなければ

$$x_1 = x_s - f(x_s)/f'(x_s) \quad (3.1.1)$$

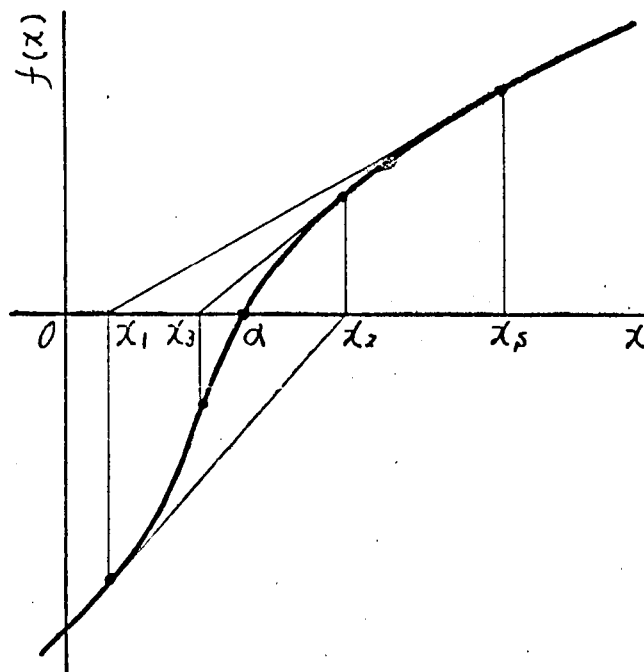
を計算する。上式で計算される x_1 点の幾何学的意味は、図に示すように $\{x_s, f(x_s)\}$ の点で曲線に接線を引き、これが x 軸と交わる点である。以下同様に、 x_2, x_3, \dots 点を次式で計算する。

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k) \quad (3.1.2)$$

$f(x_n)=0$ を満足する x_n を求めることは一般に困難である。そこで、精度を δ とし

$$\delta \geq |f(x_n)| \quad (3.1.3)$$

を満足する x_n を根の近似値とする。



付 3.1.1 図 ニュートン法による根の求め方

精度を小さくするほど近似度は上がるが、一方では繰り返し回数が多くなり、計算時間が長引く。また計算機により計算する場合には、その計算機の精度が問題であって、あまり小さい値を与えると、 $f(x_n)/f'(x_n)$ の計算で分母がゼロとなり、あるいは数値の桁に落ちが起これ、(3.1.2)式を正しく計算しなくなり $x_{n+1} = x_n$ となって同じ計算を繰り返す。これによって、計算機の精度との関係が明らかでない場合には、最大繰り返し回数^{*}を指定しておく必要がある。

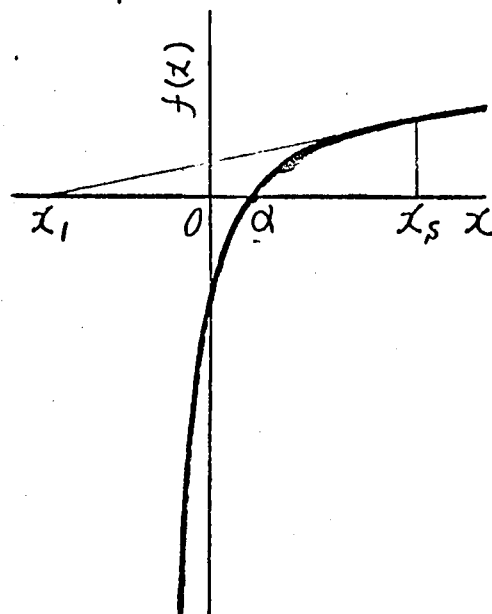
図からわかるように、根の近傍における曲線の勾配が小さい場合には、ニュートン法は収束がめさく不適当である。また、根が単根でない場合には、 x_n の与え方によっては他の根を求めるめさくがある。単根かつ単調関数の場合には、 x_n を α のごく近傍にとる必要はないし、そのための収束時間の増加もあまり問題にばうない。しかし、たとえば付3.1.2図のように根の左右で勾配が急変する曲線の場合には、収束がめさくめさくなるので、正定数を C とし

$$|f(x_n)/f'(x_n)| > C \quad (3.1.4)$$

となるときは (3.1.2) 式の代わりに

$$x_{n+1} = x_n - C \{f(x_n)/f'(x_n)\} / |f(x_n)/f'(x_n)| \quad (3.1.5)$$

を使えば収束が早められる。磁化曲線は付3.1.2図の形状に近く、才1編3.2節の各式には磁化曲線の変形されに関数が多い数使用されているので、これらの解をニュートン法で求める場合には (3.1.4)、(3.1.5) 式の制限を入れて計算した。その場合 $C=5$ 程度が適当である。

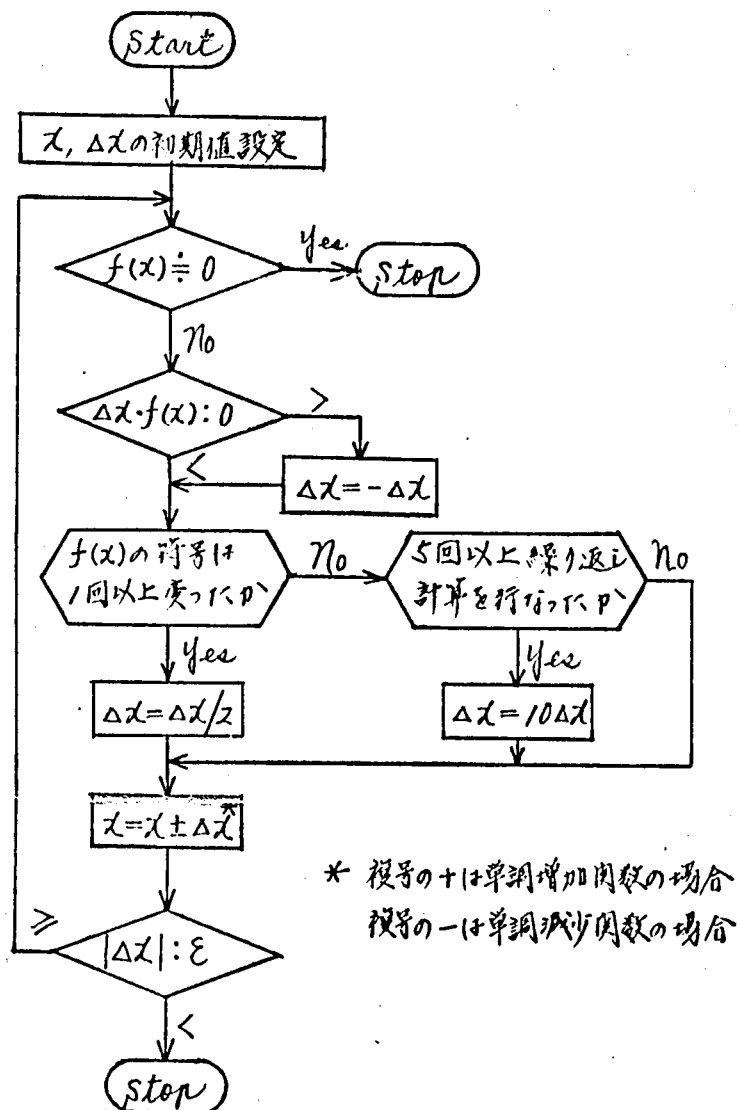


付3.1.2図 収束のめさく関数例

脚注 * 本研究では10~20回とし

付録 3.2 逐次近似計算における解の収束法 (1/2 収束法)

関数 $f(x)$ の微分が困難な場合には，ニュートン法によって根を求めることはできない。そのような場合でも， $f(x)$ が単調増加^{*}（または減少）関数であれば，オースティン¹で述べたように，著者等によって開発された 1/2 収束法で根を求めることができる。そのフローチャートを付 3.2.1 図に示す。



付 3.2.1 図 $f(x)$ が単調関数の場合に 1/2 収束法で根を求めるフローチャート

脚注 * $f(x)$ が x のすべての範囲において単調関数でなくとも， $f(x) = 0$ の近傍で単調関数であればよい。

図の例では $f(x_s)$ は正の x を減少せなければならぬ。 x の変化量 Δx の正負方向は $\Delta x \cdot f(x)$ で判定すればよい。 すなわち, $\Delta x \cdot f(x_s)$ が正であれば $\Delta x = -\Delta x$, 負であれば $\Delta x = \Delta x$ と Δx の符号置換を行なう。 そうすると次の x_1 点は次式で与えられる。

そこで、複号のときは $f(x)$ が単調増加関数の場合、 $-$ は単調減少関数の場合とする。同様の手順で、 Δx 点も求まるが、このとき図の例では $f(x)$ の符号が反転するので、今度は x を増加しなくてはならない。しかし前回と同様に $\Delta x \cdot f(x)$ で判定すれば、このときも (3.2.1) 式に相当する次式が使える。

一度 $f(x)$ の符号が反転すれば、根は α の前後の x_1 、すなわち x_2 と x_3

の間に必ず存在する。レバダツテ、これ以後の x の変化量 Δx は前回の
 変化量の半分でじゆう分である。すなわち、 $\Delta x \cdot f(x_n)$ が正であれば $\Delta x =$
 $-\Delta x/2$ 、負であれば $\Delta x = \Delta x/2$ と置換して、(3.2.2)式によつて x_{n+1}
 を求める。以下同様にして、付録(3.1.3)式を満足する x_n が求められる。
 $f(x)$ の符号が反転する以前に Δx のピッケを半分づゝ下げたのでは、根
 が次式を満足する範囲にある場合だけレバ解は得られない。

$$|\Delta x| > |x_n - \alpha|/2$$

この方法の最大の欠点は Δx の初期値が小さすぎると収束時間が長びく
 ことであるが、 $f(x)$ の符号がある回数以上(フローチャートでは5回)
 変らないときは $\Delta x = 10\Delta x$ と Δx を1割に大きくすれば、この問題はある
 程度克服される。

ニュートン法が回数制限の歯止めを行つたのに対して、1/2 収束法では
 Δx の最終値で歯止めを行なえばよい。いま、 Δx の最終値 Δx_n がある正
 の数 ε に対して

$$\varepsilon > |\Delta x_n| \quad (3.2.3)$$

にたつたときの x_n を根の近似値とすれば、 x の真値 α との誤差は ε 以内
 となる。レバダツテ、 ε は必要とする計算精度から決定できる。ニュート
 ン法でも

$$\Delta x_n = |f(x_n)/f'(x_n)| \quad (3.2.4)$$

と置いて(3.2.3)式で歯止めを行つてことが考えられるが、ニュートン法
 では $\Delta x_{n+1} < \Delta x_n$ になるとは限りないので、 ε をいくら小さくてもあまり
 意味がない。そればかりか、根が x_n と x_{n+1} の間に存在するともいえな
 いので、 ε を計算精度の目安とすることも不可能である。

結局、1/2 収束法がニュートン法にまさる点は、関数が微分できなくとも
 よいこと、なうばに誤差が明確である点であるが、収束の早さは曲線の
 勾配が大きい場合にはニュートン法の方が早い。

オの端オの6図の $m_2 = m_3$ の点を求める場合でも、 $m_2 - m_3$ を $f(x)$ と

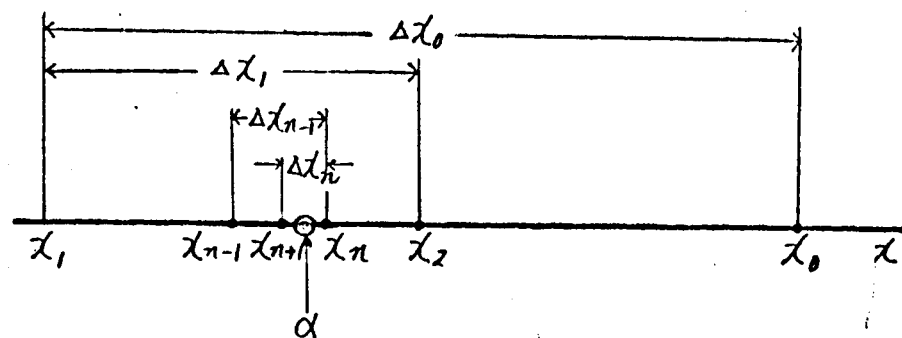
わけは $f(x)$ は単調関数となるので $1/2$ 収束法が利用できる。

次に、 $1/2$ 収束法の精度と収束までの繰り返し回数 n の関係を考えてみる。
 付 3.2.3 図において、根 α が x_0 と x_1 の間にあることがわかっており、
 一般に

$$\Delta x_k = x_{k+1} - x_k \quad (3.2.5)$$

とし、 Δx_n が (3.2.3) 式を満足するものとする。いま、精度 Acc を次式で定義する。

$$Acc = \frac{\Delta x_n}{\Delta x_0} \times 100 \quad (\%) \quad (3.2.6)$$



付 3.2.3 図 精度と繰り返し回数の関係

一般に、 Δx_k は $1/2$ 収束法の手順から

$$\Delta x_k = \Delta x_{k-1} / 2 \quad (3.2.7)$$

ゆえに、

$$\Delta x_n = \Delta x_0 / 2^n \quad (3.2.8)$$

(3.2.6) 式に代入して、

$$Acc = 2^{-n} \times 100 \quad (\%) \quad (3.2.9)$$

ゆえに、繰り返し回数 n は

$$n = (2 - \log_{10} Acc) / 0.301 \quad (3.2.10)$$

たとえば、根が 10 から 11 桁の間には存在することがわかっていて、これ

を $1/2$ 収束法によって ± 0.1 以内の誤差で計算したいときの繰り返し回数
を考えたみる。(3.2.6)式において,

$$Acc = 0.1 \times 100 / 1000 = 0.01 \quad (\%)$$

(3.2.10)式に代入して

$$n = (2+2) / 0.001 = 13.3$$

すなわち, 14回繰り返し計算すれば希望する誤差に納めることができる。

付録 3.3 線間電圧と相電圧の関係

周知のように人-人結線電圧系では，励磁電流に零相分が存在し得ないので各脚磁路中に零相磁束を生じ，線間電圧が正弦波であっても脚電圧は必ずみ波となる。⁽⁴¹⁾ ところがR字形鉄心のよりに独立磁路のみからなる鉄心においては，分割された各磁路中には零相磁束を生ずるが，脚全体としてはこれらが互いに打ち消し合うため脚電圧は正弦波に係られる。いわば分割された各磁路が磁氣的に△結線された形となり，△巻線と設けられたと同じ効果を与えるのである。このことは独立磁路を有する鉄心の長さ^{(42), (38)}である。以下にこのことについてさらに詳しく検討する。

(1) B形鉄心

B形単一磁路鉄心において，各脚の磁束 ϕ_u ， ϕ_v ， ϕ_w を次式で表わす。

$$\left. \begin{aligned} \phi_u &= \phi_{u1} + \sum \phi_{un} \\ \phi_v &= \phi_{v1} + \sum \phi_{vn} \\ \phi_w &= \phi_{w1} + \sum \phi_{wn} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.1)$$

右辺第1項は基本波磁束を，第2項は高調波磁束を示すものとする。そうすると，線間電圧に対応する磁束 ϕ_{uv} ， ϕ_{vw} ， ϕ_{wu} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{uv} &= \phi_u - \phi_v = \phi_{u1} - \phi_{v1} + \sum \phi_{un} - \sum \phi_{vn} \\ \phi_{vw} &= \phi_v - \phi_w = \phi_{v1} - \phi_{w1} + \sum \phi_{vn} - \sum \phi_{wn} \\ \phi_{wu} &= \phi_w - \phi_u = \phi_{w1} - \phi_{u1} + \sum \phi_{wn} - \sum \phi_{un} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.2)$$

線間電圧が正弦波であれば，(3.3.2)式の右辺の高調波分は零となることから次式が得られる。

$$\sum \phi_{un} = \sum \phi_{vn} = \sum \phi_{wn} \quad (3.3.3)$$

これによって，(3.3.1)式の第2項は零相分磁束となり，脚磁束中には零相磁束が生じることが理解できる。この零相磁束は上部ヨークハウタンク

を経て，下部ヨークにかえる。⁽²⁶⁾

(2) 尺形鉄心

この形式の鉄心は磁気回路が△結線になっている。各磁路の磁束 ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 を

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{11} + \sum \phi_{1n} \\ \phi_2 &= \phi_{21} + \sum \phi_{2n} \\ \phi_3 &= \phi_{31} + \sum \phi_{3n} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.4)$$

とすれば，

$$\left. \begin{aligned} \phi_u &= \phi_1 - \phi_2 = \phi_{11} - \phi_{21} + \sum \phi_{1n} - \sum \phi_{2n} \\ \phi_v &= \phi_2 - \phi_3 = \phi_{21} - \phi_{31} + \sum \phi_{2n} - \sum \phi_{3n} \\ \phi_w &= \phi_3 - \phi_1 = \phi_{31} - \phi_{11} + \sum \phi_{3n} - \sum \phi_{1n} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.5)$$

(3.3.2)式に対応して

$$\left. \begin{aligned} \phi_{uv} &= \phi_{11} - 2\phi_{21} + \phi_{31} + \sum \phi_{1n} - 2\sum \phi_{2n} + \sum \phi_{3n} \\ \phi_{vw} &= \phi_{11} + \phi_{21} - 2\phi_{31} + \sum \phi_{1n} + \sum \phi_{2n} - 2\sum \phi_{3n} \\ \phi_{wu} &= -2\phi_{11} + \phi_{21} + \phi_{31} - 2\sum \phi_{1n} + \sum \phi_{2n} + \sum \phi_{3n} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.6)$$

ゆえに，

$$\left. \begin{aligned} \sum \phi_{1n} - 2\sum \phi_{2n} + \sum \phi_{3n} &= 0 \\ \sum \phi_{1n} + \sum \phi_{2n} - 2\sum \phi_{3n} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

この式を解いて，

$$\sum \phi_{1n} = \sum \phi_{2n} = \sum \phi_{3n} \quad (3.3.7)$$

(3.3.5)式へ(3.3.7)式を代入して

$$\left. \begin{aligned} \phi_u &= \phi_{11} - \phi_{21} \\ \phi_v &= \phi_{21} - \phi_{31} \\ \phi_w &= \phi_{31} - \phi_{11} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.8)$$

すなわち、各磁路磁束中には高調波磁束を含むが、脚磁束には高調波は現われず。

(3) C10形鉄心

各磁路磁束 ϕ_{u1} , ϕ_{u2} , ϕ_{r1} , ϕ_{r2} , ϕ_{w1} , ϕ_{w2} を

$$\left. \begin{aligned} \phi_{u1} &= \phi_{u11} + \sum \phi_{u1n} \\ \phi_{u2} &= \phi_{u21} + \sum \phi_{u2n} \\ \phi_{r1} &= \phi_{r11} + \sum \phi_{r1n} \\ \phi_{r2} &= \phi_{r21} + \sum \phi_{r2n} \\ \phi_{w1} &= \phi_{w11} + \sum \phi_{w1n} \\ \phi_{w2} &= \phi_{w21} + \sum \phi_{w2n} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.9)$$

とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \phi_u &= \phi_{u1} + \phi_{u2} = \phi_{u11} + \phi_{u21} + \sum \phi_{u1n} + \sum \phi_{u2n} \\ \phi_r &= \phi_{r1} + \phi_{r2} = \phi_{r11} + \phi_{r21} + \sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{r2n} \\ \phi_w &= \phi_{w1} + \phi_{w2} = \phi_{w11} + \phi_{w21} + \sum \phi_{w1n} + \sum \phi_{w2n} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.10)$$

ゆえに、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{ur} &= \phi_{u11} + \phi_{u21} - \phi_{r11} - \phi_{r21} \\ &\quad + \sum \phi_{u1n} + \sum \phi_{u2n} - \sum \phi_{r1n} - \sum \phi_{r2n} \\ \phi_{rw} &= \phi_{r11} + \phi_{r21} - \phi_{w11} - \phi_{w21} \\ &\quad + \sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{r2n} - \sum \phi_{w1n} - \sum \phi_{w2n} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.11)$$

ゆえに、

$$\sum \phi_{u1n} + \sum \phi_{u2n} = \sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{r2n} = \sum \phi_{w1n} + \sum \phi_{w2n} \quad (3.3.12)$$

に代って、この形の鉄心では脚磁束に零相分磁束が存在し得る。

C20形鉄心についても同様のことはいえる。

(4) R6形鉄心

各磁路磁束 ϕ_{r1} , ϕ_{r2} , ϕ_{r3} , $\phi_{\Delta u}$, $\phi_{\Delta r}$, $\phi_{\Delta w}$ を

$$\left. \begin{aligned}
 \phi_{r1} &= \phi_{r11} + \sum \phi_{r1n} \\
 \phi_{r2} &= \phi_{r21} + \sum \phi_{r2n} \\
 \phi_{r3} &= \phi_{r31} + \sum \phi_{r3n} \\
 \phi_{\Delta u} &= \phi_{\Delta u1} + \sum \phi_{\Delta un} \\
 \phi_{\Delta v} &= \phi_{\Delta v1} + \sum \phi_{\Delta vn} \\
 \phi_{\Delta w} &= \phi_{\Delta w1} + \sum \phi_{\Delta wn}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.13)$$

とすれば,

$$\begin{aligned}
 \phi_u &= \phi_{r1} + \phi_{\Delta u} - \phi_{r2} \\
 &= (\phi_{r11} + \phi_{\Delta u1} - \phi_{r21}) + (\sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{\Delta un} - \sum \phi_{r2n}) \quad (3.3.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_v &= \phi_{r2} + \phi_{\Delta v} - \phi_{r3} \\
 &= (\phi_{r21} + \phi_{\Delta v1} - \phi_{r31}) + (\sum \phi_{r2n} + \sum \phi_{\Delta vn} - \sum \phi_{r3n}) \quad (3.3.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_w &= \phi_{r3} + \phi_{\Delta w} - \phi_{r1} \\
 &= (\phi_{r31} + \phi_{\Delta w1} - \phi_{r11}) + (\sum \phi_{r3n} + \sum \phi_{\Delta wn} - \sum \phi_{r1n}) \quad (3.3.16)
 \end{aligned}$$

ゆえに,

$$\left. \begin{aligned}
 \phi_{uv} &= \phi_{r11} - 2\phi_{r21} + \phi_{r31} + \phi_{\Delta u1} - \phi_{\Delta v1} \\
 &\quad + \sum \phi_{r1n} - 2\sum \phi_{r2n} + \sum \phi_{r3n} + \sum \phi_{\Delta un} - \sum \phi_{\Delta vn} \\
 \phi_{vw} &= \phi_{r11} + \phi_{r21} - 2\phi_{r31} + \phi_{\Delta v1} - \phi_{\Delta w1} \\
 &\quad + \sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{r2n} - 2\sum \phi_{r3n} + \sum \phi_{\Delta vn} - \sum \phi_{\Delta wn}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.17)$$

線間電圧が正弦波であるから,

$$\sum \phi_{r1n} - 2\sum \phi_{r2n} + \sum \phi_{r3n} = \sum \phi_{\Delta vn} - \sum \phi_{\Delta un} \quad (3.3.18)$$

$$\sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{r2n} - 2\sum \phi_{r3n} = \sum \phi_{\Delta wn} - \sum \phi_{\Delta vn} \quad (3.3.19)$$

(3.3.14)式の右2項へ(3.3.18)式の $\sum \phi_{\Delta un}$ を代入すると

$$\sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{\Delta un} - \sum \phi_{r2n} = \sum \phi_{r2n} + \sum \phi_{\Delta vn} - \sum \phi_{r3n}$$

(3.3.16)式の右2項へ(3.3.19)式の $\sum \phi_{\Delta wn}$ を代入すると

$$\sum \phi_{r3n} + \sum \phi_{\Delta wn} - \sum \phi_{r1n} = \sum \phi_{r2n} + \sum \phi_{\Delta vn} - \sum \phi_{r3n}$$

ゆえに,

$$\begin{aligned}\sum \phi_{r1n} + \sum \phi_{\Delta un} - \sum \phi_{r2n} &= \sum \phi_{r2n} + \sum \phi_{\Delta vn} - \sum \phi_{r3n} \\ &= \sum \phi_{r3n} + \sum \phi_{\Delta wn} - \sum \phi_{r1n}\end{aligned}\quad (3.3.20)$$

すなわち, ϕ_u , ϕ_v , ϕ_w に含まれる高調波はまったく等しい。したがって, R 形鉄心の脚磁束には零相分磁束が含まれる。しかしながら, ϕ_u , ϕ_v , ϕ_w が通る各脚の中央磁路については, 零相分の磁気抵抗がきわめて大きい。なぜなら (1) 項で述べたように磁路の一部が気中を通るためである。したがって, ϕ_{r1} , ϕ_{r2} , ϕ_{r3} 中の零相分に比べて $\phi_{\Delta u}$, $\phi_{\Delta v}$, $\phi_{\Delta w}$ 中の零相分はきわめてわずかで,

$$\sum \phi_{\Delta u0} = \sum \phi_{\Delta v0} = \sum \phi_{\Delta w0} \doteq 0 \quad (3.3.21)$$

と考えよう。ここで添字 0 は零相分を示す。(3.3.21) 式を (3.3.20) 式に代入して

$$\sum \phi_{r1n0} - \sum \phi_{r2n0} = \sum \phi_{r2n0} - \sum \phi_{r3n0} = \sum \phi_{r3n0} - \sum \phi_{r1n0} \quad (3.3.22)$$

より, 添字 0 は零相分を示す。これを解くと

$$\sum \phi_{r1n0} = \sum \phi_{r2n0} = \sum \phi_{r3n0} \quad (3.3.23)$$

(3.3.21), (3.3.23) 式を (3.3.14) ~ (3.3.16) 式に代入すると ϕ_u , ϕ_v , ϕ_w に含まれる零相分高調波はほとんど零になることがわかる。ところがオミット成分は他の高調波分に比べて非常に優越するので, 結局 R 形鉄心の脚電圧はほぼ正弦波になると考えられる。

もし磁束をまったく無視すれば, すべての形式の鉄心の脚磁束には零相分磁束が存在し得ないことは明らかである。

(1) 項で述べたように, 本研究の対象に選んだ三相内鉄形変圧器では零相磁束は鉄心の外側を通るので, わずかの磁束のひずみによってじゅう分は零相分磁化電流が供給される。したがって, R 形以外の鉄心においても脚電圧のひずみはわずかである。^{(26), (41)}